



INSTITUTO NACIONAL DE TÉCNICA AERONÁUTICA  
ESTEBAN TERRADAS

MOTORES DE REACCIÓN  
Y  
TURBINAS DE GAS

IMPRESA DEL INSTITUTO NACIONAL  
DE TÉCNICA AERONÁUTICA  
ESTEBAN TERRADAS  
MADRID  
1951



MINISTERIO DEL AIRE  
I. N. T. A. E. T.  
PUBLICACIONES TÉCNICAS

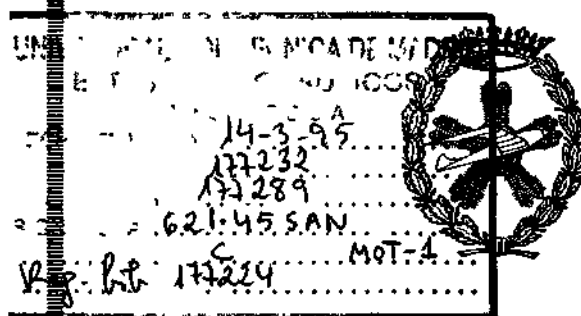
MOTORES DE REACCIÓN  
Y  
TURBINAS DE GAS

POR

C. S. TARIFA

Profesor de la Asignatura en la Academia Militar  
de Ingenieros Aeronáuticos

TOMO PRIMERO



MADRID  
1951

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

R.3.580

# MOTORES DE REACCION Y TURBINAS DE GAS

POR

C. S. TARIFA

*Profesor de la Asignatura en la Academia Militar  
de Ingenieros Aeronáuticos*

## PRÓLOGO

DEL

Excmo. Sr. D. ANTONIO NÚÑEZ RODRÍGUEZ

*Director del Departamento de Motopropulsión del Instituto Nacional  
de Técnica Aeronáutica Esteban Terradas*

TOMO PRIMERO



MADRID

1951



## PRÓLOGO

*Es para mí un motivo de gran satisfacción escribir el prólogo de la magnífica obra «Motores de reacción y turbinas de gas», con la que el Comandante de Ingenieros Aeronáuticos D. Carlos Sánchez Tarifa da una prueba de sus conocimientos científicos y nos hace regalo de este extraordinario trabajo sobre motores de reacción y turbinas de gas.*

*Todas las materias se tratan de manera tan completa, tan rigurosa y concienzuda que cualquier cuestión que haga falta resolver la encuentra el lector expuesta en forma clara y práctica, aun para aquellos problemas tan complejos que en la obra se estudian.*

*No hace falta señalar la extraordinaria importancia que tienen hoy en día en aviación los motores de reacción, en especial los turborreactores y turbohélices, que el autor analiza extensamente y cuya utilización y desarrollo ha ido y sigue yendo a marchas forzadas, en particular en los aviones de guerra. Constituyen, por otra parte, una especialidad muy marcada dentro del concepto de máquinas motrices. Su aplicación en lo que respecta a instalaciones motopropulsoras en los aviones data de muy pocos años y ha nacido en la necesidad bélica de incrementar considerablemente la velocidad de los aeroplanos, y esto sólo ha sido posible conseguirlo con el empleo de estas nuevas máquinas que permiten disponer de una gran potencia instalada con poco peso, reducido volumen y mínima sección frontal. Es por este concepto que la publicación de esta obra está plenamente justificada.*

*Este trabajo es el fruto del estudio e incansable trabajo del joven autor que, a su vez, ha sentido la inquietud de la falta de un libro que colocara esta rama de la Ingeniería moderna al alcance de los futuros Ingenieros Aeronáuticos españoles y de todos aquellos técnicos que con conocimientos indispensables de matemáticas se interesen en el conocimiento profundo de esta parte de la técnica aeronáutica, y puede asegurarse que lo propuesto ha sido plenamente logrado.*

*En el plan de la obra del autor se hace una clara exposición de todos los problemas que se tratan en los diversos capítulos de los dos tomos de que consta la obra, y por esta razón no considero necesario el extenderme en su presentación, pues sería repetir lo que con mejor acierto hace el autor, pero sí quiero hacer resaltar, por su gran interés, los capítulos de la primera parte donde se estudian el funcionamiento del motor, sistema propulsor, rendimientos, cámaras de combustión, compresores, turbinas y vibraciones, temas delicados y difíciles de exponer*

*El cuidado que se ha tenido tratando todas las materias con amplitud y en el estilo más moderno, hacen de la obra un magnífico libro de texto, a la par de un compañero fiel para el Ingeniero que sabe dónde puede aclarar las dudas que puede tener en un momento dado*

*Mi mayor agradecimiento al Comandante Sánchez Tarifa por el honor que me ha concedido al solicitarme que prologara su obra, y mi más cariñosa felicitación a quien acaba de prestar un relevante servicio a la Técnica Aeronáutica española con la publicación de este tratado, cuya mayor recompensa será el agradecimiento de todos sus compañeros de profesión*

A. NÚÑEZ

## PLAN DE LA OBRA

Bajo el nombre genérico de Motores de Reacción se agrupan diversos grupos motopropulsores, que presentan como diferencia específica común respecto a otros sistemas, la de transformarse directamente en ellos la energía calorífica del combustible en la energía cinética de un chorro propulsor.

El contenido de este libro está dedicado especialmente a los sistemas motopropulsores cuyo funcionamiento motor está basado en un conjunto rotatorio compresor-turbina, es decir, a los turborreactores, turbohélices y turbinas de gas. Los turborreactores quedan incluidos dentro de la clasificación de los motores de reacción; los turbohélices constituyen un sistema mixto, mientras que las turbinas de gas no son ya sistemas motopropulsores como acontece para todos los motores de reacción, sino simplemente un motor que puede destinarse a múltiples aplicaciones, constituyendo asimismo el sistema básico motor de los turborreactores y turbohélices.

El desarrollo del motor de compresor y turbina trabajando en ciclo de presión constante ha sido rapidísimo. Mediante la utilización directa de la energía cinética residual después de la turbina, se emplea como sistema motopropulsor de excepcionales características (turborreactores), siendo esta versión la que ha impulsado la rápida evolución y puesta a punto de estos sistemas, por su inmediata aplicación a toda clase de aviones de combate.

En las turbinas de gas el ciclo de trabajo es el mismo, pero en ellas se recoge la mayor parte de la energía de los gases mediante una turbina de dos o más escalones que suministra una potencia superior a la que necesita el compresor, pudiéndose utilizar con fines diversos este exceso de potencia de que se dispone sobre el árbol motor. La versión aeronáutica de este sistema es el turbohélice, en el que dicho exceso de potencia se emplea para el accionamiento de una o más hélices, las cuales realizan la propulsión en combinación con la energía cinética residual del chorro de salida de los gases.

Turborreactores y turbohélices son los sistemas motopropulsores, dentro de los tipos aquí estudiados, que presentan mayor interés para el Ingeniero Aeronáutico. Los cohetes, estatorreactores y pulsorreactores, que también son tratados brevemente en el segundo tomo de esta obra, tienen un campo de aplicación que entra dentro del dominio balístico, pre-

sentando tanto interés para el Artillero como para el Ingeniero Aero-náutico.

El libro está dividido en tres partes. En la primera, que constituye la mayor parte de la obra y abarca todo el primer tomo y parte del segundo, se estudian los turborreactores. En la segunda parte se consideran los turbohélices, termorreactores y cohetes; mientras que la tercera parte está dedicada al estudio de la turbina de gas como motor industrial.

En el estudio de los turborreactores se comienza por una descripción de sus órganos y de sus magnitudes funcionales más características, a fin de que el lector que no esté familiarizado con estas cuestiones pueda seguir fácilmente las sucesivas explicaciones en las que se estudian el cálculo y funcionamiento de estos sistemas motopropulsores.

En el capítulo II se recopilan los conceptos fundamentales de Termodinámica y Mecánica de Flúidos que se estiman necesarios para estudiar el funcionamiento de los motores de reacción. Se presuponen unos conocimientos previos de estas materias, no tratándose con detalle más que la Termodinámica de la vena de gas, de especial aplicación en todas las cuestiones que aquí han de considerarse. En el capítulo III se estudian las ondas de choque, las toberas, difusores, cierres de laberinto y el movimiento de un flúido con adición de calor, cuestiones todas que intervienen constantemente en los procesos funcionales de estos sistemas motopropulsores.

Los capítulos IV y V están dedicados al estudio de las actuaciones motoras y propulsoras de los turborreactores, destacando en todo instante su doble misión de motor y propulsor. Aunque con frecuencia se estudian primeramente los órganos y sistemas de los turborreactores, para después considerar sus actuaciones, hemos estimado preferible tratarlos en orden inverso. Opinamos que es más didáctico estudiar los compresores, turbinas, cámaras de combustión, etc., cuando ya se conocen las misiones que han de desempeñar y la importancia que representan en el funcionamiento global del motor.

En el estudio termodinámico de estos motores hemos tomado unos parámetros que no son empleados con mucha frecuencia. En vez de utilizar la temperatura de fin de combustión como una variable independiente, se han introducido también las relaciones aire/combustible en peso y las kilocalorías suministradas por kilogramo de aire. Con la temperatura de fin de combustión los cálculos son más sencillos, pero con los parámetros que acaban de citarse son con los que se aprecia claramente el efecto benéfico o perjudicial de la variación de cualquier otro parámetro, independizando el problema de cuestiones metalúrgicas o de regulación.

En el estudio del rendimiento motor, y aun a costa de que los cálculos hayan sido más prolijos, se han establecido diversas fórmulas del mismo, destacando el hecho de que deben utilizarse simplificaciones adecuadas

a la cuestión particular que con él quiera analizarse. Por otra parte, aunque no es muy frecuente en los estudios sobre turborreactores que se consideren la potencia motora y el consumo específico referido a esta última magnitud, aquí se han tratado con cierta extensión con vistas a su aplicación a los turbohélices, en los que alcanzan su verdadero significado los dos conceptos que acaban de mencionarse.

En los capítulos comprendidos del VI al XI se estudia el funcionamiento y dimensionado de los órganos de los turborreactores, compresores, turbinas y cámaras de combustión principalmente. No se han considerado más que los órganos específicos de estos sistemas motopropulsores, pues los problemas del dimensionado y cálculo de engranajes, cárters, árbol motor, etc., no presentan apenas particularidad alguna que los diferencie con los de elementos análogos en otros tipos de motores.

En esta primera parte dedicada a los turborreactores se incluyen también el estudio de sus sistemas de alimentación y regulación con la determinación de sus actuaciones con regímenes variables; problemas vibratorios que se presentan en estos motores; sistemas incrementadores de empuje, terminando con una reseña de los procedimientos utilizados para la fabricación y experimentación de estos sistemas motopropulsores.

Como ya hemos indicado, en la segunda parte se consideran los turbohélices y otros tipos fundamentales de motores de reacción. No se estudian con detalle más que los primeros, especialmente las cuestiones en las que difieren de los turborreactores, cómo es el caso de sus actuaciones propulsoras y sistemas de regulación. En cambio, con ligeras modificaciones les es aplicable todo el estudio termodinámico y orgánico de los turborreactores.

Los termorreactores y cohetes son tratados más brevemente, incluyéndose el estudio de sus actuaciones motopropulsoras y la descripción de sus particularidades funcionales más importantes. Esta segunda parte se termina con un capítulo en el que se comparan entre sí los sistemas motopropulsores aquí tratados y con el sistema usual motor de cilindros-hélice.

En la tercera parte se estudian los diversos ciclos de trabajo de las turbinas de gas, con sus sistemas de recuperación de calor; el motor «compound» y las diferentes aplicaciones de estos motores en centros industriales y al transporte terrestre y marítimo en todas sus clases.

Sobre el contenido global de esta obra nos interesa también señalar las observaciones siguientes:

Se ha estimado preferible la utilización casi exclusiva de presiones y temperaturas estáticas, definiendo en consecuencia los rendimientos adiabáticos y grados de reacción con estas magnitudes. Creemos que en esta forma, aunque a costa de alguna menor sencillez, se gana en el concepto

físico de los problemas, conociendo en todo punto con qué presiones, temperaturas y velocidades puede contarse. No obstante, y para evitar confusiones, se han señalado las definiciones correspondientes a valores totales, especialmente en el estudio por separado de compresores y turbinas.

Se ha elegido el sistema técnico de unidades como más apropiado para un libro de esta naturaleza, en el que la aplicación práctica de las cuestiones que se tratan aparece en todo momento. La notación ha resultado ser forzosamente heterogénea, como consecuencia de la diversidad de temas tratados, habiendo esto mismo implicado la utilización de volúmenes específicos, densidades y pesos específicos como diferentemente apropiados a las cuestiones en estudio. No ha sido posible la unificación de letras, cosa completamente impracticable si se tiene en cuenta que, por ejemplo, en el estudio de los compresores axiales se han tenido que emplear cerca de cien símbolos diferentes. Por estas razones se ha incluido al principio de cada capítulo su notación correspondiente, habiéndose conservado a lo largo del libro las mismas letras para todas las magnitudes fundamentales.

Hemos procurado dar la mayor importancia a la bibliografía, insertando al final de cada capítulo, además de sus propias referencias, los libros y artículos en donde pueden ampliarse los conceptos en ellos tratados, completándose esta cuestión con una bibliografía general, agrupada por temas de contenido similar, que se incluye al final de la obra.

La nomenclatura de estos sistemas se trata en la introducción de esta obra. Muy a nuestro pesar nos hemos visto obligados a utilizar nombres bien poco apropiados, pero que actualmente ya han tomado carta de naturaleza en nuestro país. Queremos señalar que la denominación «turbina de gas» se refiere tanto a los motores de compresor y turbina como a las turbinas propiamente dichas de ellos o de los turborreactores y turbohélices.

\* \* \*

Queremos expresar desde estas líneas nuestro más sincero agradecimiento al Excmo. Sr. Coronel Núñez, quien ha tenido la extrema amabilidad de escribir un prólogo para este libro. Además, como Jefe del Departamento de Motopropulsión del Instituto Nacional de Técnica Aeronáutica Esteban Terradas, en donde prestamos nuestro trabajo, nos ha proporcionado en todo momento su apoyo y toda clase de facilidades para la consecución de esta obra.

También queremos recordar al Excmo. Sr. D. Esteban Terradas, que en paz descanse, quien nos animó a escribir esta obra y aún tuvo la amabilidad de leerse sus primeros capítulos, y expresar nuestro reconocimiento a los Excmos. Sres. Coronel Lafita, Director General de este Insti-

tuto, y Coronel Pérez-Marín, Secretario General y Técnico del mismo, a quienes debemos, por su aprobación y apoyo, que esta obra haya podido ser publicada.

Finalmente, hemos de manifestar que agradecemos cordialmente al Comandante de Ingenieros Aeronáuticos Sr. Millán Barbany la amable colaboración que con frecuencia nos ha prestado, orientándonos sobre diversas cuestiones que sometimos a su opinión y consejo.

Madrid, julio 1951.

EL AUTOR

## INDICE DEL TOMO PRIMERO

INTRODUCCION	PÁGINAS
CLASIFICACIÓN Y NOMENCLATURA DE LOS MOTORES DE REACCIÓN.....	1
Leyes del movimiento.—Mecanismo de la propulsión.—Motores de reacción.—Nomenclatura y clasificación.—Nociones de las características funcionales de cada uno de los sistemas.	
HISTORIA DE LOS MOTORES DE REACCIÓN .....	11
REFERENCIAS.....	15

## PRIMERA PARTE.—TURBORREACTORES

### CAPITULO PRIMERO

#### Características generales de los turborreactores

DESCRIPCIÓN Y FUNCIONAMIENTO DE LOS TURBORREACTORES .....	20
Descripción general. — Magnitudes características de funcionamiento.	
ORGANOS Y SISTEMAS DE LOS TURBORREACTORES .....	41
Compresores centrífugos.—Compresores axiales.—Cámaras de combustión.—Turbinas —Tobera de salida.—Árbol motor y mecanismos auxiliares.—Sistemas de alimentación y puesta en marcha.—Sistemas de lubricación.—Sistemas de refrigeración.	
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	86

### CAPITULO II

#### Movimiento de fluidos. Leyes de la compresión y expansión de los gases

NOTACIÓN DEL CAPÍTULO.....	89
DEFINICIONES Y CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE TERMODINÁMICA.....	91
Principio de conservación de la energía y primer principio de la Termodinámica. — Estado de un cuerpo. — Cambios de estado. — Energía interna. — Segundo principio de la Termodinámica. — Ecuación de estado. — Gases perfectos. — Recopilación de algunas leyes y fór-	



	<u>PÁGINAS</u>
VARIACIÓN DEL GASTO EN PESO DE AIRE CON LA VELOCIDAD Y ALTURA DE VUELO.....	321
VARIACIÓN DEL CONSUMO DE COMBUSTIBLE CON LA VELOCIDAD Y ALTURA DE VUELO.....	329
POTENCIA MOTORA DE LOS TURBORREACTORES. CONSUMO ESPECÍFICO.....	333
BIBLIOGRAFÍA .....	338

## CAPITULO V

### Estudio de los turborreactores como sistema propulsor

NOTACIÓN DEL CAPÍTULO.....	339
EMPUJE DE LOS TURBORREACTORES.....	340
Cálculo del empuje.—Empuje específico.—Variación del empuje con la velocidad.—Idem con velocidad supersónica.—Influencia de la altura de vuelo.—Dependencia del empuje con la relación aire/combustible.—Valores óptimos de la relación aire/combustible.	
CONSUMO ESPECÍFICO.....	372
RENDIMIENTOS Y ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA DE UN SISTEMA MOTOPROPULSOR.....	373
Definiciones.—Ecuación general de la energía aplicada a un sistema motopropulsor.	
RENDIMIENTO ENERGÉTICO DEL MOTOR.....	381
RENDIMIENTO DE LA PROPULSIÓN.....	383
Variación teórica del rendimiento de la propulsión con la velocidad de vuelo teniendo en cuenta la energía cinética del combustible.—Fórmulas prácticas.—Variación con la velocidad de vuelo y con el rendimiento del motor.—Influencia de la altura de vuelo y de la relación aire/combustible.	
RENDIMIENTO GLOBAL DEL SISTEMA MOTOPROPULSOR.....	392
Variación con la velocidad y altura de vuelo.—Variación del rendimiento global con los distintos parámetros que definen el funcionamiento de los turborreactores y determinación de los valores óptimos de cada uno de ellos.	
BIBLIOGRAFÍA .....	408

## CAPÍTULO VI

### Ecuaciones generales de los compresores y turbinas

NOTACIÓN DEL CAPÍTULO.....	411
Definiciones.—Ecuaciones generales.—Condiciones que se requieren para establecerlas.—Ecuación del impulso.—Ecuación de conservación de la energía.—Ecuación de continuidad.—Pérdidas y rendimientos.	
BIBLIOGRAFÍA .....	424

## CAPÍTULO VII

### Compresores axiales

Antecedentes.....	425
NOTACIÓN DEL CAPÍTULO..	429
ECUACIONES Y CONCEPTOS GENERALES.....	432
Teorías utilizadas en el estudio de los compresores axiales.—Sustentación y resistencia.—Ecuaciones generales.—Grado de reacción.—Tipos de compresores.	
PERFILES, PÉRDIDAS Y RENDIMIENTOS.....	442
Relaciones geométricas en los perfiles.—Expresión de los coeficientes de sustentación y resistencia —Rendimiento del escalón.—Pérdidas de potencia debidas a efectos tridimensionales.	
COEFICIENTES ADIMENSIONALES QUE SE UTILIZAN EN EL CÁLCULO DE COMPRESORES AXIALES.....	449
Coeficientes de flujo, de trabajo y de presión.	
PARÁMETROS QUE LIMITAN LAS CARACTERÍSTICAS Y ACTUACIONES DEL COMPRESOR.....	451
Incidencia, desviación y deflexión.—Valores límites del número de Mach.	
TORSIÓN DE LOS ÁLABES .....	469
Equilibrio radial de la corriente flúida.—Álabes tipo torbellino libre, reacción constante y semi-torbellino.—Comparación de los tipos de álabes.—Variación radial de las presiones, densidades y temperaturas.—Valores medios de estas magnitudes.	
DETERMINACIÓN DEL DIÁMETRO DEL ESCALÓN Y DE LA ALTURA DE LOS ÁLABES.....	482

	<u>PÁGINAS</u>
CÁLCULO MECÁNICO DE LOS ÁLABES.....	487
<p>    Materiales.—Fuerzas de cálculo.—Elementos geométricos de la sección.—Organización radial del álabe.—Esfuerzos de tracción producidos por la fuerza centrífuga.—Esfuerzos de flexión producidos por el aire.—Momentos secundarios de flexión producidos por la fuerza centrífuga.</p>	
NOCIONES GENERALES SOBRE EL DIMENSIONADO DE UN COMPRESOR AXIL...	506
<p>    Consideraciones previas.—Variables, datos constructivos y parámetros fundamentales que fijan las características y actuaciones del compresor.—Relación paso/cuerda, ángulo de salida y coeficiente de flujo.—Número de Reynolds.—Juegos axiles y radiales.—Pulimento superficial.—Nociones generales sobre la organización y cálculo de un compresor axil.</p>	
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	528

## INTRODUCCION

### Leyes del movimiento

El movimiento de los cuerpos se rige por las leyes que descubrió Galileo y enunció Newton. Con estas leyes, principios fundamentales de la Mecánica clásica, obtenemos más que suficiente exactitud en la apreciación de los fenómenos del movimiento, siempre que los valores de las velocidades sean muy inferiores al de la propagación de la luz.

Enunciadas bajo forma de principios, son las siguientes:

- 1.º Principio de la inercia.
- 2.º Principio de la proporcionalidad de fuerzas y aceleraciones.
- 3.º Principio de la acción y la reacción.

El principio de la inercia afirma que, para modificar el estado de movimiento de un cuerpo, es preciso aplicarle alguna fuerza. O, de otra forma, que todo cuerpo sobre el que no actúe ninguna fuerza permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

El segundo principio nos proporciona la ecuación fundamental de la Dinámica:

$$f = m a,$$

indicando la proporcionalidad entre fuerzas y aceleraciones. De esta ecuación se deduce el teorema de la cantidad de movimiento:

$$f dt = m dv,$$

o bien:

$$f = \frac{d(mv)}{dt},$$

estableciéndose que el impulso  $f dt$  es igual a la cantidad de movimiento comunicada  $m dv$ ; o que la fuerza es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

De la segunda ecuación se deduce que, en un sistema material

sobre el que no actúen fuerzas exteriores, la cantidad de movimiento ha de permanecer constante.

El principio de la acción y la reacción afirma que a toda fuerza se opone otra igual y de sentido contrario. Cuando ambas fuerzas se aplican a un mismo cuerpo se produce una deformación estática, como, por ejemplo, un peso actuando sobre una viga, en el cual la acción del peso es igual a la reacción de la viga sobre él. Para producirse movimiento es necesario que las fuerzas se apliquen a cuerpos diferentes, como en el caso del disparo de un arma de fuego, en el que la fuerza de los gases se aplica, por una parte, al proyectil y, por otra, a la recámara del cañón.

### **Mecanismo de la propulsión**

Para acelerar un cuerpo en una dirección determinada será necesario aplicarle una fuerza  $F$ , debiendo existir forzosamente otro cuerpo sobre el que se aplique otra fuerza  $-F$ . Por tanto, siempre que se quiere conseguir movimiento de un cuerpo en un sentido hay que mover otro en dirección contraria. En el caso del cañón el proyectil sale hacia adelante mientras que el arma retrocede en sentido inverso.

Este ejemplo resulta claro, pero, a primera vista, podría parecer que no es esto lo que sucede en muchos fenómenos de movimiento observables en la práctica. Por ejemplo, cuando un automóvil marcha sobre una carretera parece que no hay nada que se mueva en sentido contrario. Esto sucede porque la reacción de las ruedas sobre el suelo se aplica a la Tierra, cuya masa es incomparablemente mayor que la del coche. Hay que tener en cuenta que, considerando los dos cuerpos sobre los que se aplican las fuerzas  $F$  y  $-F$  como un sistema aislado, ha de ser constante su cantidad de movimiento. Si  $m$  y  $V$  son la masa y velocidad del cuerpo sobre el que se aplica la acción, y  $M$  y  $v$  las magnitudes análogas en el que se aplica la reacción, habrá de verificarse en todo momento:

$$m V = M v.$$

En el caso de los cuerpos en los que se consigue el movimiento aplicando la reacción a la Tierra, al ser la masa  $M$  de esta última enormemente mayor que la del móvil, resulta su velocidad  $v$  in-

apreciable frente a la del cuerpo; pero aunque sea inobservable no por ello deja de existir.

La fuerza de la reacción se aplica en la mayoría de los casos al medio ambiente: a la Tierra, como en el caso de los trenes, automóviles, locomoción de los animales, etc.; al agua, como sucede en los barcos, o al aire en el caso de los aviones.

Al principio el movimiento será acelerado, y tanto el móvil como el cuerpo soporte de la reacción habrán de seguir la segunda ley de Newton. Cuando deje de aplicarse la acción cesará también la reacción y el movimiento de ambos cuerpos será uniforme. Tanto en uno como en otro caso las velocidades están relacionadas en todo momento por la ley de conservación de la cantidad de movimiento. En la práctica siempre existe una resistencia al avance que impide el movimiento uniforme, a menos que mantengamos una fuerza igual y contraria a ella.

### **Motores y propulsores**

Un móvil, avión, barco o automóvil se vale de dos órganos fundamentales para realizar la propulsión: el motor y el propulsor. La energía necesaria la lleva el móvil en su seno, generalmente, bajo forma de energía calorífica de un combustible. El motor es el órgano encargado de transformar esta energía calorífica, convirtiéndola en par motor sobre un árbol. El propulsor la recoge y la transforma en energía cinética, lanzando en sentido contrario al del movimiento el medio que le rodea. Claramente puede observarse esto en el avión y barco, con sus motores y hélices, y en el automóvil, con su motor y ruedas.

Existe otra posibilidad, y es que la energía calorífica se utilice para lanzar hacia atrás, no el medio que rodea al móvil, sino porciones de la propia masa de éste. Ejemplo de este último caso lo tenemos en los cohetes.

### **Motores de reacción**

Es impropio el nombre de motores de reacción con que en la práctica se designan a los nuevos sistemas de propulsión que han aparecido en los últimos años. Acabamos de ver que cualquier sistema propulsor que podamos imaginar ha de basarse en el princi-

pio de la acción y la reacción, no indicándose con la denominación citada ninguna diferencia específica entre estos nuevos sistemas propulsores y los que ya había existentes. Por el contrario, la denominación es viciosa, pareciendo indicar que la propulsión está basada en principios diferentes a los que rigen la de los otros sistemas.

El motor de reacción verifica la propulsión tomando el aire ambiente; una vez comprimido eleva su temperatura quemando combustible y, finalmente, expansiona los gases en una tobera de salida, produciéndose un chorro de gases con gran velocidad y en sentido contrario al del movimiento. En otros tipos no se utiliza el aire ambiente, ya que el motor lleva en su seno tanto el comburente como el combustible, pero en ambos la propulsión se realiza mediante el citado chorro de gases en forma análoga a la vena de aire que produce una hélice.

La denominación «jet propulsion» o «propulsión por chorro» es buena en el lenguaje técnico inglés, eminentemente descriptivo, pero no es apta para su traducción directa al castellano.

Estos nombres de «motores de reacción» y «motores de chorro» no son los únicos con que se vienen designando en la práctica. Tanto para el nombre genérico de los nuevos sistemas motopropulsores como para cada uno de sus tipos en particular se han empleado infinidad de vocablos: «turborreactores», «reactores», «motores de retropropulsión», «reactopropulsores», «motores de reacción directa», «motores de reacción pura», «pulsorreactores», «athodycos», «bombas zumbantes», etc. Estos y otros muchos nombres, generalmente tomados del inglés o francés, se vienen utilizando, casi siempre con poca lógica, y, lo que es peor, dando origen a confusiones entre unos tipos y otros, por falta de acuerdo y por no haberse definido exactamente las denominaciones de cada uno de ellos.

Es forzoso, pues, que en este libro se inserte una clasificación y nomenclatura ordenada de estos sistemas, sin que esto quiera suponer, en manera alguna, que pretendamos imponer nuestro criterio.

En cualquier caso estimamos preferible elegir los nombres cuyo uso se haya extendido más, que no tratar de introducir denominaciones nuevas; pues aunque pudieran ser más lógicas tendrían el gran inconveniente de que con ellas se tendería a introducir mayor confusión en la nomenclatura de los nuevos sistemas.

## Nomenclatura y clasificación

Es un hecho notable que, tanto en España como en el extranjero, nunca se ha buscado para estos sistemas una nomenclatura racional, basada en la diferencia específica que presentan con los ya conocidos hasta la fecha.

Cuando se quiere nombrar un objeto o mecanismo de nueva concepción puede hacerse de dos maneras: bien con una palabra adecuada o, si pueden establecerse comparaciones, citando el género próximo y la diferencia específica. Claramente se observa esto último en las denominaciones: «motor de cilindros», «compresor centrífugo», «avión de caza», etc. Una designación de la primera clase la tenemos en la palabra «barco»; pero si se hubiese denominado, por ejemplo, «vehículo marino», estaríamos en el segundo caso. Otras veces en una misma palabra se condensa la propiedad específica del sistema e incluso el género próximo, como en las denominaciones «automóvil», «aeronave», etc.

Si nos fijamos en la diferencia específica entre los nuevos sistemas moto-propulsores y los usuales formados por un grupo motor-hélices, veremos que estriba en la ausencia de propulsor que presentan los primeros. Es el mismo motor el que verifica la propulsión, transformando directamente la energía térmica del combustible en la energía cinética del chorro propulsor. Esta diferencia fundamental se presenta en todos ellos y en su estudio se advierte a cada paso, siendo imposible separar las cualidades motoras de las propulsoras. Sus actuaciones (\*) se expresan en kilogramos de empuje, lo que sería por completo absurdo tratándose de un motor. No son, pues, motores, sino verdaderos grupos moto-propulsores, y parece lógico que atendiendo a esta propiedad fundamental es como debería efectuarse su nomenclatura. Por ejemplo, conservando la palabra motor como género próximo, podría denominarseles «motores de autopropulsión» o «motores autopropulsores», indicando con ello que realizan la propulsión por sí mismos sin valerse de ningún órgano extraño al motor.

Ahora bien, ya hemos indicado que estimamos preferible utilizar nombres de uso común, aunque no sean muy lógicos, que no

---

(\*) Empleamos aquí la palabra «actuaciones» en el sentido con que los ingleses utilizan la denominación «performances».



tratar de introducir nuevos vocablos. Es mucho más importante la claridad y el acuerdo que la utilización de diversas nomenclaturas por muy bien puestas que estén todas ellas. Por esta razón se adoptará en este libro el nombre de «motores de reacción», palabra que cada vez se ha ido extendiendo más y que ya se utiliza con preferencia sobre cualquier otra denominación. De acuerdo con esto, también emplearemos la terminación «reactor» para nombrar varios de los tipos que comprende la denominación general.

Para su clasificación se dividirán en no autónomos y autónomos, según que necesiten valerse o no del aire ambiente para realizar la propulsión. Los autónomos serán denominados sencillamente «cohetes», palabra que si bien no expresa diferencia específica, tiene ya carta de naturaleza en España y puede utilizarse sin cometer error lógico alguno. Los no autónomos se designarán con la palabra «reactor» precedida de otra que exprese su cualidad fundamental como motor. Con esto se sigue en líneas generales la nomenclatura francesa de M. Roy, principalmente debido al hecho de que los nombres «turborreactor», «estatorreactor», etc., están ya casi sancionados por su utilización en la práctica.

Dentro de los no autónomos existen numerosos tipos, de los que mencionaremos únicamente los fundamentales y que han tenido realización en la actualidad. Pueden clasificarse atendiendo a que tengan mecanismo de aspiración y compresión del aire o que carezcan de él. El único sistema del primer tipo que ha tenido éxito en la práctica es el formado por un grupo compresor-turbina, que es conocido generalmente por la denominación de «turborreactor», nombre que adoptaremos también en este libro. Es este el tipo fundamental y de mayor interés para el ingeniero aeronáutico, y a él dedicaremos la mayor parte de las explicaciones.

A los que carecen de mecanismo de aspiración y compresión del aire los denominaremos «termorreactores», para indicar que el aire evoluciona en el motor mediante procesos termodinámicos exclusivamente, en ausencia de órganos que produzcan mecánicamente la compresión o absorban trabajo durante la expansión.

Tanto los turborreactores como los termorreactores pueden realizar la combustión a presión o a volumen constante. En el primer caso el flujo de los gases es continuo y en el segundo intermitente.

Franceses y anglosajones utilizan el término «pulso» (abreviatura de pulsación) para indicar el sistema de combustión intermi-

tente, existiendo en francés las denominaciones «turbopulsoréacteur» y «pulsoréacteur».

Aquí tomaremos el nombre de «pulsorreactor», también de uso común, prescindiendo de la denominación «turbopulsorreactor», pues este sistema no ha tenido realización práctica en la actualidad. Los termorreactores de combustión a presión constante los denominaremos «estatorreactores», de acuerdo también con la práctica y con la nomenclatura francesa. Cabe señalar aquí que la designación «ram-jet», que toman los ingleses para estos motores, es eminentemente expresiva, pues ciertamente que la característica esencial de ellos es su funcionamiento exclusivo por la toma dinámica de aire; el golpe de ariete («ram») que eleva su temperatura y presión, pero esta denominación es intraducible en lenguaje común al castellano.

Podría ampliarse esta clasificación insertando más denominaciones, ya que dentro de los sistemas reseñados existen diferencias entre unos y otros y combinaciones de ellos entre sí; pero en estos casos estimamos preferible utilizar el nombre de su grupo fundamental seguido de las palabras que expresen sus particularidades, pues otra cosa nos llevaría a tener que emplear un gran número de vocablos difíciles de escoger con propiedad y siendo imposible, de todas formas, abarcar todas las posibles combinaciones e innovaciones que pudieran presentarse. Esto mismo es lo que sucede en el léxico de los motores usuales, ya que no existen denominaciones de una sola palabra con que se expresen sus diferentes tipos: motor de refrigeración por líquido, motor de cilindros en línea, motor de inyección, etc.

Por otra parte, tenemos también la propulsión mixta mediante la combinación de un turborreactor, en el cual la turbina acciona el compresor y además una hélice.

Para este caso estimamos preferible utilizar la denominación «turbohélice», traducción directa de la designación inglesa «turbo-propeller», y también de uso bastante generalizado en España, que no la palabra «turbopropulsor», traducción directa del nombre francés «turbopropulseur», pues esta última denominación carece de toda lógica, ya que también son propulsores los turborreactores, estatorreactores, etc. y demás motores de reacción.

Durante la exposición de este libro con frecuencia emplearemos la palabra «motor» para designar los turborreactores. Diremos, por ejemplo, «el motor Rolls-Royce Derwent V». La razón de esto será

simplemente para abreviar y evitar repeticiones, pues cuando se especifique o se pueda dar lugar a confusiones se utilizará siempre su verdadera denominación.

En la página siguiente se inserta un cuadro en el que se resume lo anteriormente expuesto. Al mismo tiempo se incluyen las denominaciones inglesa y la francesa de M. Roy.

### **Nociones de las características funcionales de cada uno de los sistemas**

Como ya se dijo, los turborreactores son el tipo más importante y el que presenta mayor interés en ingeniería aeronáutica.

En esquema, su funcionamiento es el siguiente: el aire es aspira-

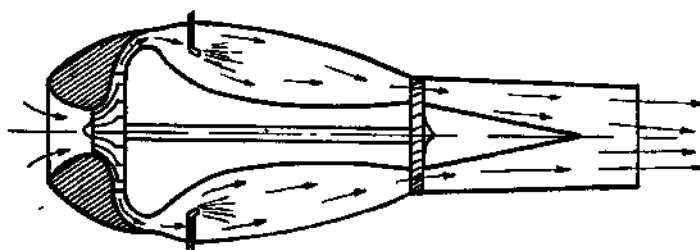


Fig 1 Esquema de un turborreactor

do y comprimido por el compresor, pasando a continuación a las cámaras de combustión en donde se quema el combustible a presión constante. Los gases procedentes de ellas accionan la turbina

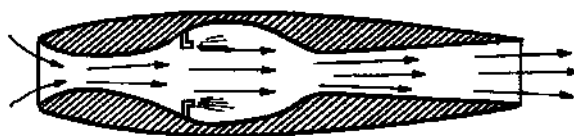


Fig 2 —Esquema de un estatorreactor

destinada a mover el compresor y posteriormente salen por la tobera de escape con gran velocidad produciendo el empuje necesario para la propulsión.

Los termorreacciones no poseen mecanismo de aspiración. Por tanto, un avión o proyectil equipado con tal sistema moto-propul-



sor no puede despegar por sí mismo, haciéndose preciso su lanzamiento por cualquier procedimiento.

Una vez adquirida una cierta velocidad inicial, el motor ya puede funcionar, debido a que el aire eleva su presión mediante una toma dinámica.

En unos sistemas la combustión se realiza a presión constante y de un modo continuo. En otros puede disponerse un mecanismo que abra y cierre la cámara de combustión. De esta forma se con-

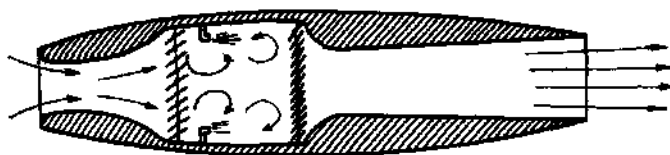


Fig. 3.—Esquema de un pulsorreactor.

sigue mayor rendimiento al producirse la combustión a volumen constante, pero el chorro de gases es intermitente. Tanto en uno como en otro sistema los gases se expansionan en una tobera de escape produciendo el chorro propulsor.

Para impulsar aviones tienen poco interés estos sistemas moto-propulsores, ya que necesitan grandes velocidades de vuelo para

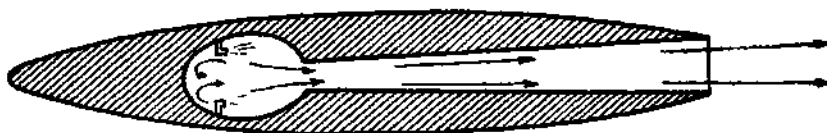


Fig. 4.—Esquema de un cohete.

tener rendimientos de alguna consideración. Su campo de aplicación más interesante lo tienen en la impulsión de proyectiles, en donde se unen los efectos favorables de la gran velocidad de vuelo con la sencillez y poco peso del sistema propulsor.

Los cohetes impulsados mediante explosivos se conocen desde la más remota antigüedad. Modernamente se construyen proyectiles y aviones equipados con motores cohete. Se lleva en la aeronave el combustible y el comburente, utilizándose con frecuencia el alcohol etílico y el oxígeno líquido respectivamente.

En la cámara de combustión se inyectan ambos elementos y los

gases se expansionan en una tobera, como acontece en todos los sistemas.

Su rendimiento de la propulsión es muy bajo para pequeñas velocidades de avance, por lo cual no tienen mucha aplicación en la impulsión de aviones, presentando, en cambio, magníficas características en la propulsión de proyectiles.

El tipo fundamental en la propulsión mixta es el turborreactor equipado con hélice (turbobélice). Su funcionamiento es análogo al de un turborreactor, pero la turbina además de impulsar al compresor acciona una hélice. Los gases de escape, que en su expan-

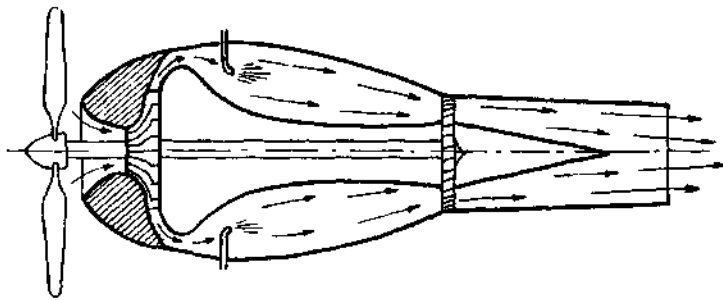


Fig. 5.—Esquema de un sistema turbobélice.

sión han tenido que suministrar energía al compresor y a la hélice, a la salida de la turbina poseen mucha menos energía cinética que en un turborreactor análogo, pero también ayudan a la propulsión.

Es este un sistema moto-propulsor del mayor interés, debido a sus excelentes características, presentando un magnífico porvenir en el campo de la aviación.

## HISTORIA DE LOS MOTORES DE REACCIÓN

Esta clasificación y descripción breve que se ha insertado se refiere a los sistemas de propulsión modernos que han sido contruídos hoy día. Existen infinidad de proyectos más o menos antiguos, alguno de los cuales ha llegado a tener realización práctica. También es posible que en el futuro se proyecten nuevos tipos que no puedan incluirse dentro de la clasificación admitida.

Los cohetes se conocen desde la más remota antigüedad, siendo

los chinos quienes los descubrieron y utilizaron con fines pirotécnicos, empleando para su propulsión la pólvora negra. En el siglo XIII, previo paso por los países del Oriente medio, se extendió a Europa el conocimiento de los cohetes, pero no fueron utilizados con fines bélicos hasta comienzos del siglo XIX.

En la última guerra se emplearon en gran escala como proyectiles y como medio auxiliar durante el despegue de los aviones.

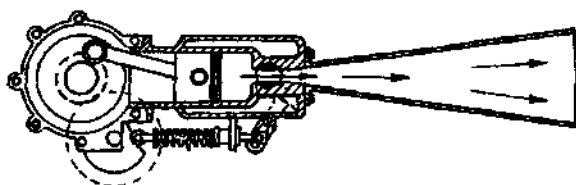


Fig. 6.—Esquema del proyecto de Lorrain.

Su realización más espectacular corresponde a la V-2 alemana, proyectil cohete de grandes dimensiones impulsado mediante alcohol y oxígeno líquido. A los alemanes

corresponde también la primacía en la construcción de aviones accionados mediante motores cohete exclusivamente, siendo el Me-163 el primer avión que voló impulsado por tal sistema propulsor.

Para los turborreactores, tal y como han sido definidos, su historia se confunde con la de los termorreactores, por lo cual las reseñaremos brevemente y en conjunto.

El primer esquema de un motor destinado a producir un chorro

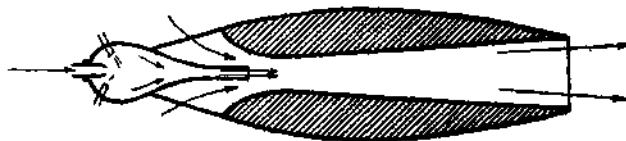


Fig. 7.—Proyecto de Morize

de gases propulsivos se debe al ingeniero francés Lorin en el año 1908, quien también estudió la posibilidad de aplicar su sistema a la propulsión de aviones mediante un aumento del número de cilindros de su motor

En el año 1917 Morize, en Francia, ideó el dispositivo que se inserta en la figura 7. El combustible se inyectaba en dicha cámara mediante una bomba y los gases de escape salían por una tobera de expansión, produciéndose una depresión que aspiraba el aire ambiente por una entrada anular

Esta idea de mejorar el rendimiento de la propulsión aumentando la masa de aire expulsada también fué investigada en los Estados Unidos por Lake en el año 1909.

Parecidos a los esquemas de Morize fueron los de Mélot, que posteriormente fueron estudiados en el Langley Memorial Aeronautical Laboratory, en los Estados Unidos.

Los proyectos que han servido de base para la construcción de los turborreactores modernos fueron ideados por el Comodoro

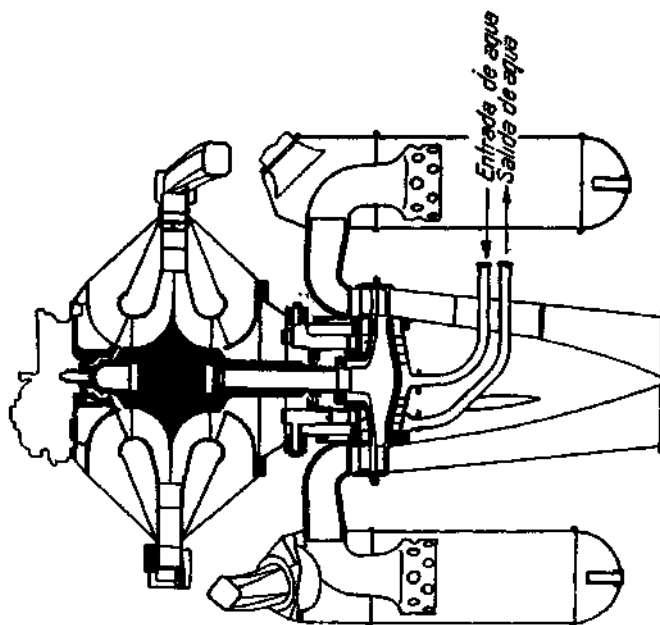


Fig. 8.—Turborreactor Whittle-1.

Whittle, en Inglaterra. Su primera patente fué establecida en el año 1930, pero los trabajos de experimentación no comenzaron hasta el año 1936 cuando se creó la Compañía Power Jets. A esta sociedad contrató el Ministerio del Aire inglés, en el año 1938, la fabricación del motor W-1 para instalarlo en el avión Gloster E 28/39.

En la primera patente Whittle ya estaba planteada la idea básica de todos los turborreactores modernos: un compresor accionado por una turbina. La cámara de combustión era anular y estaba prevista la refrigeración por agua de los alojamientos de los cojinetes y cárter de la turbina. El motor W-1 tenía cámaras separadas



con circulación de corriente en sentido inverso (fig. 8). La turbina accionaba un compresor centrífugo de dos caras activas. El avión Gloster equipado con él realizó el primer vuelo de prueba en abril del año 1941. El motor sufrió diversos cambios y mejoras hasta llegar al prototipo W-2B, del cual se derivan directamente los motores Rolls-Royce Welland en Inglaterra y los General Electric tipo I en los Estados Unidos.

Con la adopción de cámaras de flujo directo y la utilización del sistema Lucas de alimentación se perfeccionaron aún más estos motores, llegándose a los modernos Rolls-Royce Derwent V y Nene.

También de las patentes de Whittle se derivan los motores Havilland en Inglaterra, cuya primera unidad fué proyectada en el año 1941 para acoplarla al avión de caza Havilland Vampire.

Al finalizar la guerra pasada, los Estados Unidos presentaban considerable retraso respecto a Inglaterra en la construcción de turborreactores. Al principio se iniciaron los trabajos de fabricación sirviéndose de patentes inglesas y estudiando los motores alemanes capturados al terminar la contienda. Hoy día no ocurre lo mismo, sino que las casas General Electric, Westinghouse, Allison, Lockheed y Boeing construyen gran número de turborreactores y turbohélices, que pueden compararse en calidad con los mejores prototipos ingleses. Son también los norteamericanos quienes tienen en la actualidad la primacía en la investigación y construcción de termorreactores y cohetes.

Independientemente de los trabajos de Whittle, en Alemania las casas Junkers, Heinkel y B.M.W. experimentaron y construyeron diversos tipos de turborreactores, orientados casi exclusivamente en la utilización de compresores axiales.

Uno de los primeros proyectos de la casa Junkers consistía en un compresor axial accionado por un motor de dos tiempos de cilindros opuestos. Una parte del aire procedente del compresor alimentaba el motor. Los gases de escape de éste unidos al aire restante pasaban a una cámara de combustión en donde se inyectaba combustible, expansionándose posteriormente en una tobera propulsora.

En el año 1939 se proyectó el J-004, un turborreactor ya ideado como todos los modernos, provisto de un compresor axial accionado mediante una turbina. El primer vuelo de prueba se efectuó en el año 1941. El J-004B, que fué el mejor turborreactor fabricado en

Alemania, se proyectó en el año 1941 y fué acondicionado en el avión ME-262, que voló con dos de ellos en el año 1943.

Asociadas las casas Heinkel e Hirth dieron gran impulso a la experimentación y fabricación de turborreactores, logrando hacia finales de la guerra el motor He-SO11 de buenas características.

La casa B.M.W. inició sus investigaciones en 1937 consiguiendo su primer motor en el año 1940, en el que fué probado el B.M.W.003.

Sobradamente conocido es el hecho de la utilización por los alemanes de sus bombas volantes V-1 y V-2. La primera estaba impulsada por un termorreactor de flujo intermitente (pulsorreactor), correspondiendo a ellos, por tanto, la primacía en el empleo de dicho sistema.

En Italia merecen destacarse los trabajos del ingeniero Campini. En el año 1940 se construyó bajo su dirección un sistema moto-propulsor constituido, en esencia, por un compresor centrífugo de dos escalonamientos accionado por un motor en estrella. Un avión Caproni provisto de este motor realizó en el año 1941 el vuelo Milán-Roma.

Los sistemas turbohélice se han construido más tarde, apareciendo sus primeros prototipos en Inglaterra hacia el año 1945. A su investigación y fabricación están dedicadas en dicho país las casas Bristol y Armstrong principalmente.

En los Estados Unidos existen en la actualidad varias factorías en las que se construyen (Boeing 502, General Electric TG-100B, etcétera).

Aunque existen otras naciones que han construido prototipos (Francia y Canadá, principalmente), puede decirse que son Inglaterra y Estados Unidos quienes monopolizan en la actualidad la construcción y desarrollo de los nuevos sistemas moto-propulsores, resultado lógico teniendo en cuenta la técnica avanzada que se necesita para la resolución de sus muchos problemas metalúrgicos y de fabricación.

#### REFERENCIAS

Las referencias y bibliografía de esta Introducción se incluyen en las del capítulo siguiente.

PRIMERA PARTE

**TURBORREACTORES**

## CAPITULO PRIMERO

### CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS TURBORREACTORES

#### DESCRIPCIÓN Y FUNCIONAMIENTO DE LOS TURBORREACTORES

En este capítulo se insertará una descripción general de los turborreactores, incluyendo también algunos datos de sus características funcionales más importantes.

Los nuevos sistemas de propulsión constituyen un tema de actualidad al que se concede gran atención en revistas y publicaciones extranjeras, sobre todo en su parte descriptiva. No obstante, incluimos este capítulo, en el cual el lector que no esté familiarizado con estas cuestiones podrá encontrar una descripción esquemática de los órganos y del funcionamiento de un turborreactor, haciendo más fáciles y comprensibles los cálculos que se irán desarrollando sucesivamente. En general, no entraremos en muchos detalles en estas descripciones, puesto que en los capítulos en que se trate del cálculo orgánico del motor volverá a insistirse sobre gran parte de estas cuestiones.

Nos referiremos a lo que pudiera denominarse un turborreactor de tipo normal, dejando para más adelante el estudio de las innovaciones introducidas en ellos con vistas a mejorar sus características.

#### Descripción general

En las figuras 1-I a 4-I se insertan diversas fotografías del Rolls-Royce Nene y en la 5-I un corte longitudinal. Sobre esta última figura procederemos a efectuar la descripción general del motor, mencionando de paso sus órganos más importantes. Es éste uno de los más modernos turborreactores, y aunque hay otros tipos que difieren de él, especialmente por el tipo de compresor o cáma-

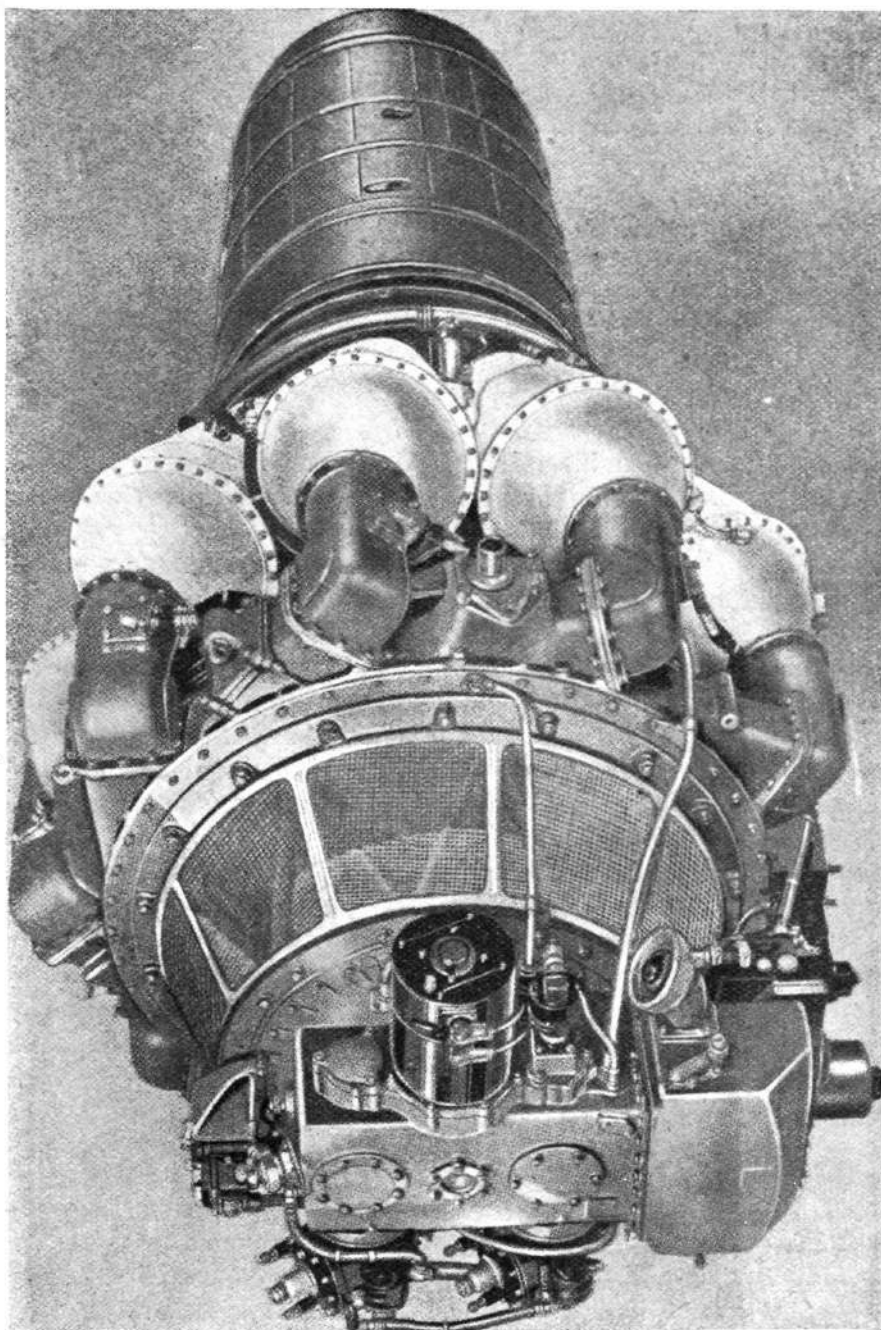


Fig. 1-J.—Fotografía del turborreactor inglés Rolls-Royce Nene.

ras de combustión empleados, los principios de funcionamiento son iguales para todos ellos.

El aire penetra por las aberturas anulares (1), en las que se dispone una rejilla de protección para evitar que penetren en el motor cuerpos extraños que pudiera arrastrar la aspiración del compresor. En este último órgano (2) se eleva la presión, tanto en

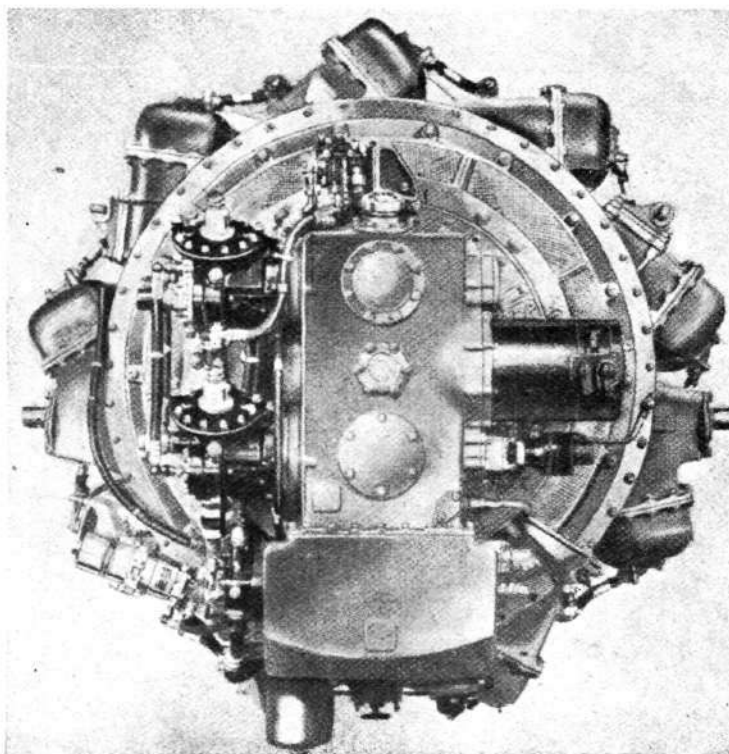


Fig. 2-1.—Rolls-Royce Nene. (Vista anterior.)

el rotor como en el difusor, hasta poco más de unos  $4 \text{ Kg/cm}^2$ . Es de tipo centrífugo y con dos caras activas, es decir, con álabes en los dos lados del rotor.

Las cámaras de combustión se disponen en número variable alrededor del eje del motor, existiendo nueve en el que estamos describiendo. Se componen de una envolvente o cárter exterior (3), que lleva en su interior el tubo de llamas (4). Parte del aire que llega procedente del difusor penetra en el interior de dicho tubo

de llamas por una abertura situada en su parte anterior, en la que suele disponerse también la conducción de combustible para el inyector (5). Una parte de este aire atraviesa unas aletas helicoidales que rodean la tobera de salida del combustible, con objeto de producir remolinos y aumentar la turbulencia, lo que implica una notable mejora en la combustión. La otra parte del aire primario

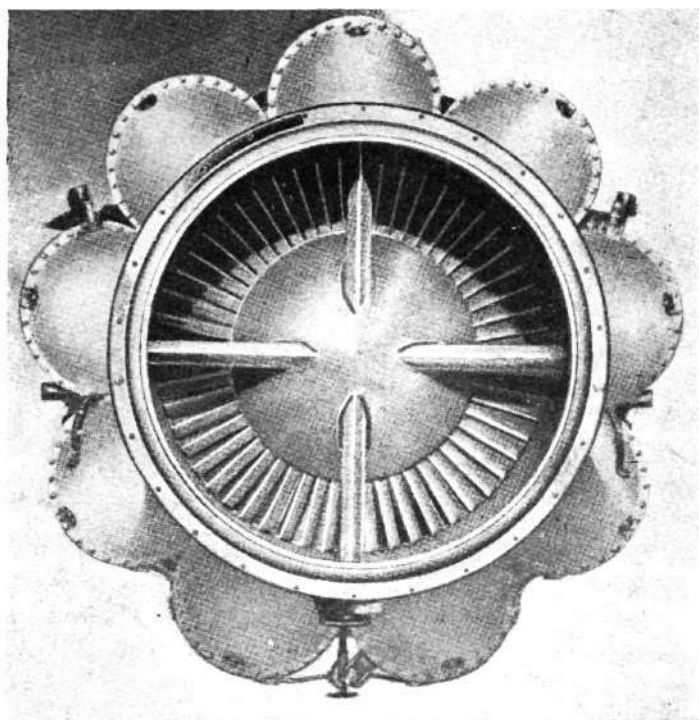


Fig. 3-I.—Rolls-Royce Nene. (Vista posterior.)

que entra en el tubo de llamas ha de pasar a través de unos mamparos cortafuegos (6), produciéndose con una y otra la combustión con una relación aire/combustible ligeramente superior a la necesaria para que se produzca estrictamente. Los inyectores son del tipo de tobera abierta, disponiéndose uno en cada cámara. El combustible sale finalmente pulverizado, formando un chorro cónico con movimiento helicoidal. Las presiones de inyección suelen variar entre 35 y 70 Kg/cm<sup>2</sup>. La bomba y demás elementos del sistema de alimentación se describirán aparte.

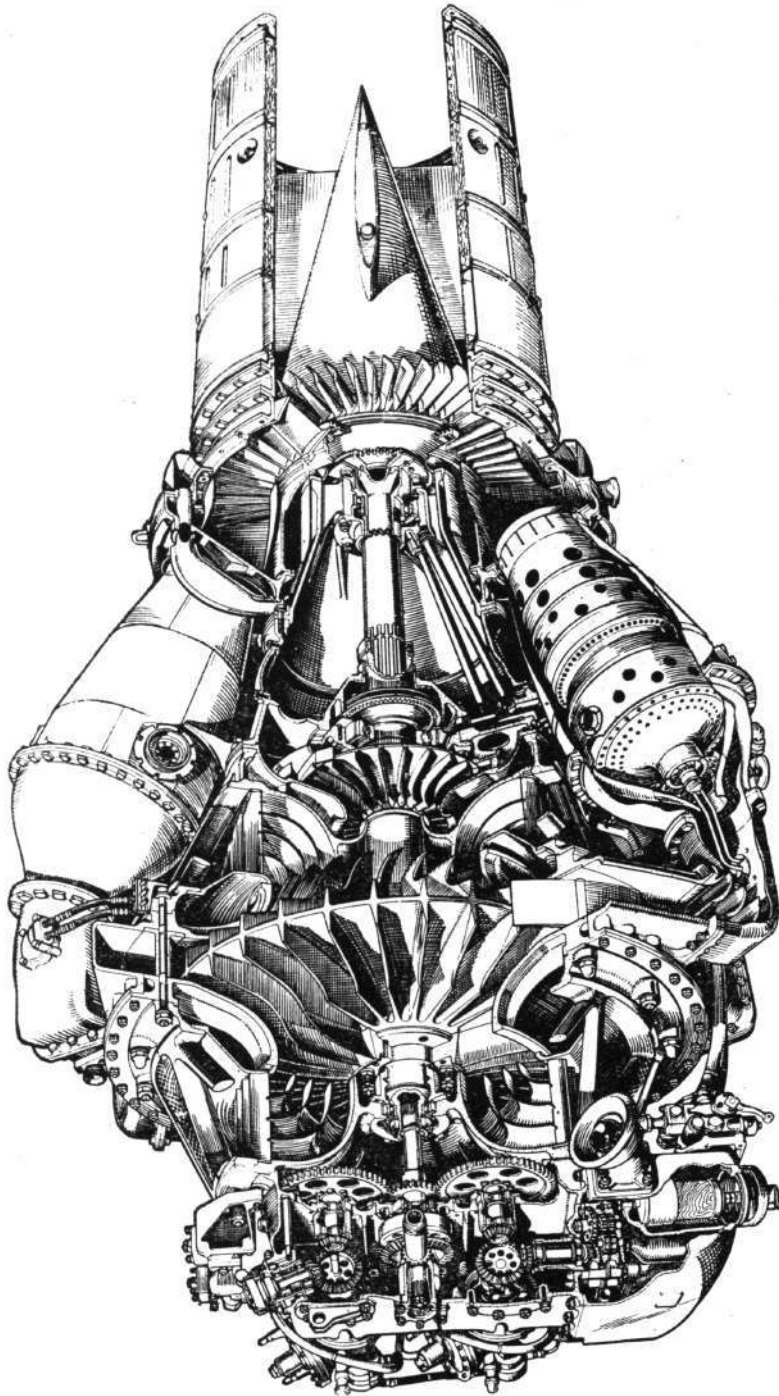
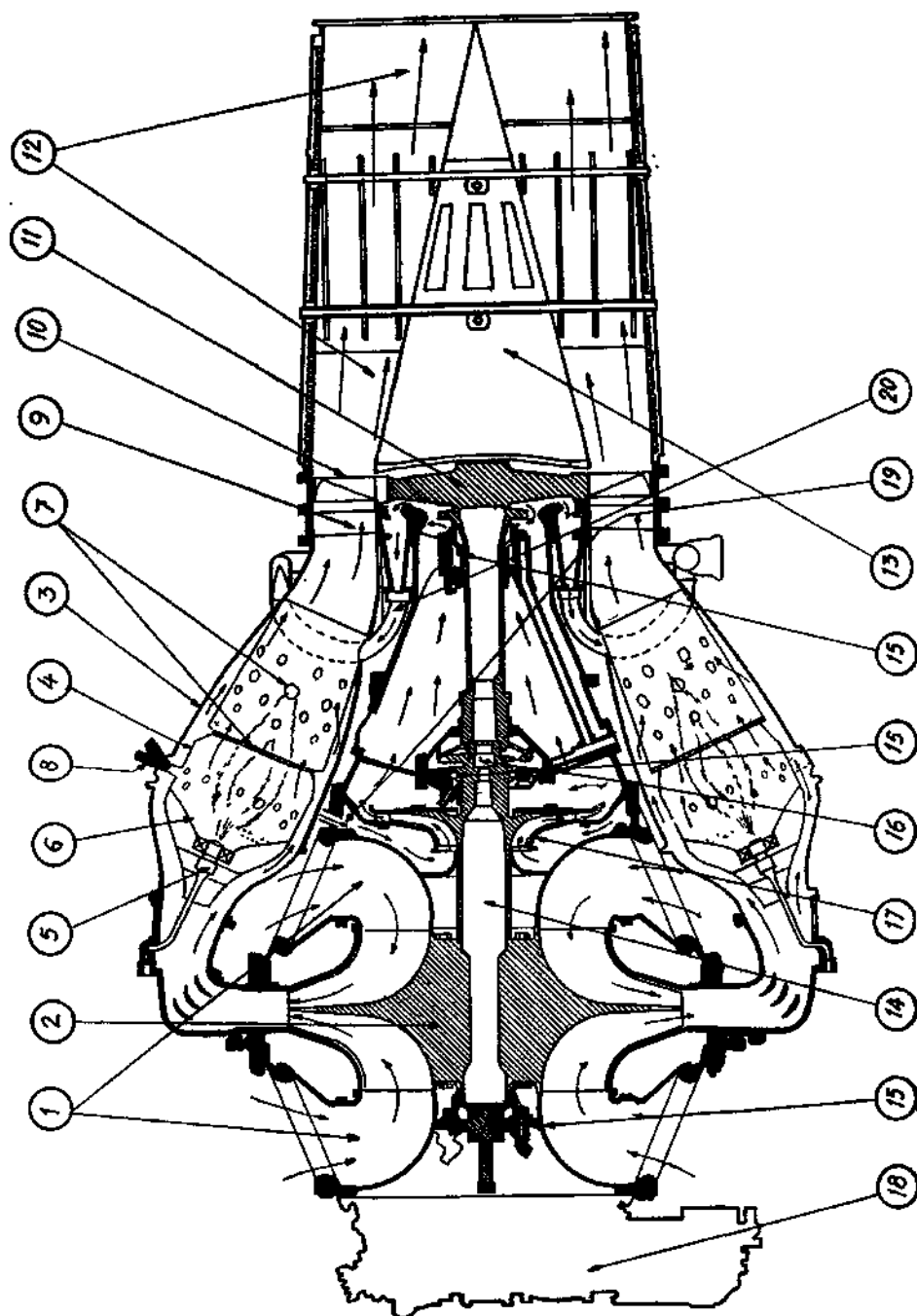


Fig. 4-I.—Rolls-Royce. (Corte en perspectiva.)





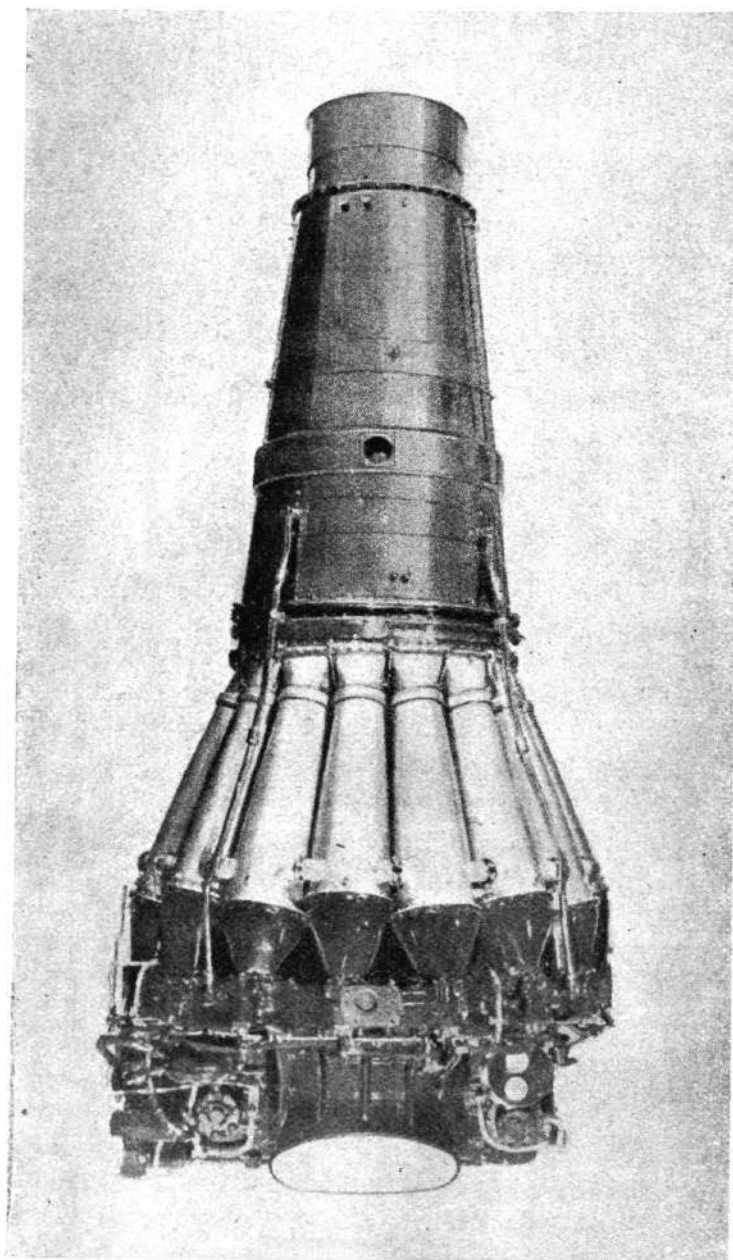


Fig. 6-1.—Turbo-reactor De Havilland Goblin II. (Vista lateral.)

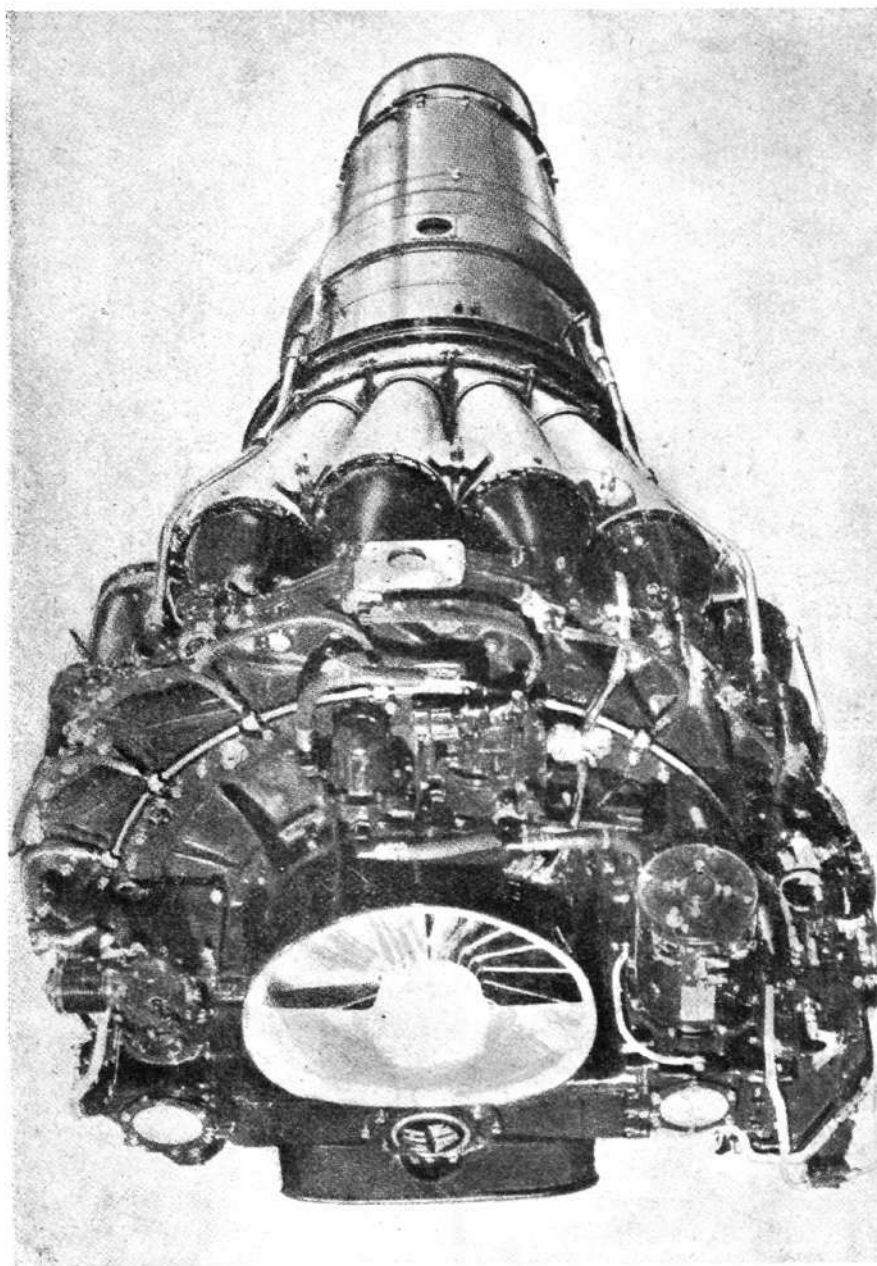


Fig. 7-1. — De Havilland Goblin II. (Vista en perspectiva.)

La combustión se realiza de un modo continuo, más o menos a presión constante. Las bujías (8) se necesitan solamente para la puesta en marcha, no disponiéndose en todas las cámaras puesto que están todas ellas conectadas entre sí por tubos a fin de igualar

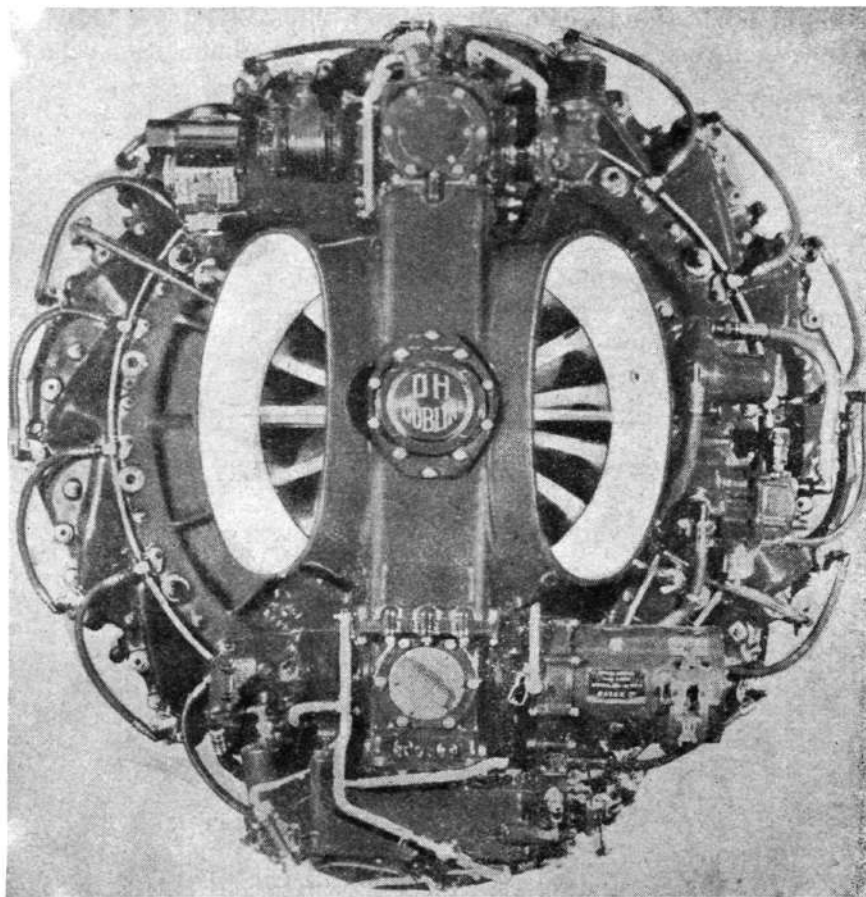


Fig. 8-I.—De Havilland Goblin II. (Vista anterior.)

las presiones, propagándose por ellos la llama durante el proceso de puesta en marcha, desde las que tienen bujía a las demás.†

El aire secundario, que no había penetrado en el interior del tubo de llamas, circula envolviéndolo y va introduciéndose en él por los orificios (7), homogeneizando la mezcla y rebajando la temperatura. Con esta disposición las cámaras son capaces de funcio-

nar correctamente con relaciones totales aire/combustible muy elevadas, con la ventaja, además, de estar rodeado el tubo de llamas de una capa de aire más fresco, que lo aísla del exterior disminuyendo las pérdidas de calor.

A régimen nominal la relación total aire/combustible varía muy poco de 60:1, siendo este número casi constante para todos los turborreactores. A medida que disminuye el régimen esta relación

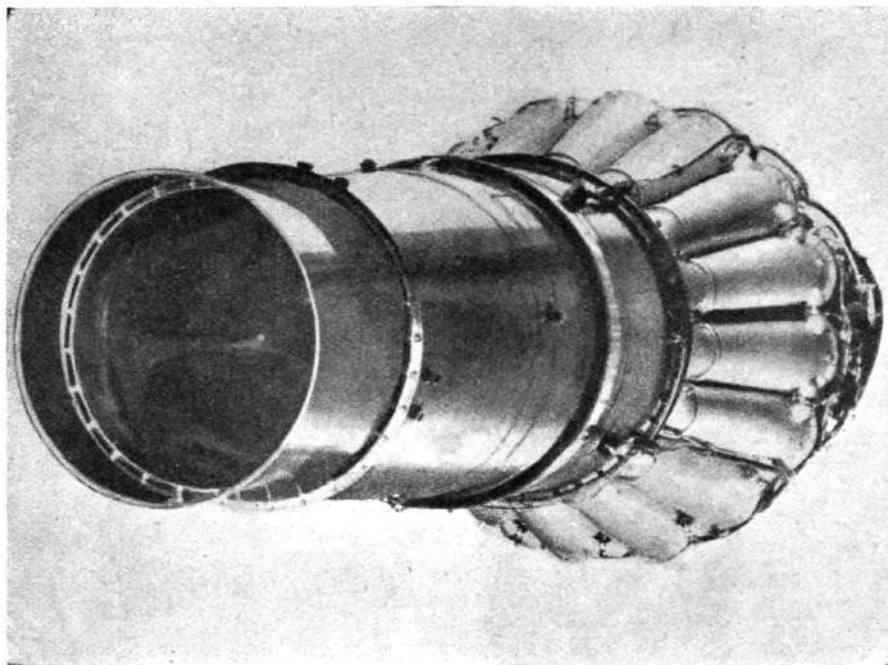


Fig. 9-I.—De Havilland Goblin II. (Vista posterior.)

aumenta, pudiendo alcanzar en condiciones de marcha lenta valores del orden de 150:1. Las cámaras son capaces de funcionar sin apagarse con relaciones aire/combustible incluso superiores a 300:1, debido a que en la parte anterior del tubo de llamas—zona donde se produce la combustión—los valores de dicha relación son mucho menores.

Los gases de escape, ya homogeneizados y sin puntos calientes que pudieran haberse producido por combustión retardada de partículas del combustible, llegan a la corona de álabes fijos de la tur-

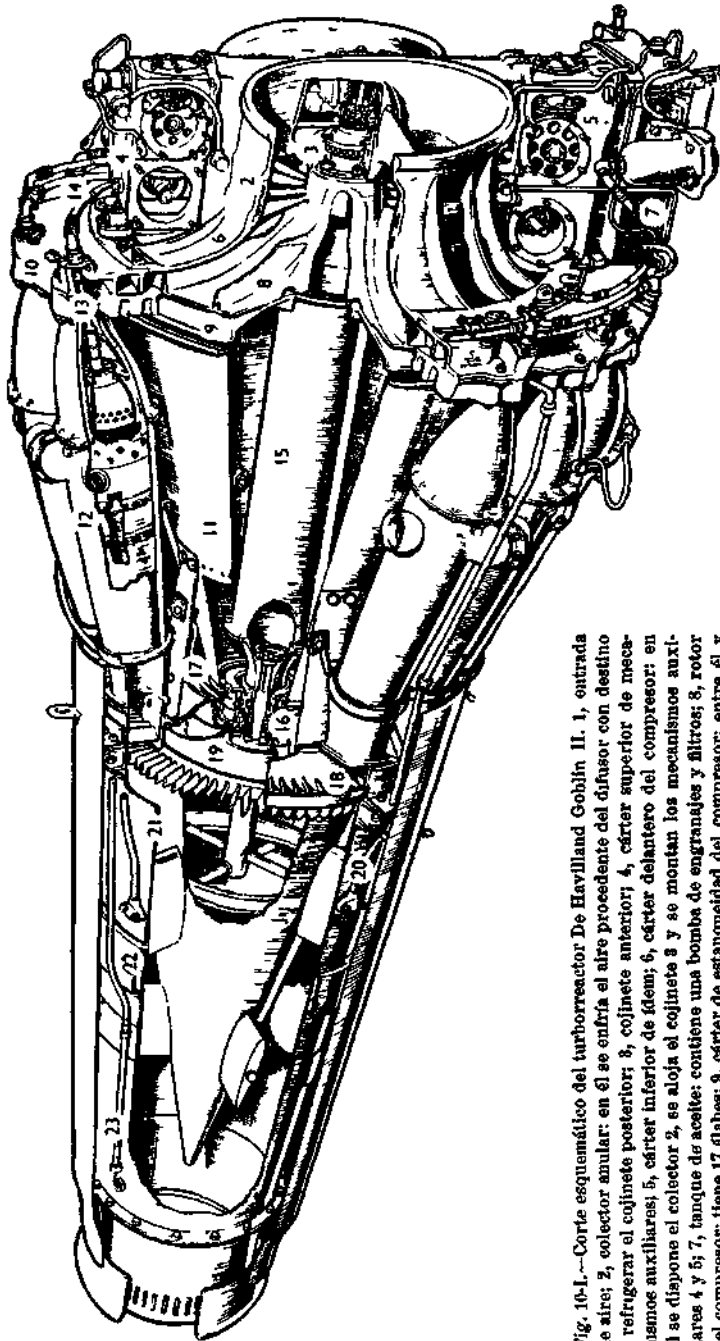


Fig. 10-I.—Corte esquemático del turborreactor De Havilland Goblin II. 1, entrada de aire; 2, colector anular: en él se entra el aire procedente del difusor con destino a refrigerar el cojinete posterior; 3, cojinete anterior; 4, cárter superior de mecanismos auxiliares; 5, cárter inferior de ídem; 6, cárter delantero del compresor: en él se dispone el colector 2, se aloja el cojinete 8 y se montan los mecanismos auxiliares 4 y 5; 7, tanque de aceite: contiene una bomba de engranajes y filtros; 8, rotor del compresor: tiene 17 flabes; 9, cárter de estanqueidad del compresor: entre él y la cara posterior del rotor se dispone un cierre de laberinto mediante estrías circulares mecanizadas en uno y otro lado; 10, difusor: tiene 16 conductos de descarga en las cámaras de combustión; 11, cárter central: soporte cónico fundamental del motor; 12, cámaras de combustión: compuestas de tubos de llamas y envoltentes; 13, conducción del inyector: penetra en las cámaras por su parte anterior; 14, rampa de alimentación; 15, eje principal o árbol motor; 16, cojinete posterior; 17, conducción de aire de refrigeración: lo lleva desde el colector anular 2 al cojinete posterior y cara delantera del rotor de la turbina; 18, directriz de la turbina: compuesta de 77 flabes; 19, disco de la turbina: con 83 flabes; 20, conducción de aire de refrigeración: viene desde el difusor con destino a enfriar la cara posterior del rotor de la turbina; 21, tobera de salida: tiene un cono interior provisto de un plato de cierre y un cárter envoltente, que en su parte final forma la tobera propulsora; 22, manguito por el que circula aire, a fin de que se caliente y se disponga de ella para calefacción; 23, termopares.

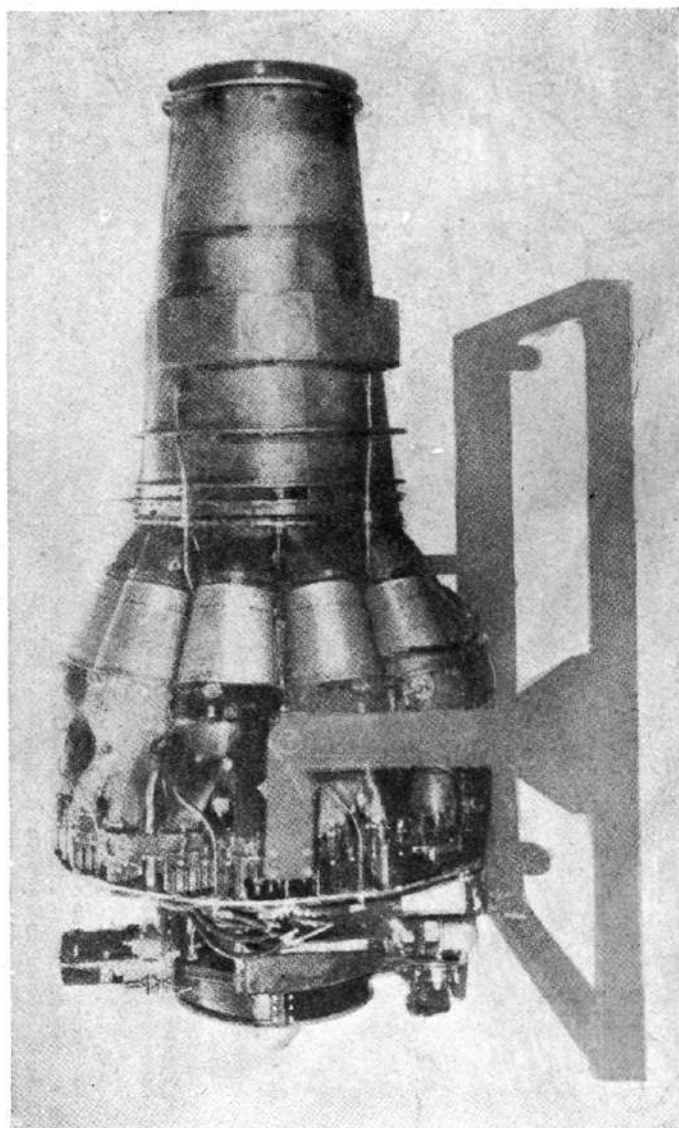


Fig. 11-1.—Fotografía del turborreactor De Havilland Ghost.

bina—la directriz—(9), en donde se produce la primera expansión. Debido a ella, la velocidad en los álabes móviles (10) del rotor (11) es considerable, incidiendo los gases con un ángulo apropiado. Las turbinas son del tipo de reacción, produciéndose, por tanto, una segunda expansión en los álabes móviles.

A través del árbol motor (14) la turbina suministra energía para accionar el compresor y los mecanismos auxiliares.

En la tobera de salida (12) los gases experimentan su última expansión, saliendo al exterior con gran velocidad y produciendo en esta forma el chorro propulsor.

El árbol motor (14) se apoya sobre cojinetes (15), en número de tres para nuestro caso. El central de bolas, a fin de soportar el empuje axial de la turbina, y los de los extremos de rodillos. En los turborreactores Rolls-Royce este árbol motor está formado por dos piezas ensambladas mediante corona y piñón (16).

De esta forma puede sacarse la turbina sin necesidad de tener que desmontar el motor de un modo completo. Esto facilita las revisiones de los álabes, órganos a los que hay que vigilar con frecuencia. No obstante, no puede cambiarse simplemente la turbina cuando los álabes se deterioran, ya que ella y el compresor están en conjunto equilibrados dinámicamente.

Por la parte anterior del compresor se suministra movimiento a los mecanismos auxiliares (18), bombas, dínamos, etc.; estando también situada en dicha parte anterior la conexión para el motor eléctrico de puesta en marcha.

En este motor el sistema de refrigeración empleado consiste en un ventilador (17), o compresor centrífugo de pequeña relación de compresión (1,2:1) montado sobre el árbol motor. Aspira el aire por las entradas (19), y tras refrigerar los cojinetes central y posterior y el rodete de la turbina, sale por (20) al exterior. Además de la refrigeración tiene otra misión este aire, que consiste en efectuar una presión de sellado sobre las juntas de laberinto de dichos cojinetes, disminuyendo de esta forma las pérdidas de aceite lubricante.



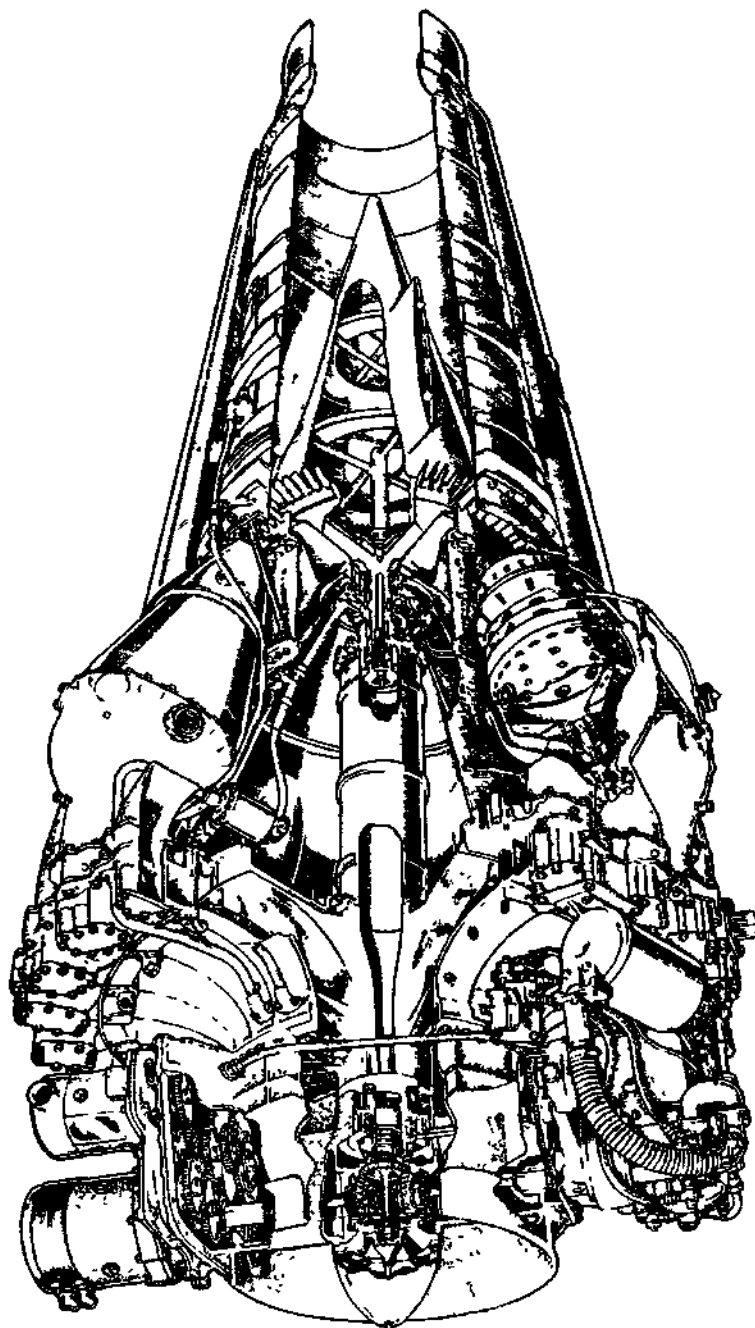


Fig. 12.1.— Corte en perspectiva del turborreactor De Havilland Ghost.

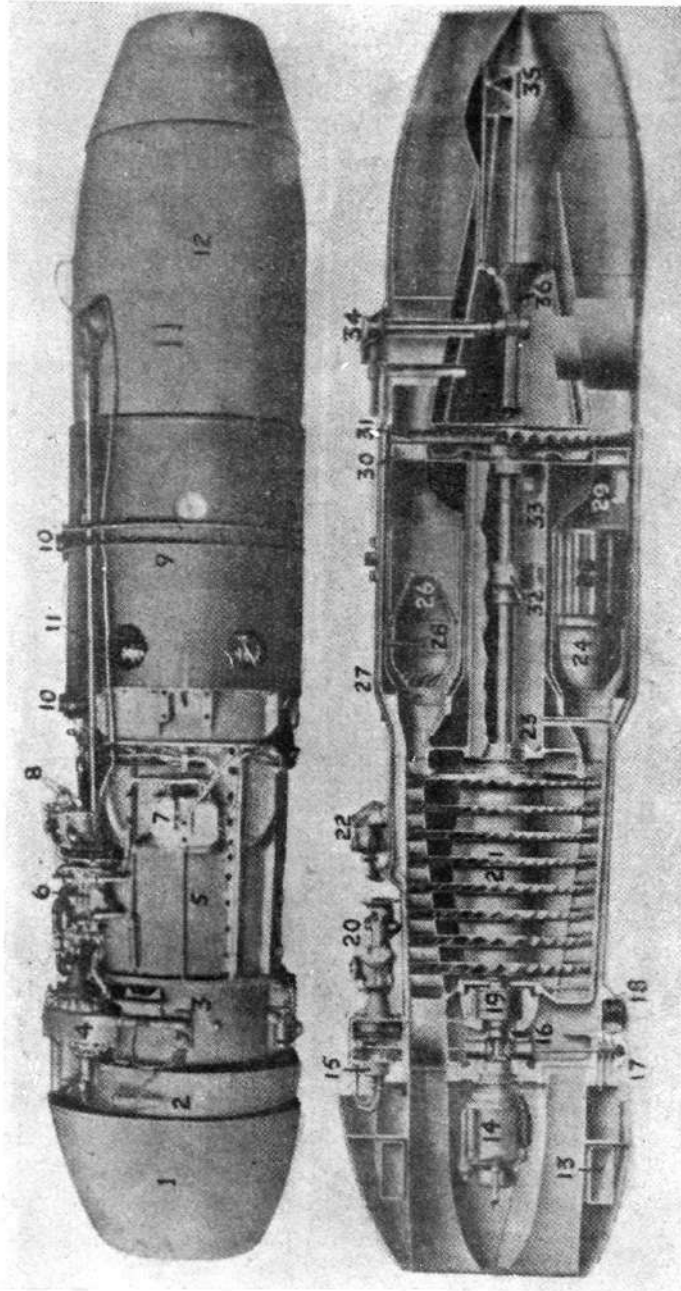


Fig. 13-1.—Turborreactor alemán de compresor axial Junkers-Jumo 004-B. 1, capotaje de refrigeración; 2, tanque de aceite; 3, cárter de entrada; 4, caja auxiliar de engranajes; 5, cárter del compresor; 6, servomotor; 7, dispositivo de encendido; 8, palanca de mando; 9, cárter exterior; 10, puntos de sujeción del motor; 11, eje de mando del cono móvil de la tobera de la salida; 12, cárter de la tobera de salida; 13, tanque anular de aceite; 14, motor de arranque; 15, bomba de inyección; 16, engranaje auxiliar de puesta en marcha; 17, bomba de aceite lubricante; 18, filtro de aceite; 19, cojinete delantero del compresor; 20, regulador del régimen; 21, rotor del compresor; 22, filtro de aceite; 23, cojinete posterior; 24, tubo de llamas; 25, manguito de las cámaras de combustión; 26, mezclador de rejilla de los gases de combustión; 27, cámara de combustión; 28, inyector; 29, cárter de entrada de la turbina; 30, director de la turbina; 31, rotor de la turbina; 32, cojinete anterior de la turbina; 33, fém posterior con bomba recuperadora de aceite; 34, engranajes de mando del cono móvil; 35, cono móvil en sentido longitudinal, a fin de poder variar el área de la tobera de salida; 36, soporte del cono móvil.

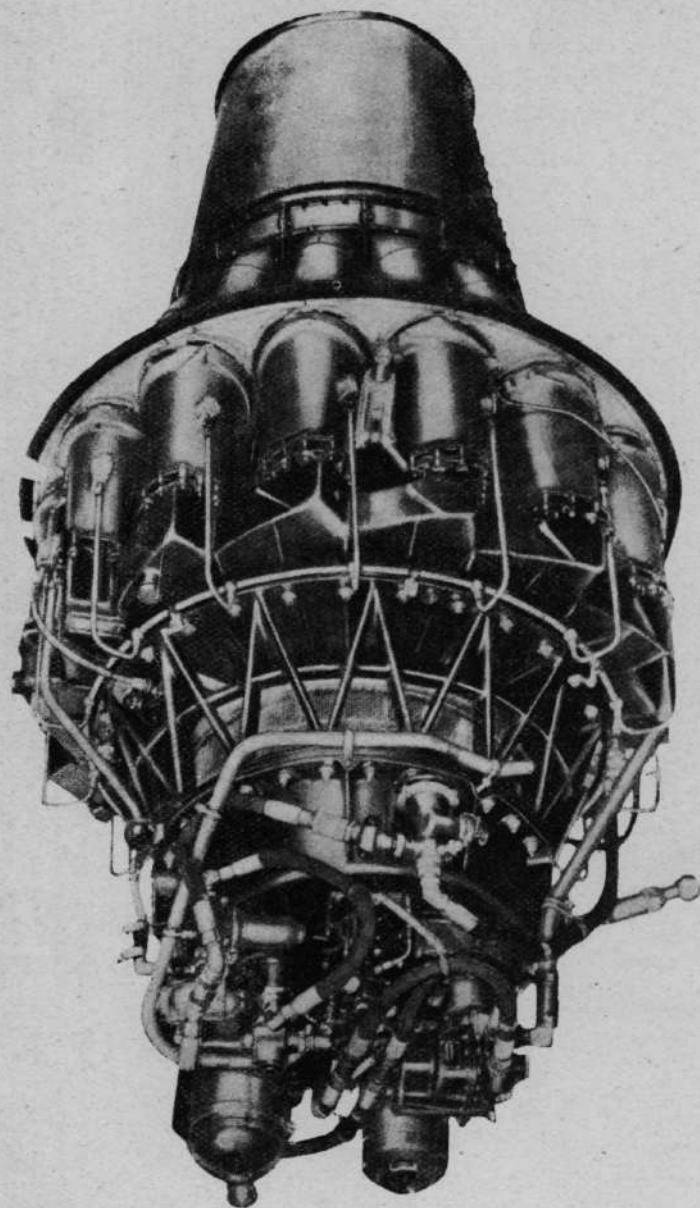


Fig. 14-1.—Fotografia del turboorreactor americano J-33 (modelo 400).

### Magnitudes características de funcionamiento

Vamos a mencionar el orden de presiones, temperaturas, velocidades, etc., que van adquiriendo los gases durante su recorrido en el motor. Nos referiremos exclusivamente a turborreactores de

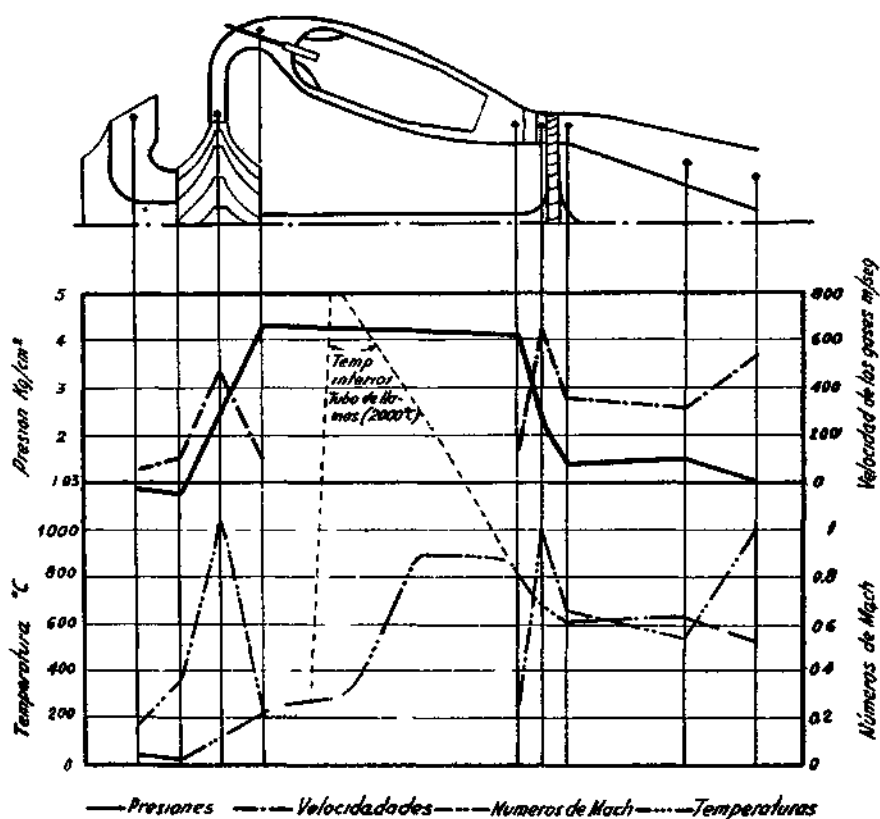


Fig. 15-1.—Presiones, velocidades, números de Mach y temperaturas en el interior de un turborreactor.

tipo moderno, utilizando compresores centrífugos con una relación de presiones igual o ligeramente superior a 4:1 y con valores de la relación aire/combustible del orden de 60:1. Además todos los datos los expondremos para condiciones de régimen nominal del motor.

Si el avión está inmóvil el compresor aspira el aire, producién-

dose una ligera depresión y enfriamiento en la admisión. Con el avión en vuelo, debido al defecto de toma dinámica, pueden llegar a producirse en la sección de entrada del compresor para muy grandes velocidades de avance, incrementos de presión y temperatura de hasta  $0,3 \text{ Kg/cm}^2$  y  $40^\circ\text{C}$ , respectivamente. En lo sucesivo, para los datos restantes supondremos que el avión está inmóvil y al nivel del mar, con valores normales de la presión y temperatura del aire exterior ( $1,033 \text{ Kg/cm}^2$  y  $15^\circ\text{C}$ ).

Para relaciones de compresión del orden de 4:1 a 4,25:1 se producen unos incrementos de temperatura en el compresor de unos  $180\text{-}200^\circ\text{C}$ , con lo cual el aire sale del difusor a  $205\text{-}215^\circ$  y a una presión de unos  $4,10 - 4,4 \text{ Kg/cm}^2$ . Estos incrementos de presión y temperatura corresponden, en forma aproximada, un 50 por 100 al rotor y un 50 por 100 al difusor.

Las velocidades de entrada en el compresor son del orden de los  $120\text{-}140 \text{ m/seg.}$ , resultando un número de Mach próximo a 0,4. Estos números están referidos a las velocidades absolutas de entrada, resultando para las relativas, que son mucho mayores, números de Mach del orden de 0,9. Esto supone una limitación en las características del compresor, pues al disminuir la temperatura cuando se aumenta la altura de vuelo pueden resultar números de Mach del orden de la unidad, con el peligro de la formación de ondas de choque en la canalización de los álabes del rotor.

Para obtener relaciones de compresión tan elevadas en un solo escalonamiento se hace preciso funcionar con grandes velocidades periféricas, superiores a los  $470 \text{ m/seg.}$  Las velocidades absolutas de salida en el rotor son de este orden, resultando ligeramente supersónicas. En el intersticio radial existente hasta el borde de ataque de los álabes del difusor la velocidad tangencial se amortigua, debido a la necesaria conservación del momento de la cantidad de movimiento. De esta forma se alcanzan dichos álabes con velocidades subsónicas, requisito imprescindible para que el difusor funcione sin formación de ondas de choque y pueda dar buen rendimiento.

En el difusor se amortigua en gran manera la velocidad entrando el aire en las cámaras de combustión con valores de ella inferiores a los  $100 \text{ m/seg.}$

Ya se indicó que la relación total aire/combustible suele variar poco de 60:1. Dentro del tubo de las llamas penetra el aire por su

parte frontal en una relación de 15-18:1, produciéndose una temperatura de combustión de unos 2.000 °C. A la salida de las cámaras, y debido a la mezcla con el aire restante, la temperatura ha bajado hasta unos 850-875 °C. La presión decrece también, pero en pequeña proporción, del orden de las 0,2-0,3 Kg/cm<sup>2</sup>.

Las velocidades y números de Mach son pequeños durante toda la fase de combustión. En la figura 15-1 se representan en forma punteada para dicha zona, ya que en ella la distribución de velocidades es muy irregular y variable de unos puntos a otros. En esa misma figura, la ley de variación de las temperaturas en la zona de combustión se ha representado por dos líneas: una, indicando las existentes en el interior del tubo de llamas, y la otra, el valor medio en cada sección entre la temperatura anterior y la del aire envolvente. El pequeño decrecimiento final del valor medio es producido por una pequeña expansión e incremento de energía cinética.

En la turbina los gases experimentan una gran expansión mayor en la directriz que en los álabes móviles del rotor. La presión cae hasta unos 1,4-1,6 Kg/cm<sup>2</sup> y la temperatura disminuye hasta 610-640°. La velocidad absoluta de salida de los gases en la directriz es muy elevada, superior a los 600 m/seg. Se dimensiona este órgano para que coincida aproximadamente con la velocidad del sonido a dicha temperatura. Como es lógico, la velocidad absoluta de salida en los álabes móviles es mucho menor, de unos 380 m/seg., lo que representa valores del número de Mach de 0,65 a 0,7, para el orden de temperaturas que se indicaron.

En la tobera de salida experimentan los gases su última expansión, pero no uniformemente en toda su longitud. Para reducir las pérdidas de rozamiento se dimensiona la tobera de forma que en toda su primera zona no disminuye o crezca ligeramente la presión del gas, a fin de que las velocidades de paso no sean demasiado elevadas en una gran parte de su longitud. Al final de ella, en la denominada por los ingleses «tobera propulsora», es donde se produce la expansión final, saliendo los gases con la presión ambiente, a una velocidad de unos 540-560 m/seg. y con una temperatura de unos 550-575 °C, viniendo a resultar un número de Mach igual a la unidad.

Como es natural, estas cifras citadas no son más que un orden de valores, pudiendo en otros tipos experimentar variaciones considerables.

**Otros datos numéricos. Empuje. Rendimiento. Potencia**

El empuje es proporcional al gasto de aire y, por tanto, depende en gran manera del tamaño del motor. En el Rolls-Royce Nene

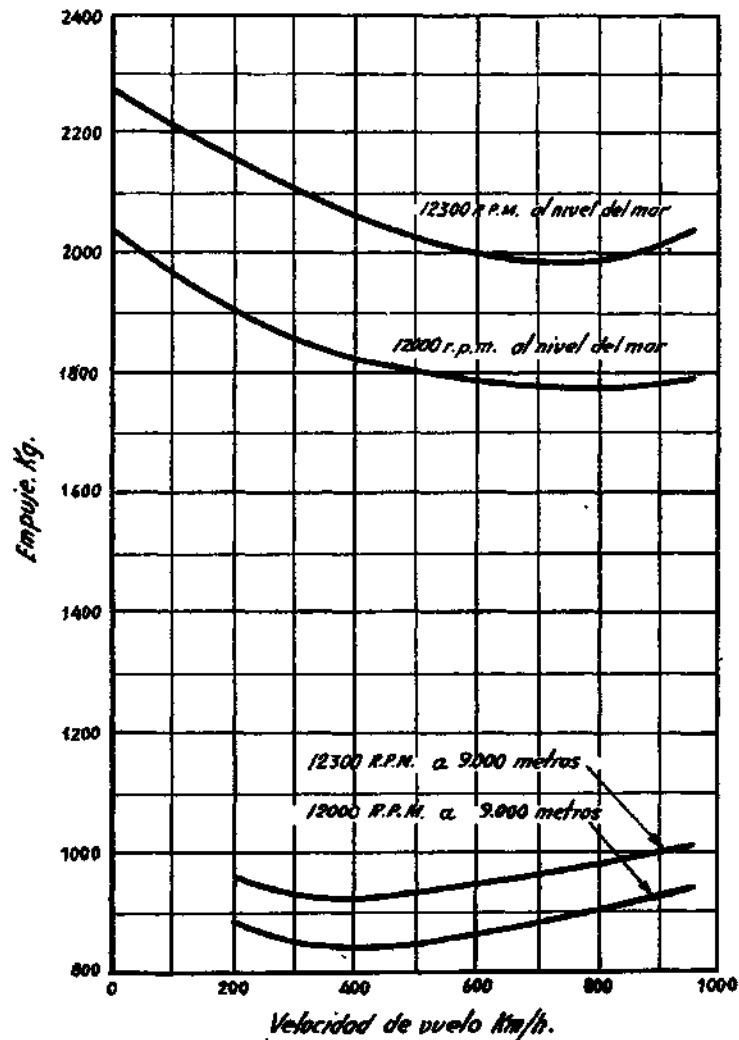


Fig. 16-I.—Variación del empuje con la velocidad y altura de vuelo en el turborreactor Rolls-Royce Nene.

y en el Havilland Ghost, dos turborreactores de elevadas características, se ha llegado a un valor de 2.270 Kg. Para conseguir esta

cifra se han necesitado gastos de aire del orden de los 40 Kg/seg., lo que supone más de 10.000 CV. de potencia gastados en la compresión.

El empuje decrece con la velocidad hasta unos 600 u 800 Km/h., según los tipos, y a partir de este punto crece indefinidamente, pudiendo llegar a superar el valor inicial (fig. 16-I). Con la altura disminuye notablemente, aproximadamente en la misma forma que decrece la densidad del aire ambiente; pero se acusa más que en el suelo el incremento proporcionado por la velocidad, pudiendo llegar a desaparecer la fase inicial de disminución del empuje.

El régimen máximo de estos motores es muy variable de unos a otros. Usualmente tiene valores comprendidos entre 10.000 y 14.000 r. p. m., cuando se emplean compresores centrífugos, y con valores algo más reducidos (7.000 a 10.000

r. p. m.) cuando los compresores son axiales. Pero esto solamente en forma general, pues depende de muchas cosas y, esencialmente, del tamaño del motor. A medida que el turborreactor es de menor potencia, mayor ha de ser su régimen de trabajo. Por ejemplo, el turbohélice Mamba de la casa Armstrong Siddeley, de potencia media y de compresor axial, tiene ya un régimen máximo de 14.500 r. p. m., mientras que el turborreactor americano Boeing, de solamente 70 Kg. de empuje, tiene un régimen de 36.000 r. p. m.

El empuje disminuye rápidamente con el régimen (fig. 17-I), así

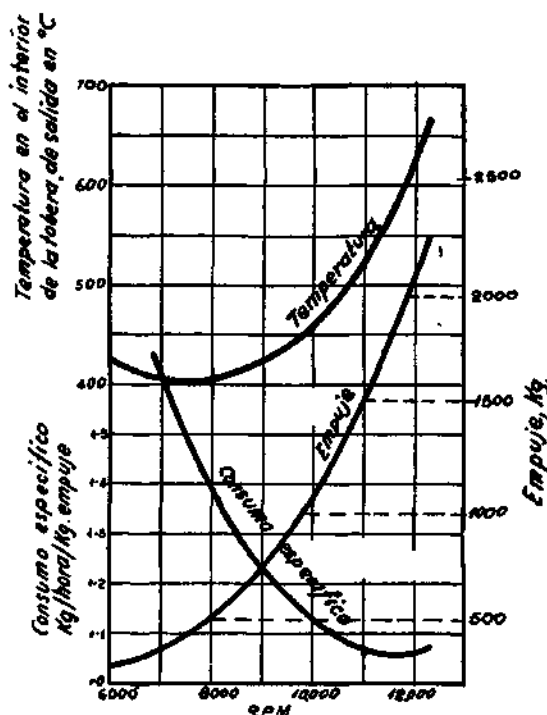


Fig. 17-I.—Variación del empuje, consumo específico y temperatura de los gases en el interior de la tobera de salida en función del régimen. Son curvas obtenidas sobre banco de pruebas en el turborreactor Rolls-Royce Nene.



como la temperatura de los gases de escape. Aunque estos motores están diseñados para condiciones de régimen máximo, no es en este punto en el que se produce el mínimo de consumo específico, como fácilmente se puede observar en la citada figura. Esto es debido a que dicho consumo específico está expresado en Kg/hora/Kg de empuje, interviniendo en su valor las características propulsoras. Cuando el régimen es el máximo, el rendimiento termodinámico del motor es máximo también, por serlo el de sus órganos, pero no lo es el empuje por kilogramo de combustible, ya que también dependen de la relación aire/combustible. Esta última aumenta cuando disminuye el régimen, beneficiando al principio el empuje por kilogramo, es decir, disminuyendo el consumo específico.

El régimen de marcha lenta es muy elevado en los turborreactores, por encima de las 2.500 ó 3.000 r. p. m. Esto es debido a las malas condiciones de combustión e inyección que se producen con regímenes bajos y a la disminución de los rendimientos orgánicos. Tampoco responden muy bien a las aceleraciones, necesitándose algunos segundos para pasar del régimen lento al máximo. Esto obliga a no reducir por completo la marcha del motor cuando el avión se aproxima a tierra, por si hubiera necesidad de acelerarlo para ganar nuevamente altura. Debido a la rápida disminución del empuje con el régimen, puede planearse con el motor a media marcha, salvando de esta forma el inconveniente señalado.

El combustible utilizado es el keroseno de aviación, que corresponde a un producto intermedio entre la gasolina y los combustibles pesados. En general, pueden definirse los kerosenos como los productos que destilan entre 150 y 250 °C, coincidiendo, en realidad, con el petróleo del alumbrado, aunque se exigen para los de aviación unas ciertas condiciones de refinación. Cuando se parte de un crudo normal, sin elevadas proporciones de combustibles aromáticos o de azufre, no es preciso refinar los kerosenos que se obtengan, pudiendo utilizarse directamente en los turborreactores. Hay varios tipos, teniendo uno de los más comunes una densidad de 0,806 y un poder calorífico inferior de 10.310 Kcal/Kg. Mezclando con el keroseno aceite lubricante en una proporción del 1 por 100, no se necesita engrase para la bomba de inyección que haya de impulsarlo.

El rendimiento termodinámico del motor, o relación entre el incremento de energía cinética producido y el calor suministrado

por el combustible, no es muy elevado; del orden de 0,18 a 0,21, aumentando con la velocidad y altura de vuelo.

La potencia del motor hay que medirla de acuerdo con la energía cinética producida en la unidad de tiempo. La relación peso/potencia alcanza valores mucho más bajos que los de un motor usual, pudiendo llegar a ser inferior a 0,10 Kg/CV. Esto es debido a la organización tan sencilla del motor, compuesto únicamente de órganos giratorios, los cuales, al funcionar con grandes velocidades, incompatibles con los movimientos alternativos, permiten obtener mucha más potencia que la conseguida en un motor de cilindros de peso análogo.

Por el carácter que presenta la potencia de los turborreactores es más frecuente referirse a la potencia útil, igual al producto del empuje por la velocidad de avance. La relación entre la potencia útil y la potencia del motor es el rendimiento de la propulsión. Este rendimiento tiene valores bastante bajos mientras las velocidades de vuelo no son muy grandes, pero llega a superar el de una hélice por encima de los 800 y 850 Km/hora.

## ORGANOS Y SISTEMAS DE LOS TURBORREACTORES

### Compresores centrífugos

Dos tipos fundamentales de compresores se vienen empleando indistintamente en los turborreactores: los centrífugos y los axiales. Los primeros, aunque en mucha mayor escala, son de constitución análoga a la de un compresor de sobrealimentación de un motor de cilindros. En la actualidad se consiguen con ellos relaciones de compresión superiores a 4:1 en un solo escalonamiento, para lo cual se ha hecho necesario llegar a muy grandes velocidades periféricas de más de 470 m/seg. Si esto se une a los considerables gastos de aire, resulta que las potencias gastadas en la compresión son enormes, superiores a veces a los 10.000 CV, como ya se mencionó.

Se vienen utilizando indistintamente dos clases de compresores centrífugos: con una cara activa o con dos, según que se dispongan los álabes en uno o en los dos lados del rotor. Este último tipo, empleado en los turborreactores Rolls-Royce, tiene la ventaja de que a igualdad de gasto tiene menor sección frontal. A primera

vista podría parecer que esta reducción podría ser del 50 por 100, ya que a igualdad de diámetro el de dos caras proporciona doble gasto que el otro, pero el problema no puede plantearse en esta forma al intervenir la relación de compresión, que es función de la

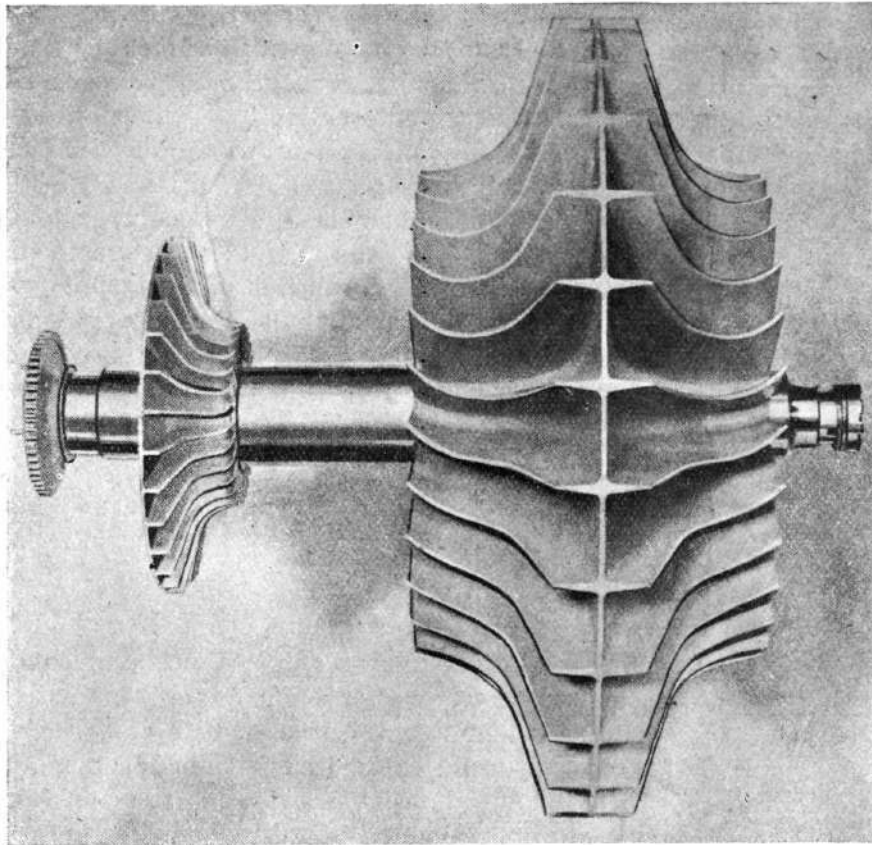


Fig. 18-I.—Fotografía del rotor del compresor del Rolls-Royce Nene.

velocidad periférica del rotor. A igualdad de gastos de aire y de relaciones de compresión, resulta un mayor régimen y un menor diámetro para el compresor de dos caras activas, lo que se traduce en una menor sección frontal y algo de menor peso. Por ejemplo, en el Rolls-Royce Nene y en el Havilland Ghost, dos turborreactores de características análogas (2.270 Kg. de empuje y unos 40 Kg/seg de gasto de aire), pero utilizando diferentes tipos de

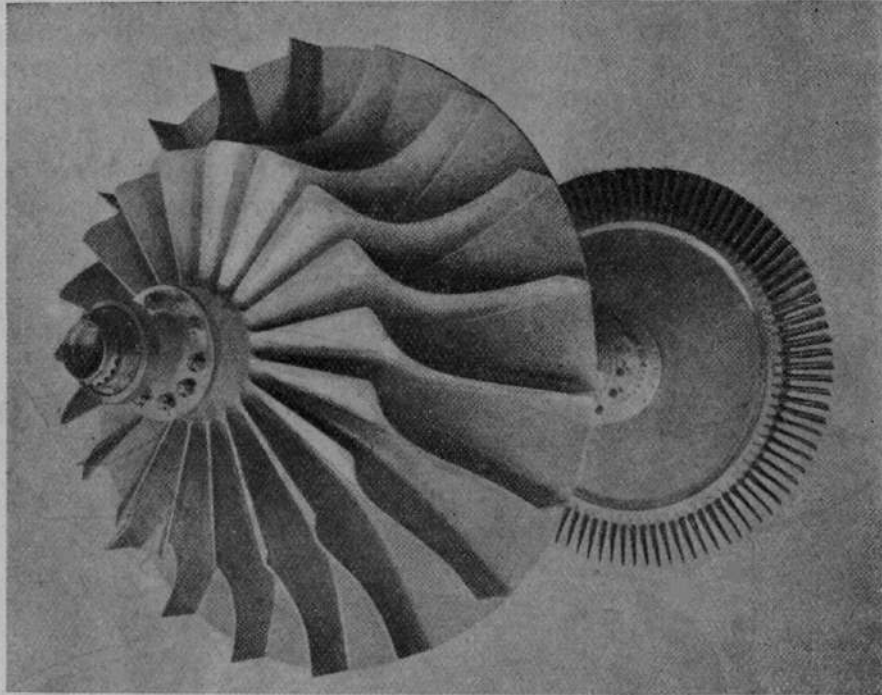


Fig. 19-I.—Fotografía del rotor del compresor del De Havilland Ghost.

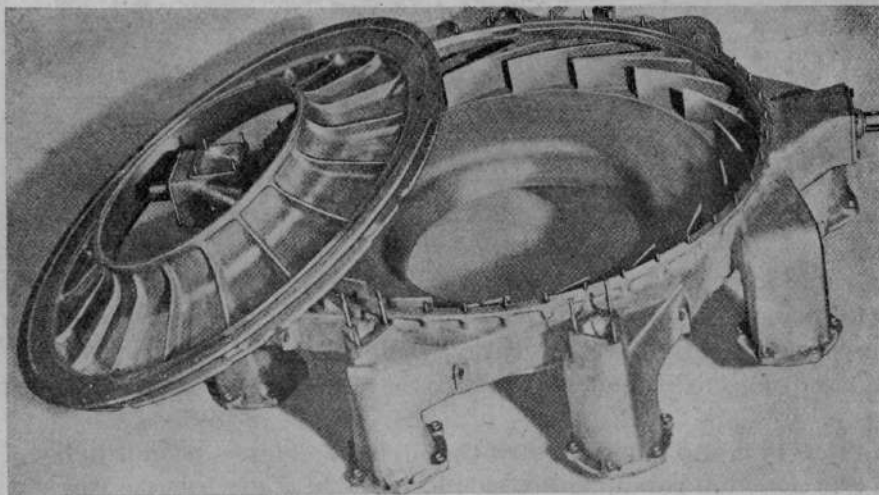


Fig. 20-I.—Conjunto difusor del Rolls-Royce Nene.

compresores, resultan 18,3 kilogramos de empuje por decímetro cuadrado de área frontal para el primero y solamente 16 para el segundo, siendo las relaciones peso/empuje de 0,33 y 0,40, respectivamente. Por otra parte, los compresores de una sola cara aprovechan mejor la toma dinámica de aire. Además, permiten el equilibrado entre el empuje propio y el de la turbina. El cierre de laberinto situado en la cara posterior del compresor se coloca con

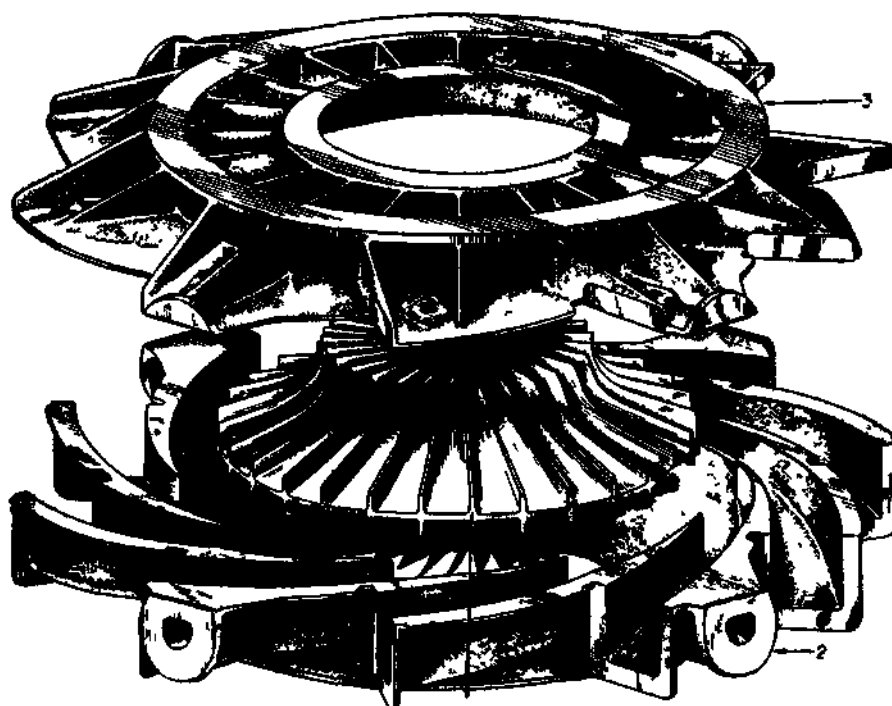


Fig. 21-I —Compresor del turborreactor General Electric I-16 1, rotor, 2, difusor y cárter inferior, 3, cárter superior.

un radio adecuado, a fin de que se realice aproximadamente este equilibrio, con lo cual no hace falta utilizar cojinetes dimensionados para soportar elevadas cargas axiales. Otra ventaja de este tipo de compresores es que es más fácil su fabricación y son de menor coste.

Tanto en uno como en otro tipo debe atenderse primordialmente a la cuestión rendimiento, siendo esencial conseguir valores elevados de él. Todos los fabricados en la actualidad son de álabes

montados en disposición semicerrada, es decir, fijos al disco del rotor pero sin recubrimiento, siendo ésta la mejor forma para con-

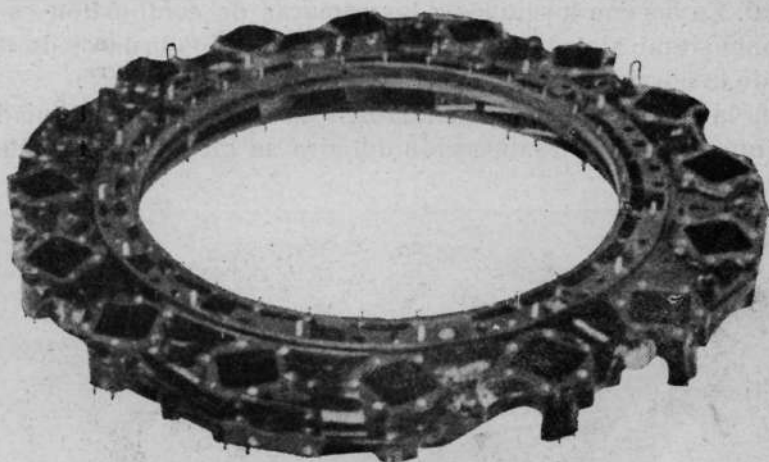


Fig. 22-I.—Difusor y cárter de unión en el De Havilland Goblin II.

seguir altos rendimientos funcionando con elevadas velocidades periféricas.

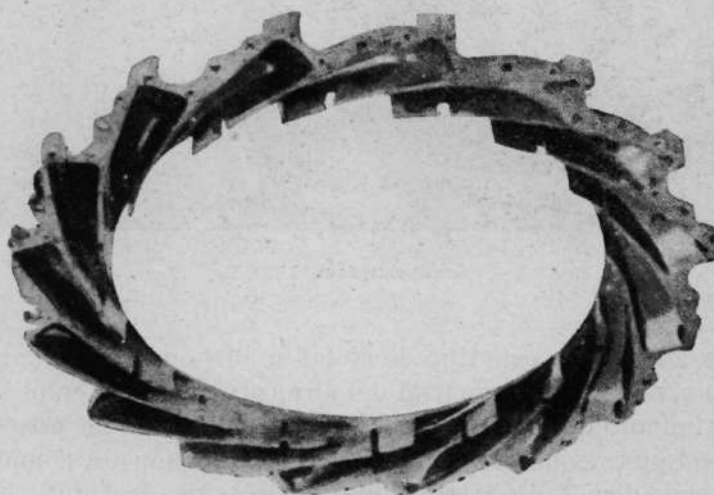


Fig. 23-I.—Interior del cárter del difusor en el De Havilland Goblin II.

Los álabes presentan también curvatura en la entrada, con objeto de conseguir una admisión sin choques, siendo su ángulo de salida de  $0^\circ$ , o sea, en el sentido del radio.

En todos ellos se utilizan difusores de álabes perfilados, los mejores para conseguir buen rendimiento con el mínimo de área frontal. En las conducciones a las cámaras de combustión es conveniente situar aletas-guías en todos los cambios bruscos de dirección de la corriente.

En la tobera de entrada también se colocan aletas guiadoras para que el cambio de dirección del aire se efectúe gradualmente.

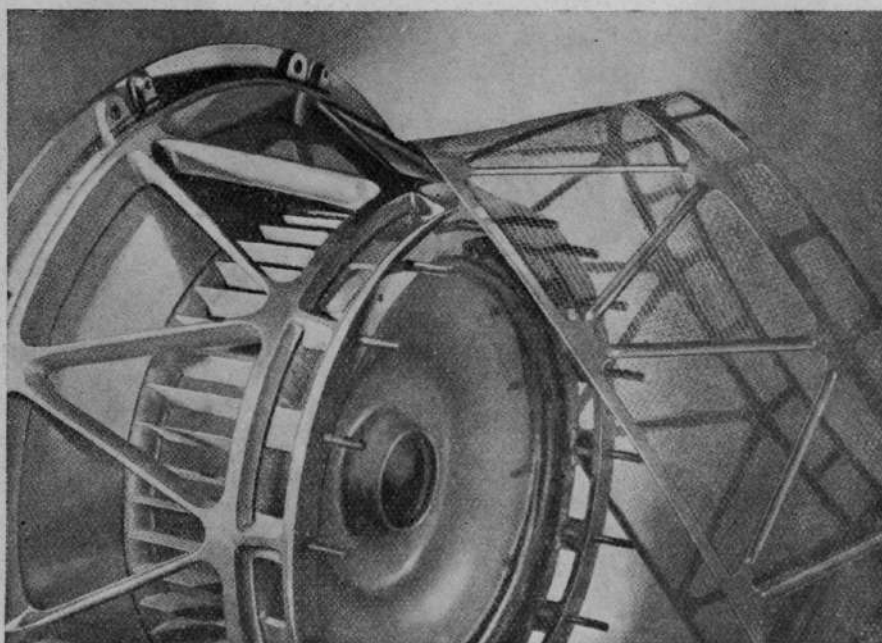


Fig. 24-I.—Tobera de entrada en el Rolls-Royce Nene.

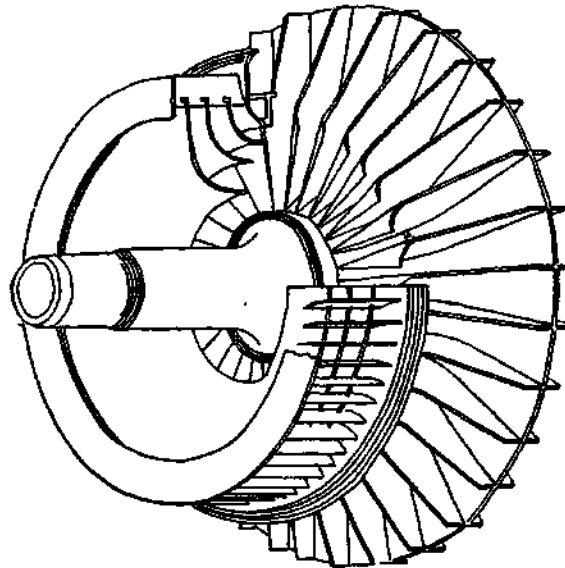
A veces, además de este tipo de aletas se disponen otras para producir una velocidad tangencial del aire (pre-rotación) en el sentido del movimiento de giro del rotor (figs. 24-I y 25-I). De esta forma, a costa de una pequeña disminución de la relación de compresión, se consigue disminuir la velocidad relativa de entrada, factor de gran importancia por ser imprescindible funcionar en todas las condiciones con números de Mach en la entrada inferiores a la unidad. Los compresores centrífugos se fabrican de aleación ligera, de composición parecida a la que tiene la R. R.-56.

Se construyen mediante forja y posterior mecanizado en máqui-

nas especiales. El pulimento de las superficies por donde circula el aire es de gran importancia, mejorando notablemente el rendimiento cuando se obtienen con un grado perfecto de acabado.

El cárter se fabrica con aleaciones de aluminio de moldeo, empleándose a veces las ultraligeras de magnesio en algunos elementos de unión.

Los turborreactores Rolls-Royce Derwent V y Nene, De Havi-



Fl. 25-1.—Dibujo esquemático de la tobera de entrada de un turborreactor Rolls-Royce. En ella pueden apreciarse los dos sistemas de aletas guías de la corriente de aire.

lland Goblin y Ghost, Allison 400, Boeing, etc., utilizan estos tipos de compresores.

### Compresores axiales

Los compresores de circulación axial se conocen desde hace bastantes años, datando aproximadamente de primeros de este siglo cuando se fabricaron sus primeros modelos.

Su funcionamiento es aproximadamente el inverso del de una turbina de reacción. El aire circula paralelamente al eje del compresor (de aquí su nombre), aumentando las velocidades absolutas



en los álabes del rotor y disminuyendo en los del estator (fig. 26-I).  
Antiguamente no se obtenían en ellos buenos rendimientos,

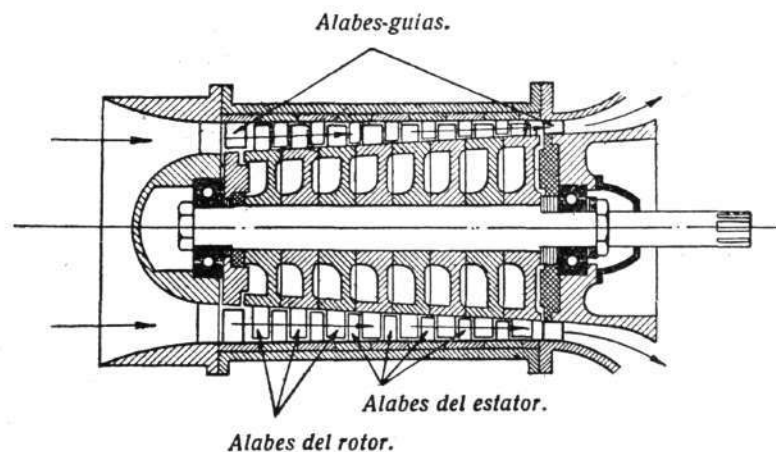


Fig. 26-I —Esquema de un compresor de circulación axial.

pero en la actualidad se consiguen valores superiores al 85 por 100.  
Esto, unido a la pequeña área frontal con que pueden proyectarse,

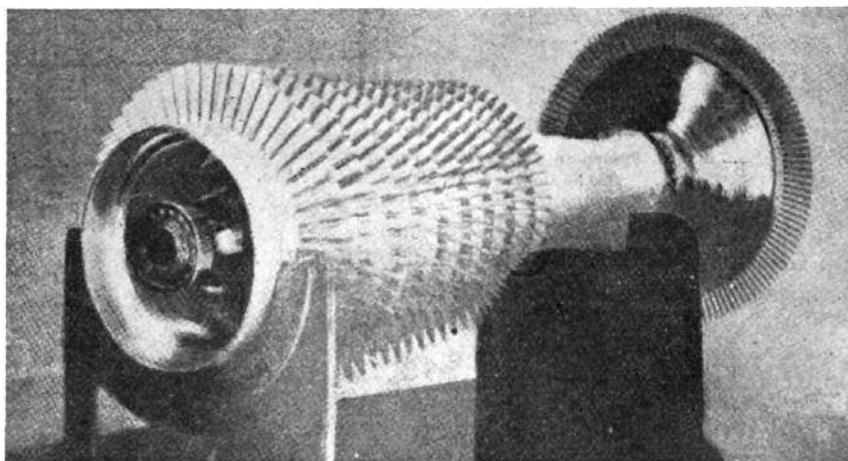


Fig. 27-I.—Rotor del compresor axial del Metropolitan Vickers F 2/4.

hacen que tengan una gran aplicación en los turborreactores y turbohélices.

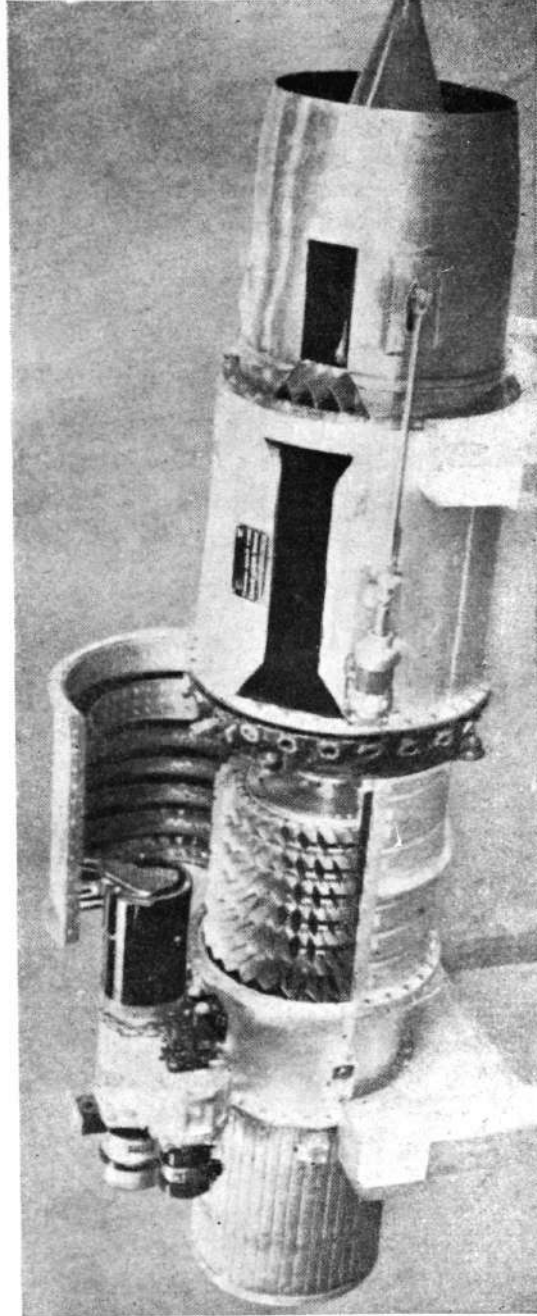


Fig. 28-1.—Fotografía del turborreactor americano Westinghouse B. 19. En ella puede apreciarse el rotor y el estator de su compresor axial de seis escalonamientos.

Los alemanes se orientaron en la aplicación casi exclusiva de este tipo de compresor. Así, en los Jumo 004, B. M. W., etc., fueron utilizados. En cambio, los ingleses, en sus primeros tipos de turbo-reactores, emplearon los compresores centrífugos. En la actualidad se utilizan indistintamente ambos tipos.

Los compresores axiales son bastante mejores en cuanto a características funcionales. Como hemos dicho, se logran en ellos con facilidad rendimientos superiores a 0,85, mientras que no puede esperarse sobrepasar de 0,75 en los centrífugos. Quizá su más im-

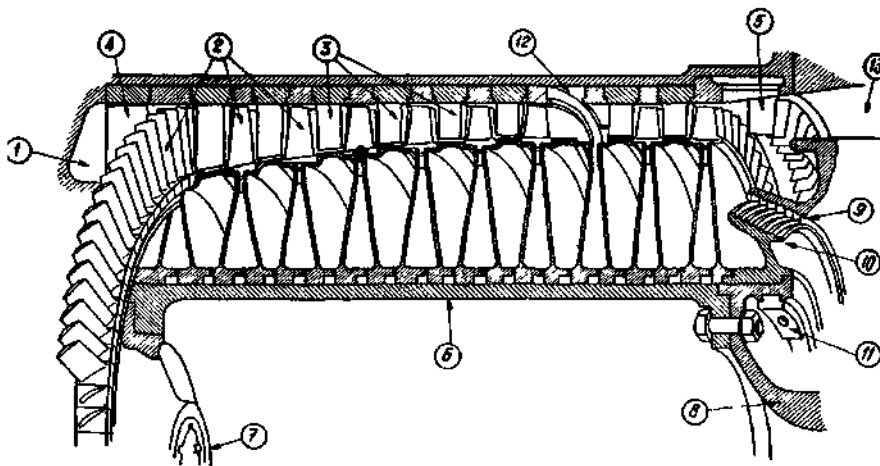


Fig. 29-I.—Corte esquemático del compresor del Mamba. 1, entrada del aire; 2, álabes del rotor; 3, álabes del estator; 4, álabes guías de entrada; 5, álabes guías de salida; 6, tambor o cilindro soporte; 7, acoplamiento del eje de la hélice; 8, acoplamiento del eje de la turbina; 9, cierre de laberinto; 10, igualador de empuje axial; 11, pesos para el equilibrio; 12, álabes desmontados para mostrar su alojamiento; 13, salida del aire.

portante ventaja consista en la gran disminución que se logra del área frontal del motor. Basta señalar que se sobrepasan en ellos los 25 kilogramos de empuje por decímetro cuadrado de área frontal, contra los 16 ó 18 de los turbo-reactores que utilizan compresores centrífugos, aunque éstos sean de dos caras activas.

En cambio, presentan la desventaja de su mucho más larga y costosa fabricación. Es suficiente considerar que en ellos se sobrepasa con facilidad el millar de álabes. Otra desventaja consiste en su mayor longitud, por ser necesario utilizar un gran número de escalonamientos para conseguir relaciones de compresión del orden de 4:1 ó 5:1. Este inconveniente podría evitarse disponiendo una circu-

lación invertida del aire, como en el turbohélice Armstrong Siddeley Python (figs. 30-I y 31-I). Claro que de esta forma se aumenta la sección frontal del motor al tener que disponer las cámaras rodeando el compresor.

También puede señalarse como inconveniente que no tienen

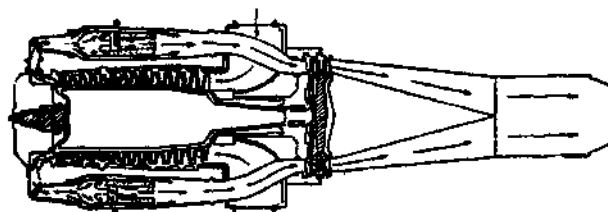


Fig. 30-I.—Esquema de la circulación de gases en el turbohélice A. S. X.  
(En la A. S. Python es completamente análogo.)

mucha flexibilidad para trabajar en condiciones variables de gastos y relaciones de compresión, inconveniente que podría evitarse de un modo completo, si se encontrase un dispositivo mecánico sencillo que permitiese cambiar la orientación o paso de los álabes, de acuerdo con el régimen de funcionamiento.

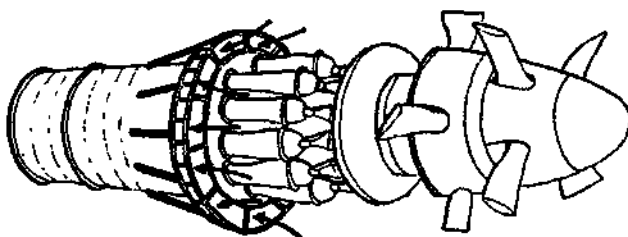


Fig. 31-I.—Toma de aire en el turbohélice Armstrong Siddeley Python.

Otras desventajas no tan importantes consisten en su proyecto, que es más difícil, no poseyéndose en la actualidad tanta experiencia sobre ellos como de los centrífugos. Por último, también puede decirse que son algo menos robustos y más sensibles a los deterioros.

Los álabes son perfilados, y aunque puede utilizarse para su construcción la aleación ligera o el acero, se emplea con más frecuencia la primera. Se fabrican mediante diferentes procedimientos:

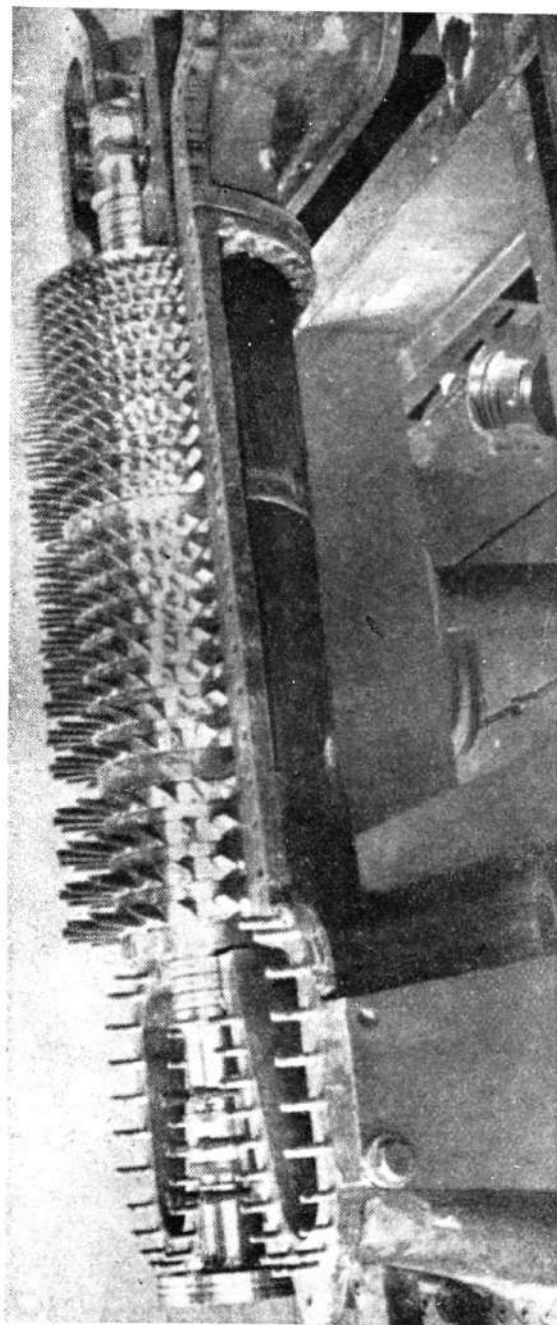


Fig. 3-1.—Compresor axial para instalación fija de 24 escalonamientos, con una relación de compresión de 6:1 y un gasto de 850 m<sup>3</sup>/minuto.  
(Del *Ingeniero Westinghouse*)

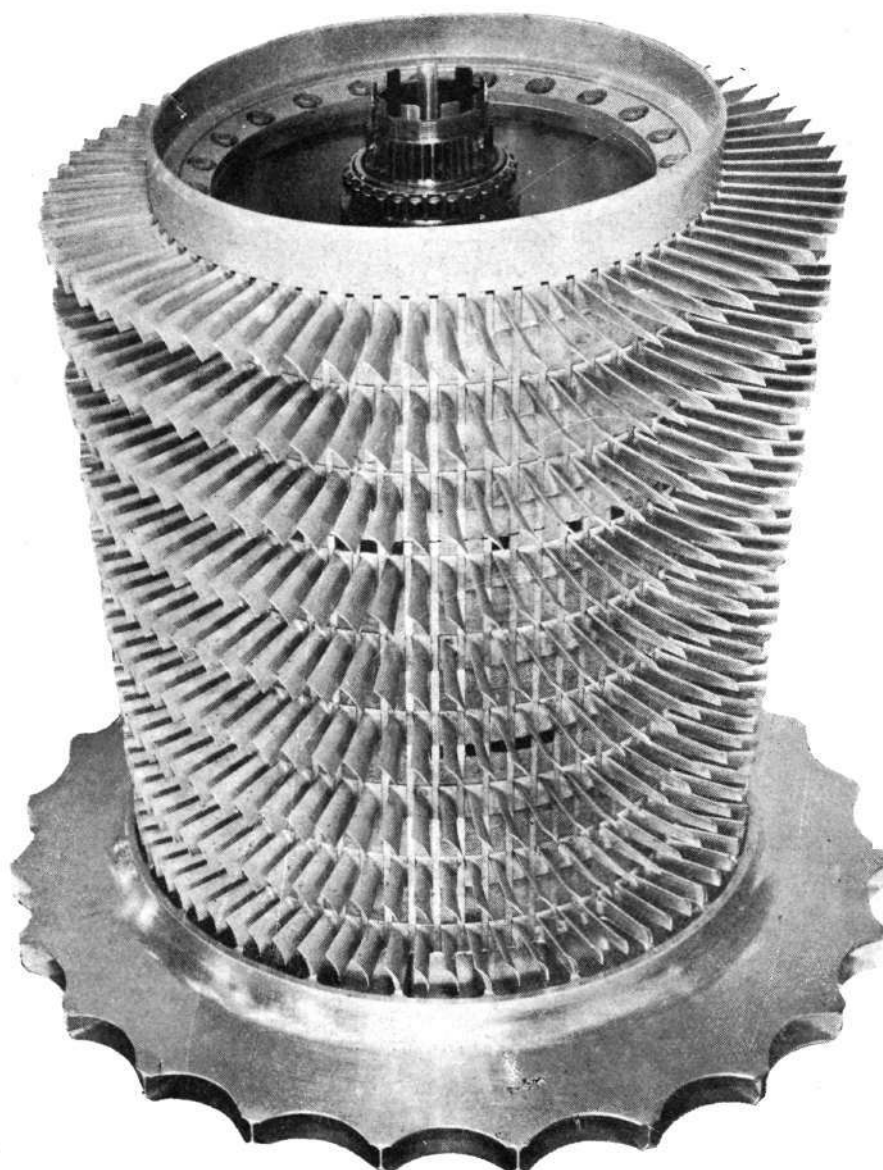


Fig. 33-I.—Rotor mixto del compresor del turbohélice Bristol Theseus.

fundidos en molde de piedra artificial por el método del «molde de cera perdido»; estampados y mecanizados; e incluso se fabrican actualmente mediante una estampación muy perfecta, que permite terminarlos con una fase de pulido, no necesiéndose mecanizado nada más que en la raíz y en algunos casos en el extremo (álabes del Mamba).

Utilizan este tipo de compresores los turborreactores Metropolitan Vickers, Westinghouse B-19, General Electric TG-180, etc., y en los turbohélices Armstrong Siddeley Python y Mamba, Bristol Theseus y Proteus, Napier Naiad, TG-100, etc.

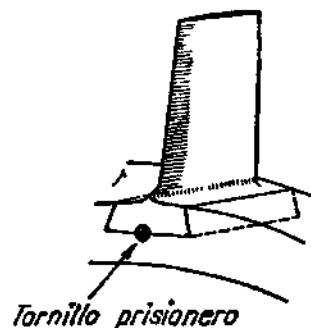


Fig. 34-I.—Sujeción de los álaves en el compresor del J-404 B.

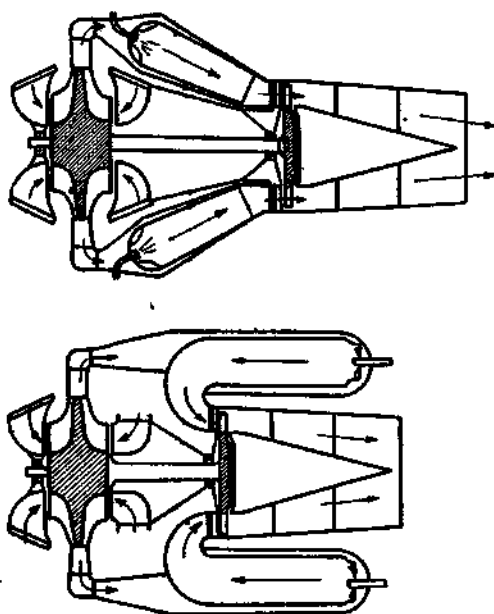


Fig. 36-I.—Comparación esquemática de turborreactores provistos de cámaras de circulación directa e invertida.

### Cámaras de combustión

Las cámaras de combustión han sido uno de los elementos sobre los que más experimentación se ha realizado, hasta que se ha podido conseguir el alto rendimiento que actualmente tienen. Han de realizar la combustión de un modo completo, evitando que lleguen partículas de combustible inflamadas a la turbina, que tendrían efectos destructores sobre los álaves. Además, los gases deben alcanzar la directriz lo más homogeneizados posible y en las mismas condiciones a lo largo de su contorno. Deben evitarse los depósitos carbonosos y procurar que la combustión se realice con las menores pérdidas posibles de presión.

Deben evitarse los depósitos carbonosos y procurar que la combustión se realice con las menores pérdidas posibles de presión.

Hay dos tipos fundamentales de cámaras, según como sea el sentido de la corriente de los gases: las de flujo inverso y las de

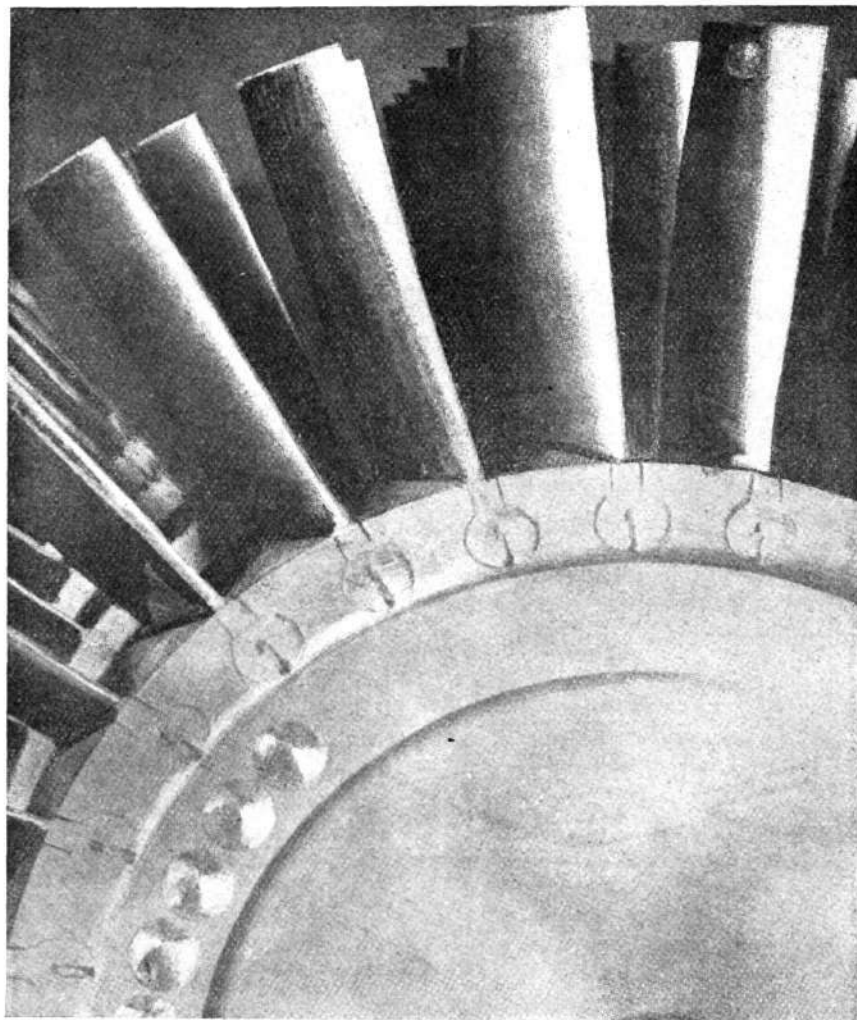


Fig. 35-I.—Sujeción de los álabes en el compresor del Westinghouse B-19.

flujo directo. En la figura 36-I están representados esquemáticamente ambos tipos. Las de flujo inverso se utilizaron en los motores Whittle y en los primeros modelos derivados de ellos. Su



principal ventaja es que con este sistema se reduce la longitud del árbol motor y, por tanto, las dimensiones del turborreactor. También en este tipo de cámaras se compensan las dilataciones, fenó-

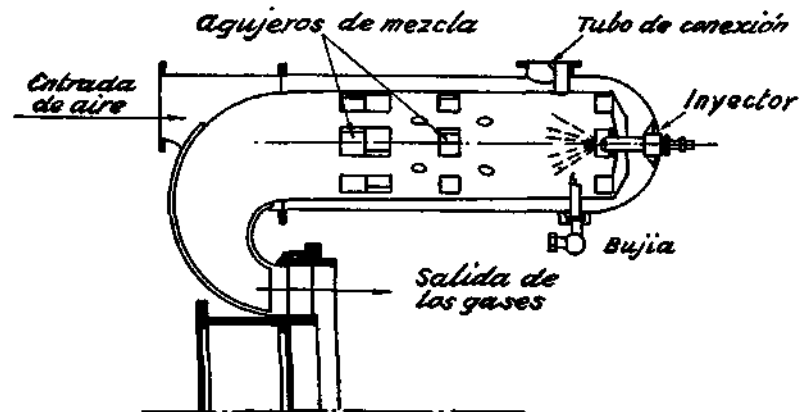


Fig. 37-I.—Cámara de circulación inversa de la Power Jets (año 1945, tipo núm. 102).

meno al que debe atenderse en las de flujo directo, en las que hay que colocar una junta de dilatación. Por otra parte, son de peor rendimiento al ser en ellas más elevadas las pérdidas por rozamien-

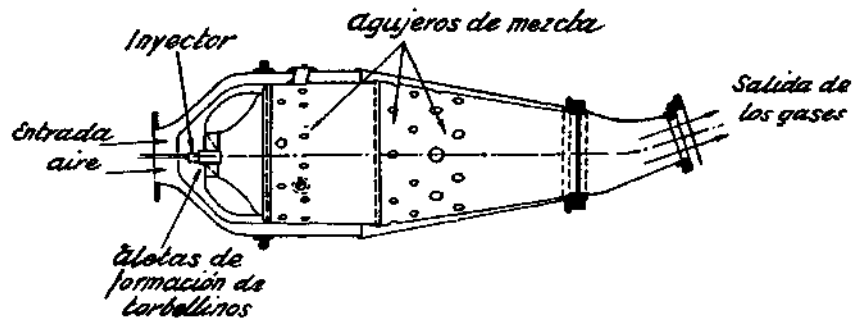


Fig. 38-I.—Cámara Lucas, de circulación directa, para el Rolls-Royce Derwent (año 1945).

to, debido a su mayor longitud, teniendo también mayor tendencia a que se formen depósitos de carbonilla. Además, son de construcción más cara y laboriosa y, generalmente, algo más pesadas y voluminosas. Por estas razones, han sido abandonadas, utilizándose

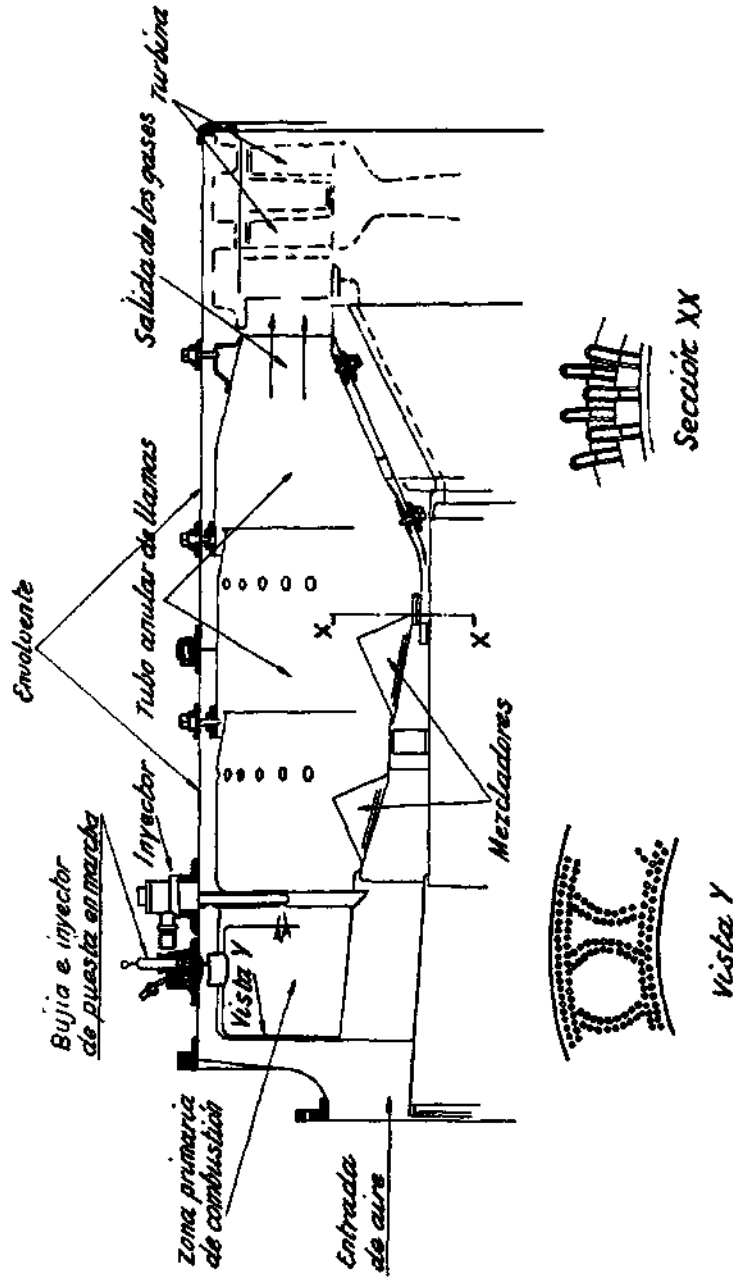


Fig. 39-I.—Cámara de combustión anular del Metropolitan Vickers F.2.

exclusivamente en los turborreactores modernos las de flujo directo.

Otra clasificación que podría hacerse sería atendiendo a que en el turborreactor se utilizasen varias cámaras separadas, como hasta ahora hemos visto, o bien una cámara única anular con diversos inyectores. Este último tipo fué empleado por los alemanes en el B. M. W. 003, y modernamente se utiliza en diversos turborreactores (Metropolitan Vickers, Westinghouse B-19, turbohélice Fedden Cotswold, etc.). Con estas cámaras anulares se reduce la sección frontal del motor, aunque es más difícil su diseño para conseguir una completa homogeneización de los gases.

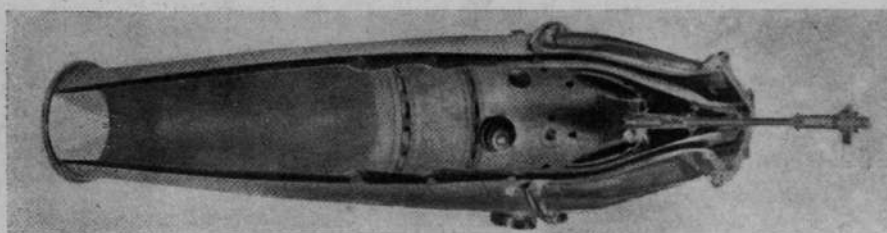


Fig. 40-I.—Fotografía de una cámara de combustión del De Havilland Goblin II, cortada para mostrar sus diversos componentes.

También es difícil que conserven buenos rendimientos de combustión en condiciones variables de funcionamiento.

En la descripción general de los turborreactores ya se indicó el funcionamiento de las cámaras de combustión. Además, como posteriormente se volverá a tratar de estas cuestiones, aquí no insistiremos más sobre ellas, limitándonos a insertar diversas figuras explicativas en las que sus leyendas aclaran los detalles de su composición. Mencionaremos únicamente que los tubos de llamas, sometidos a temperaturas del orden de los 2.000 °C., hay que fabricarlos de aleaciones especiales cromo-níquel de alta resistencia a la corrosión en caliente. No obstante, se deforman y deterioran, siendo necesario cambiarlos cuando llevan unas trescientas horas de funcionamiento. El material del revestimiento no necesita ser de composición especial por no estar sometido a fuertes temperaturas.

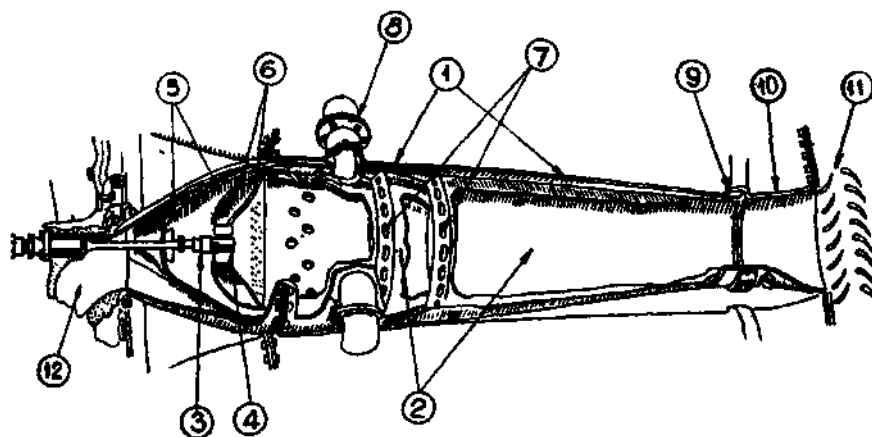


Fig. 41-I. —Corte esquemático de una cámara de combustión del turborreactor De Havilland Goblin II. 1, cárter envolvente; 2, tubo de llamas; 3, inyector; 4, aletas helicoidales para provocar remolinos; 5, carcasa del tubo de llamas; 6, mamparos perforados; 7, agujeros de mezcla; 8, tubos de conexión; 9, junta de dilatación, cuya estanqueidad se logra mediante segmentos; 10, tobera de descarga; 11, álabes de la turbina; 12, entrada de aire.

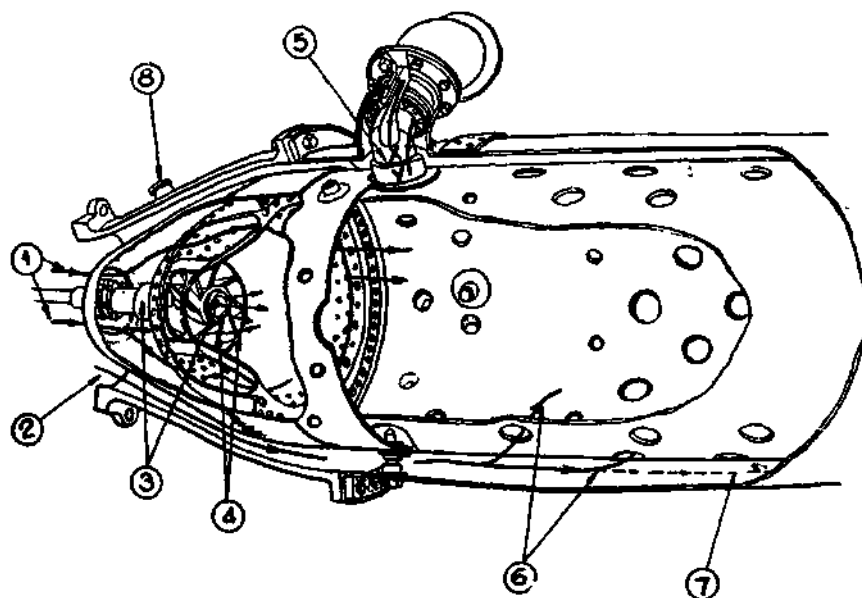


Fig. 42-I. Corte esquemático en perspectiva de la cámara de combustión de la figura anterior. 1, entrada del aire primario; 2, aire secundario; 3, inyector; 4, aletas helicoidales; 5, tubo de conexión, en el que X es aire primario e Y aire secundario; 6, agujeros de mezcla; 7, aire secundario que sale rodeando el tubo de llamas. (Del libro de instrucciones del *De Havilland Technical Service*.)

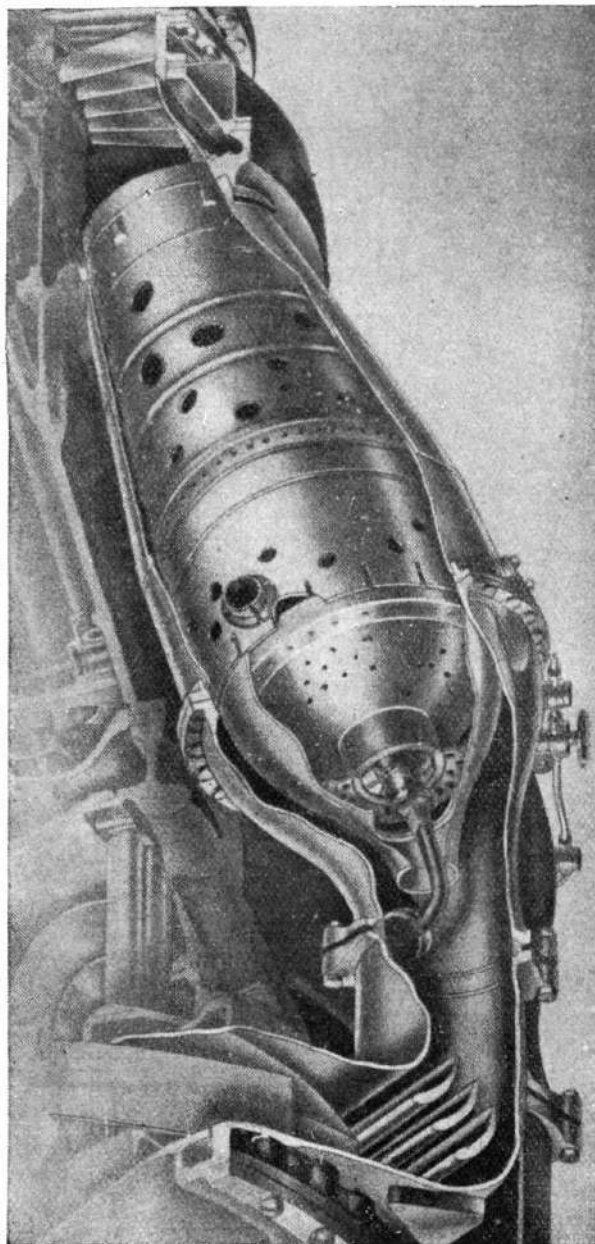


Fig. 43-I.—Fotografía de una cámara de combustión del Rolls-Royce Derwent V.

## Turbinas

Las turbinas son el órgano a cuyo progreso ha estado subordinado el de los turborreactores. No han existido grandes dificultades en su proyecto y construcción, sino que donde radica su problema fundamental es en la cuestión metalúrgica. Debido a las condiciones de trabajo que les vienen impuestas, los álabes móviles han de fun-

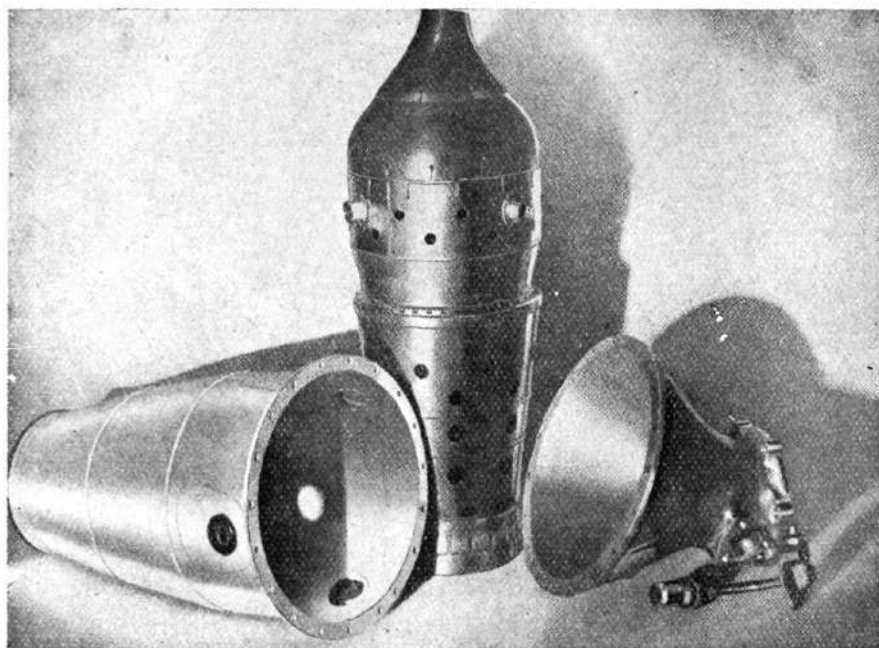


Fig. 44-I.—Despiece de la cámara de combustión mostrada en la figura anterior.

cionar sometidos a grandes esfuerzos de flexión y tracción, y expuestos a vibraciones. Ha sido muy difícil encontrar un material apto para resistir esfuerzos del orden de los  $2.500 \text{ Kg/cm}^2$ , y sometido a temperaturas próximas a los  $700^\circ\text{C}$ . Hoy día se ha solucionado el problema fabricándolos de aleaciones capaces de soportar estas duras condiciones de funcionamiento, llegando a tener los álabes más de quinientas horas de vida.

La directriz se encuentra sometida a mayores temperaturas; pero, en cambio, sus álabes no tienen que soportar apenas esfuerzos. En

el rodete de la turbina también se presentan problemas de resistencia de materiales, ya que le llega el calor y los esfuerzos transmitidos por los álabes.

Las aleaciones que se utilizan varían de nombre de acuerdo con la casa que las fabrica: Nimonic, Timken, Jessop, etc. Su com-

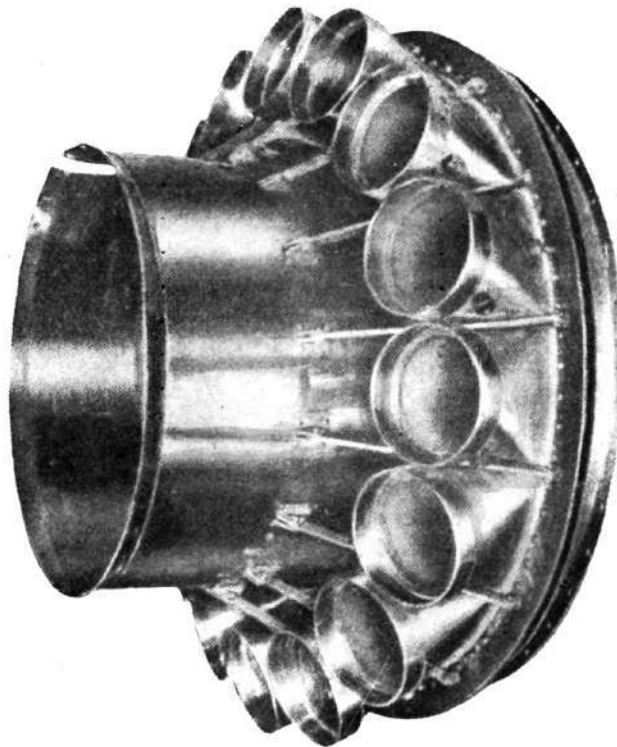


Fig. 45-I.—Conjunto de las toberas de descarga desde las cámaras de combustión a la directriz en el De Havilland Goblin II.

posición es algo diferente, según que se destinen a la directriz, álabes móviles o rodete de la turbina.

Sus principales constituyentes son el cromo, níquel y cobalto; encontrándose también en ellas carbono, silicio, manganeso, wolframio, niobio, vanadio y tantalio. Sus principales características son una gran resistencia a la corrosión y a la deformación en caliente.

Las turbinas empleadas en los turborreactores suelen ser del

tipo de reacción; es decir, con expansión en los álabes móviles. Su proyecto se diferencia en muchas características de las de vapor,

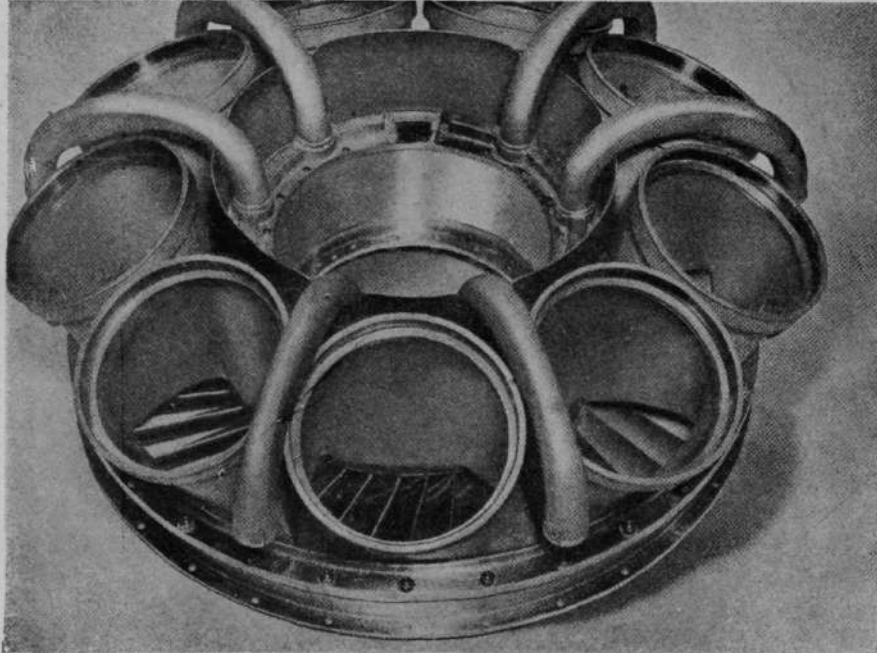


Fig. 46-I.—Conjunto de las toberas de descarga del Rolls-Royce Nene.

utilizándose álabes más perfilados, y dimensionados mediante teorías aerodinámicas.

En ellas no se consideran como pérdidas las de energía cinética residual en la salida del rotor. Unido esto a las grandes velocidades periféricas con que funcionan, superiores a los 350 m/seg., hacen que pueda obtenerse mucha potencia en un solo escalonamiento, incluso superior a los 10.000 CV., aunque a veces se las prefiera proyectar de dos. Su rendimiento es notablemente bueno: del orden de 0,85 a 0,90.

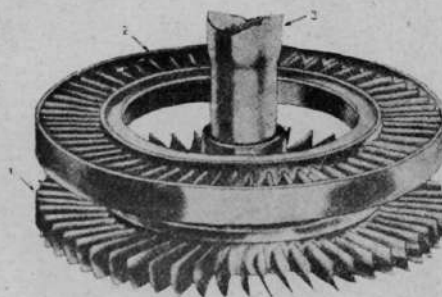


Fig. 47-I. Turbina del General Electric I-16. 1, rotor; 2, directriz; 3, eje.



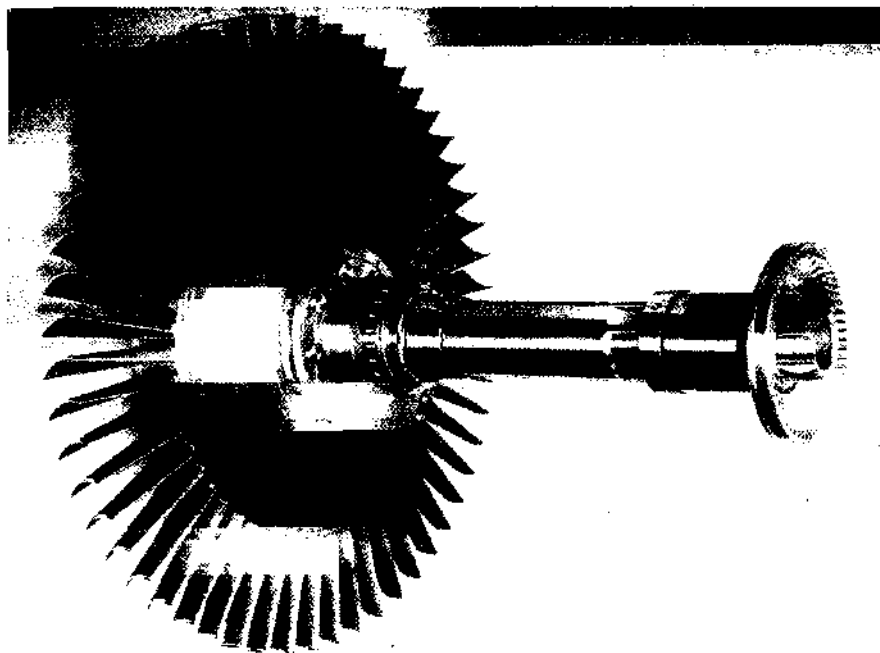


Fig. 48-I.—Rotor de la turbina del Rolls-Royce Nene.

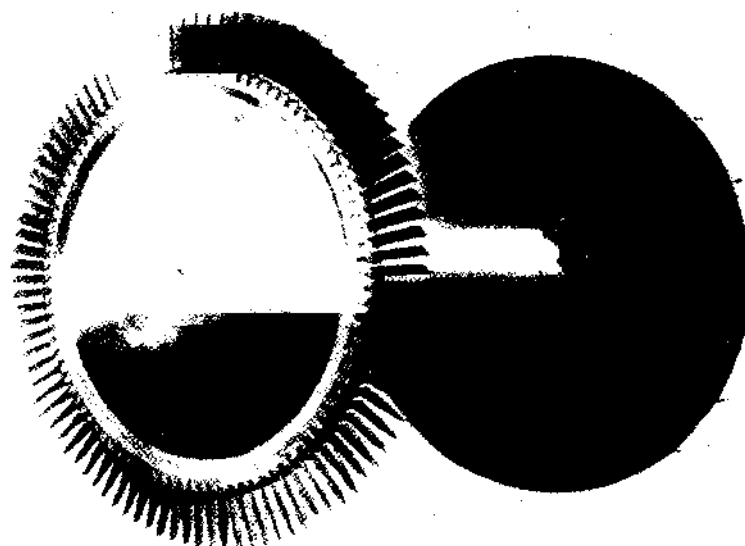


Fig. 49-I.—Rotor de la turbina de De Havilland Ghost.

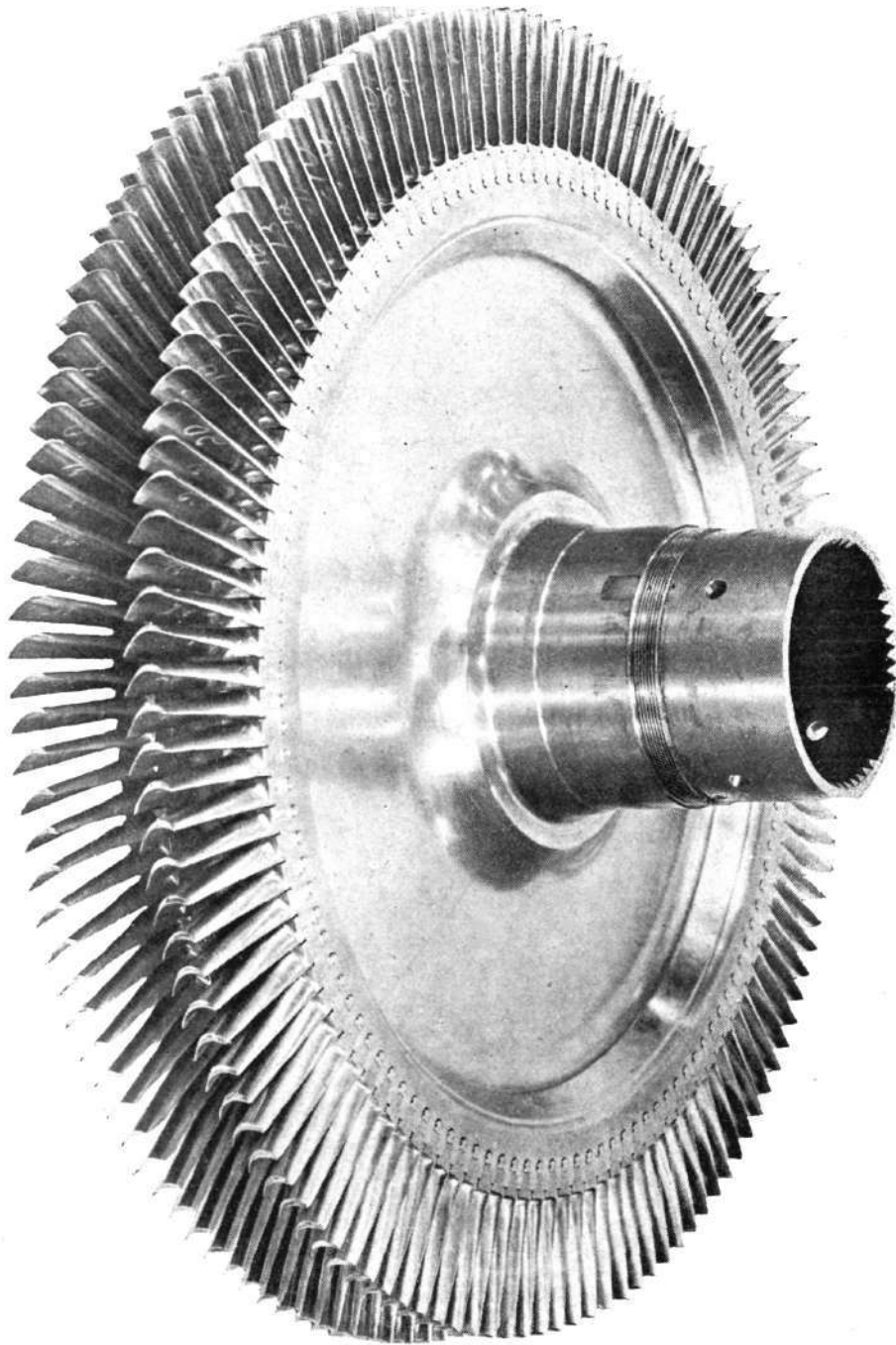


Fig. 50-L. — Turbina de dos escalones del turbohélice Bristol Theseus.

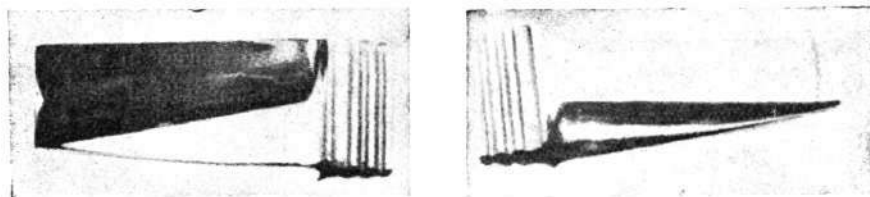


Fig. 51-I.—Álabes del rotor de la turbina del De Havilland Goblin II.

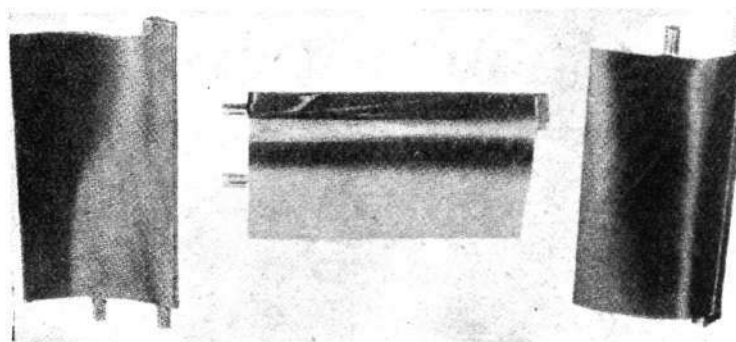


Fig. 52-I.—Álabes de la directriz del De Havilland Goblin II.

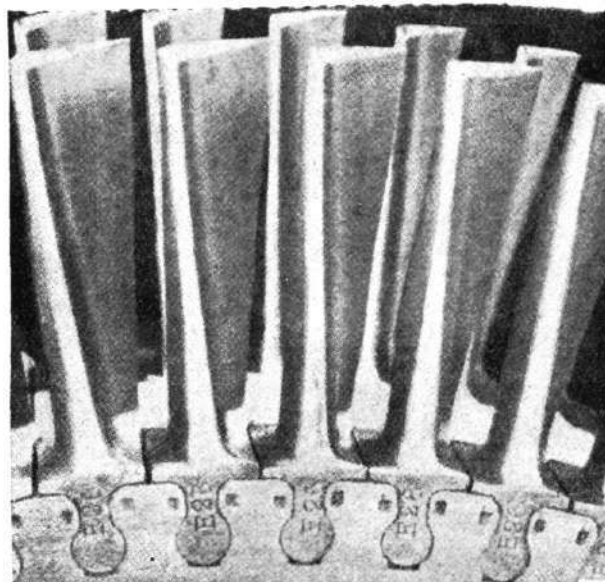


Fig. 53-I.—Sujeción de los álabes del rotor de la turbina del Metropolitan Vickers F.2.

La sujeción de los álabes móviles al rotor ha presentado problemas de consideración. En la figura 53-I se inserta una fotografía del procedimiento utilizado en la turbina del Metropolitan Vickers, y en la 54-I el empleado en el De Havilland Goblin. Parecido a este último es el de las turbinas de los turborreactores Rolls-Royce. En el

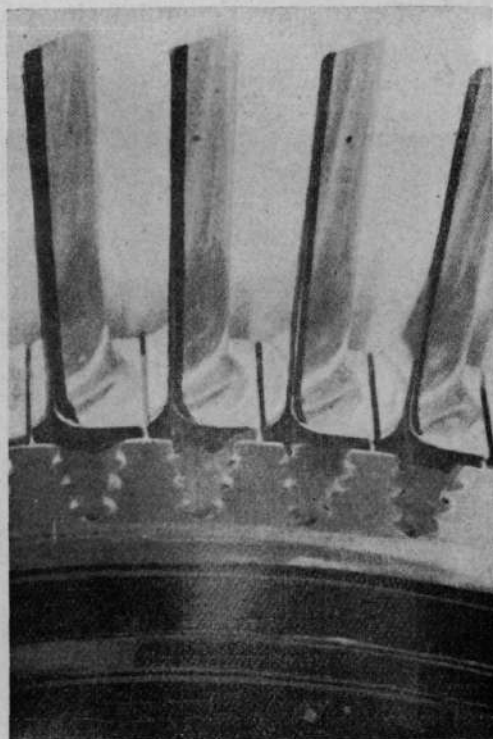


Fig. 54-I. — Sujeción de los álabes del rotor de la turbina del De Havilland Goblin II.

encastre de los álabes existe una gran holgura en frío para compensar la dilatación que experimentan cuando están sometidos a su temperatura normal de funcionamiento.

Estos álabes, una vez estampados, se mecanizan en máquinas especiales. Es de la mayor importancia conseguir un gran pulimento de las superficies para resistir en mejores condiciones los efectos de corrosión.

### Tobera de salida

Está destinada a recoger los gases procedentes de la turbina y producir en ellos su última expansión. En la figura 55-I está fotografiada la tobera de salida del Rolls-Royce Nene. Las cuatro aletas fueseladas tienen por misión sujetar el cono interior y, además, producir un enderezamiento de la corriente, a fin de procurar que salga un chorro paralelo con la menor desviación posible.

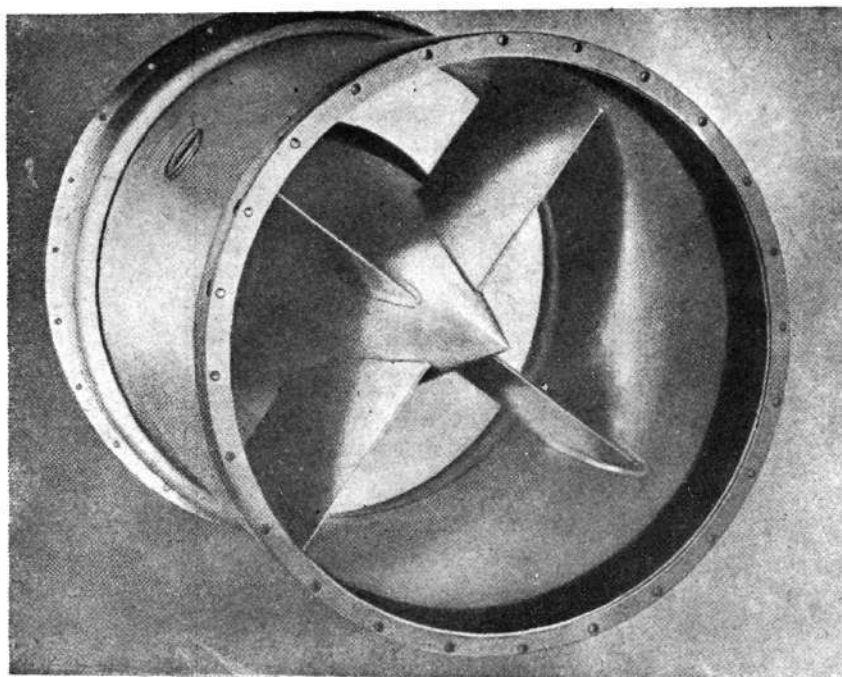


Fig. 55-I. Tobera de salida del Rolls-Royce Nene.

Como ya se mencionó en la descripción general de un turbo-reactor, en las toberas suele realizarse la expansión en dos partes: en la primera se dimensiona para que los gases circulen a presión constante o con un ligero incremento en ella, y luego en la parte final es donde la presión cae rápidamente hasta el valor ambiente. Los ingleses aplican nombres diferentes a cada una de estas partes, denominando cono de escape (exhaust cone) a la primera y tobera propulsora (propelling nozzle) a la segunda.

De esta manera circulan los gases con menor velocidad en la primera parte, necesaria para producir el enderezamiento de la co-

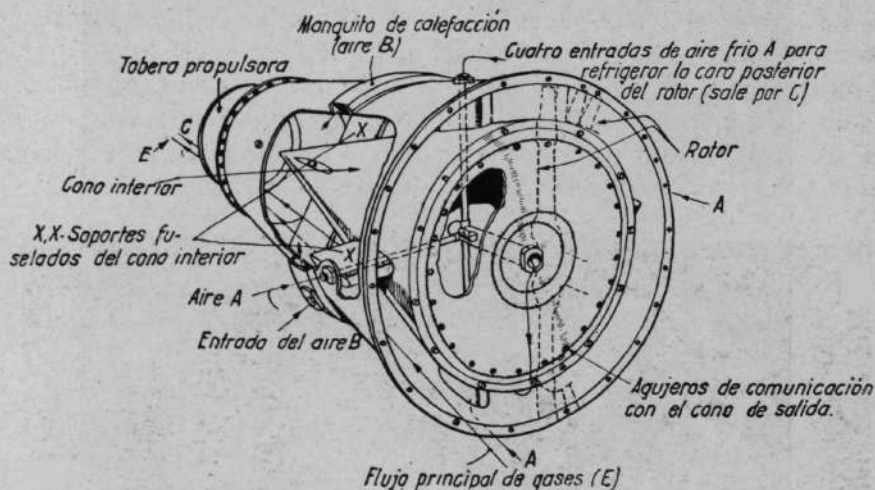


Fig. 56-I.—Conjunto de la tobera de salida y órganos complementarios en el De Havilland Goblin II.

rriente de gases procedente de la turbina, y al verificarse la expansión e incremento de la velocidad en una menor zona, se consigue mayor rendimiento por disminuir las pérdidas de rozamiento.

Como el turborreactor ha de funcionar con distintos gastos y en condiciones exteriores diferentes, convendría que la tobera de salida fuese de sección variable para que siempre se realizase la expansión en condiciones óptimas. Puede conseguirse una aproximación bastante buena de este cambio de sección mediante el cono interior, que en algunos turborreactores es móvil a lo largo de su eje longitudinal y con una forma especial (Jumo-004 B, Westinghouse B-19). Este mecanismo, que forma parte del sistema de regulación, se estudiará posteriormente.



Fig. 57-I.—Tobera de salida del Westinghouse B-19.

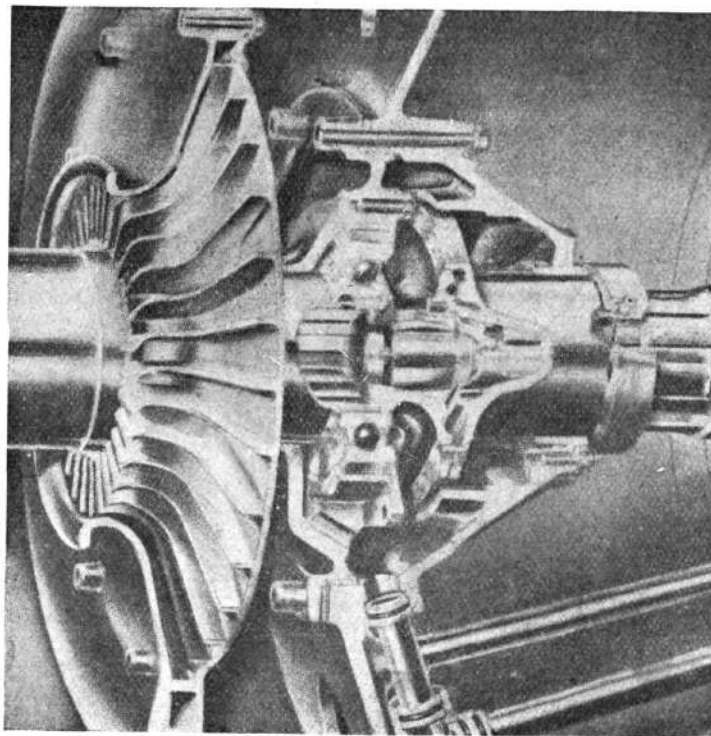


Fig. 58-I. Cojinete central, acoplamiento del árbol motor y ventilador de refrigeración del Rolls-Royce Derwent V.

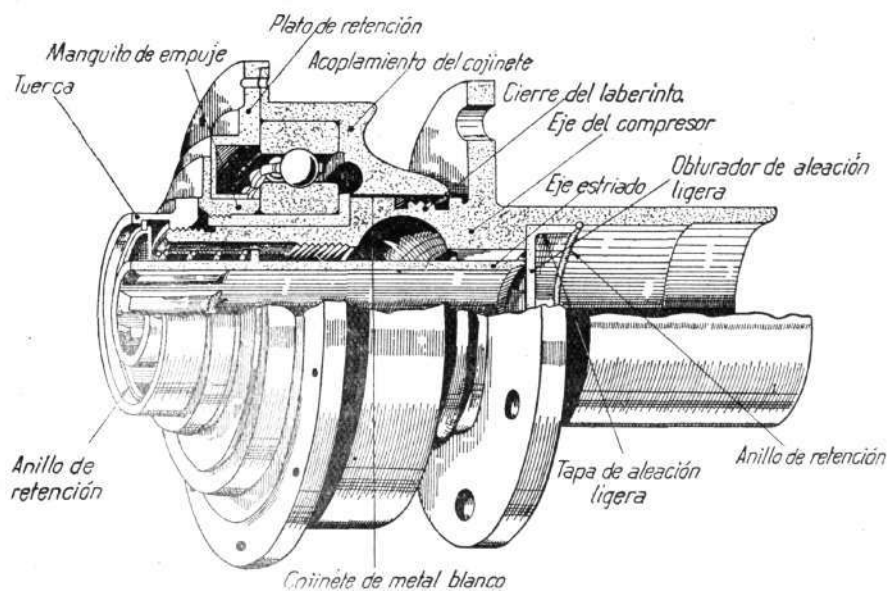


Fig. 59-I. — Cojinete delantero del árbol motor del De Havilland Goblin II.



En algunos turborreactores se rodea la tobera de salida de una capa de aire tomada del exterior y de una envolvente protectora, a fin de que el calor transmitido no alcance la estructura del avión; en otros, se utiliza un líquido aislante (alfol).

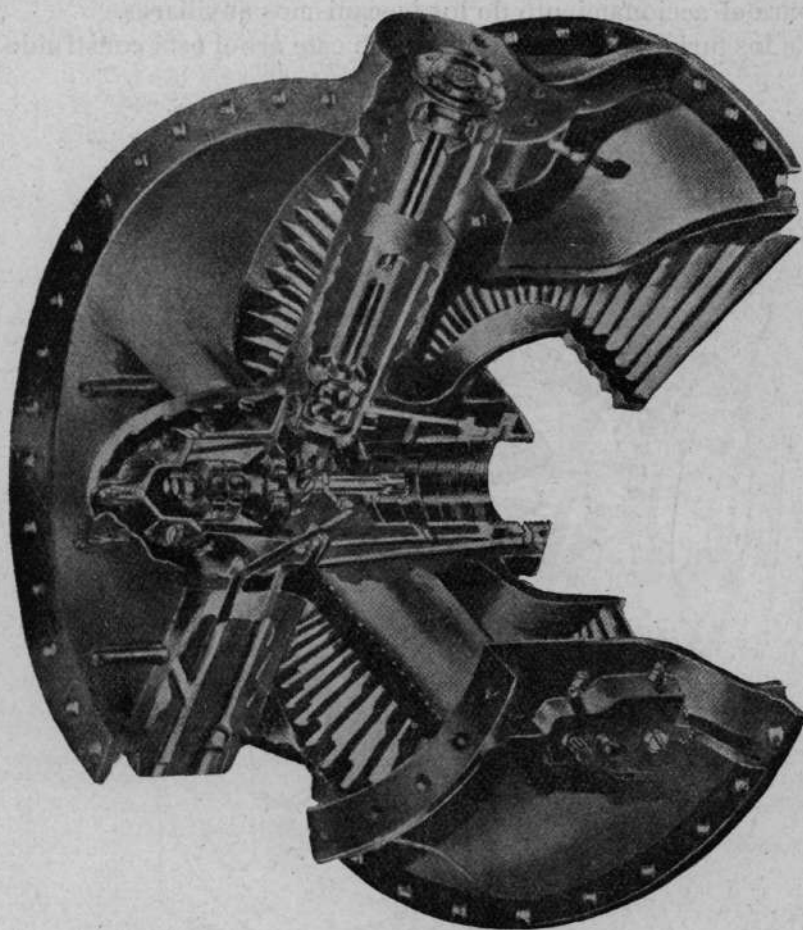


Fig. 60-I.—Cojinete delantero y sistema de accionamiento de los mecanismos auxiliares en el Westinghouse B-19.

Aunque no ha de soportar grandes esfuerzos mecánicos, el material está sometido a temperaturas bastantes elevadas, por lo cual ha de utilizarse una aleación o acero resistente a la corrosión. Se aprovecha esta elevada temperatura de los gases de escape para calentar el aire necesario para la calefacción (fig. 56-I).



### Árbol motor y mecanismos auxiliares

El árbol motor tiene por misión transmitir la potencia de la turbina al compresor, obteniéndose también de él la energía necesaria para el accionamiento de los mecanismos auxiliares.

En los turborreactores Rolls-Royce este árbol está construido de

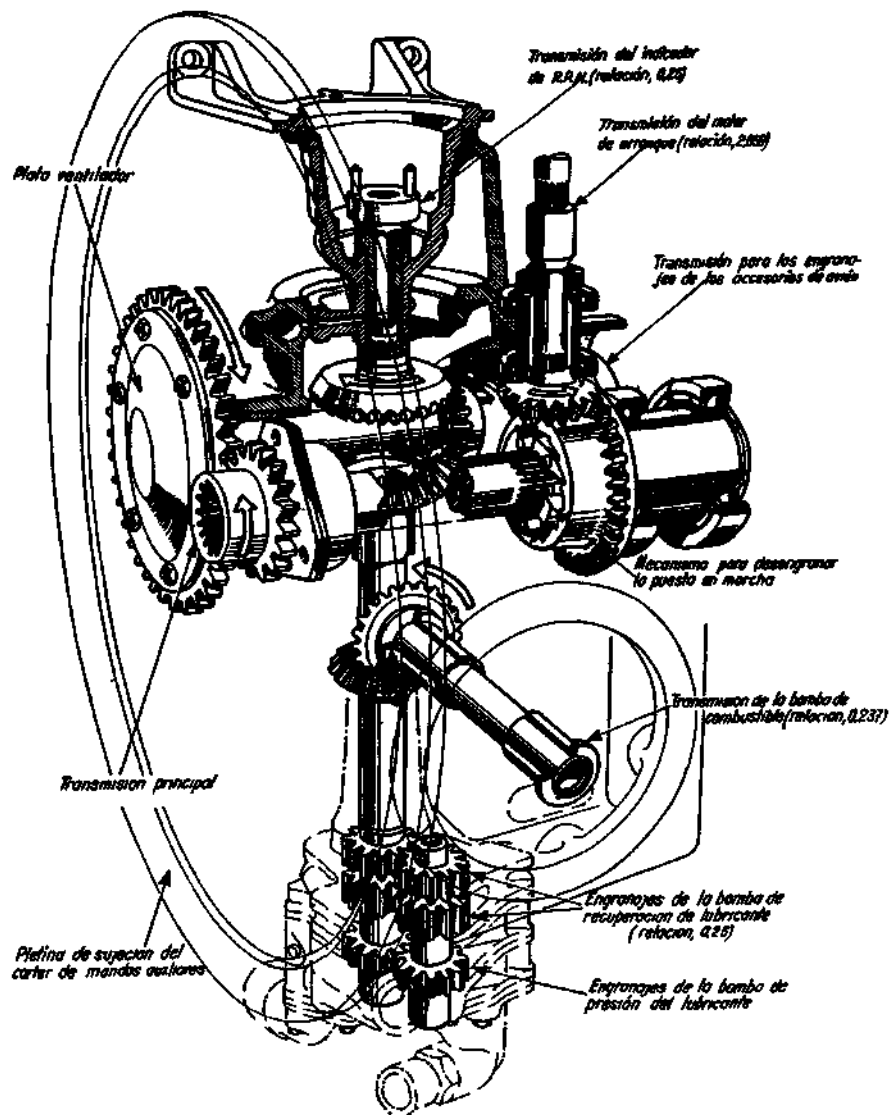


Fig 61-I.—Sistema de engranajes en el Rolls Royce Derwent V (De un catálogo de la C.A. constructora)

dos piezas, como ya se dijo (fig. 58-I); pero en otros tipos es de una sola. También se indicó que va montado sobre cojinetes, de los que al menos uno habrá de ser de bolas para soportar el empuje axial. El número de estos cojinetes suele estar comprendido entre dos y tres.

Por la parte anterior del compresor se suministra el movimiento a los mecanismos auxiliares del motor y de avión: bombas de com-

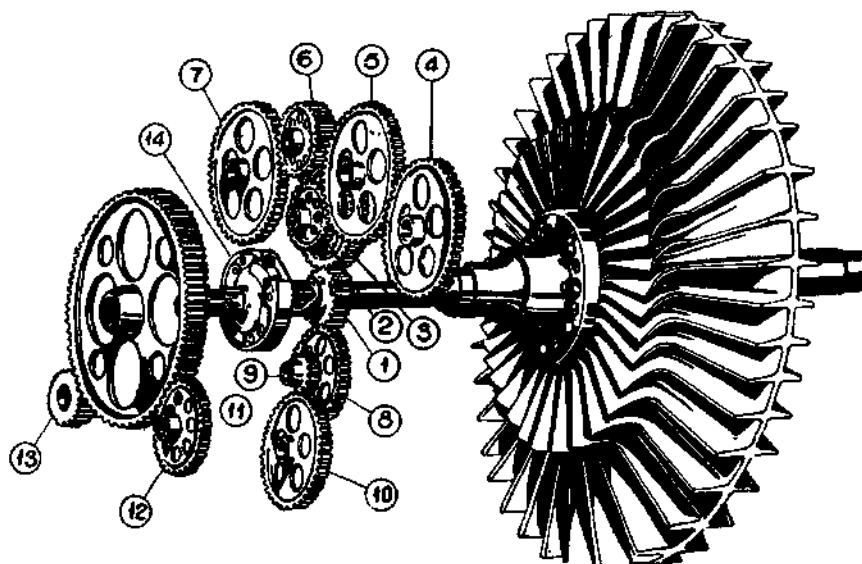


Fig. 62-I. Sistema de engranajes en el General Electric I-40. 1, piñón principal; 2, piñón superior; 3, piñón intermediario; 4, piñón de mando del regulador de alimentación; 5, piñón de la bomba de combustible; 6, piñón del generador; 7, piñón del tacómetro; 8, piñón intermediario inferior; 9, piñón inferior; 10, piñón de mando de la bomba de lubricación; 11, corona para los mecanismos de puesta en marcha; 12, piñón de mando de la bomba de combustible de puesta en marcha; 13, piñón del eje del motor de arranque; 14, embrague de la puesta en marcha.

bustible y aceite, generadores de electricidad, compresores de aire, bombas de vacío, etc. Además, se dispone la conexión para el motor eléctrico de puesta en marcha. (Figs. 60-I, 61-I, 62-I y 63-I.)

### Sistemas de alimentación y puesta en marcha

Por la importancia que presenta el sistema de alimentación de combustible, del que depende esencialmente la regulación de los turborreactores, se le dedicará un capítulo especial. Por esta razón,

no insertamos ahora más que unas nociones generales, indicando sus principales componentes y sus características de funcionamiento más importantes.

Debido a las condiciones que impone la combustión, el sistema

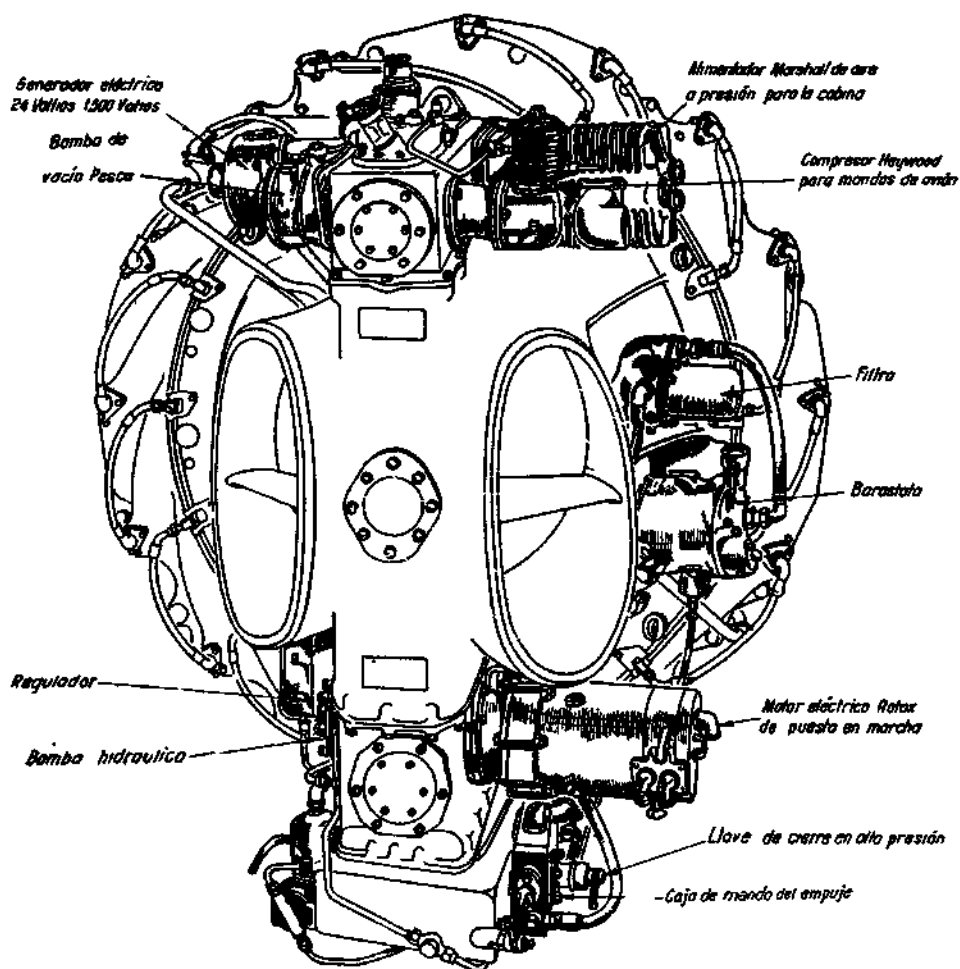


Fig. 68-1.—Órganos y mecanismos auxiliares del De Havilland Goblin II.

habrá de proporcionar un suministro continuo de combustible, utilizándose, por tanto, inyector de tobera abierta. Deberán existir reguladores de régimen máximo que prevengan contra un embalamiento anormal del motor. Asimismo, también deberá gobernarse la presión de inyección máxima.

Como el gasto de combustible del motor debe disminuir con la altura y aumentar con la velocidad del vuelo, deberá llevar el sistema un regulador barométrico para dosificar el gasto según la presión total (estática más dinámica). Este regulador limita el gasto que en cada caso fija el régimen máximo del motor, y el piloto, a su vez, deberá poder disminuir a voluntad dicho gasto, para hacer variar el régimen desde el máximo permitido hasta la marcha lenta.

Debido a las malas condiciones de la inyección, cuando el régimen es bajo, y a los malos rendimientos de la combustión y de los órganos rotativos en estas mismas condiciones, se hace necesario

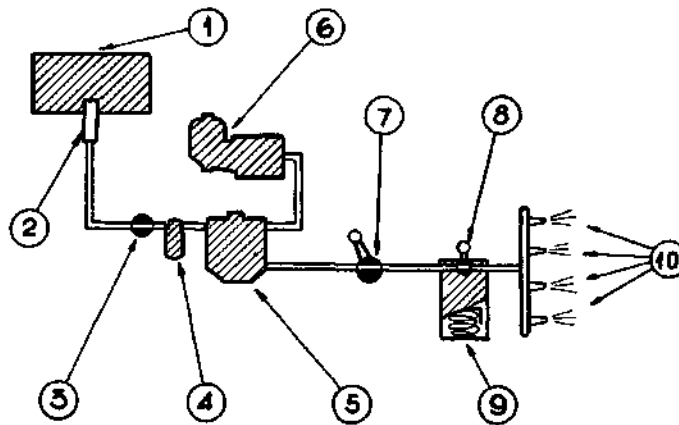


Fig. 64-I.—Esquema del sistema de alimentación.

que el régimen de marcha lenta («ralenti») en los turborreactores sea bastante elevado. Por esta razón, el sistema de alimentación impone un mínimo al régimen del motor; mínimo o «ralenti», que suele ser del orden de las 2.500 ó 3.000 r. p. m., aunque en algunos tipos es mucho más elevado.

Se han empleado diversos sistemas de alimentación, siendo uno de los más perfeccionados los de la patente «Lucas», empleado en la mayoría de los turborreactores ingleses. Los órganos fundamentales de este sistema de alimentación, son los siguientes (fig. 64-I):

(1), depósito de combustible; (2), dispositivo de válvula para vuelo invertido; (3), llave de cierre en baja presión; (4), filtro; (5), bomba de presión con reguladores de régimen y presión de inyección máximos; (6), regulador barométrico; (7), mando de gasto gobernado por el piloto; (8), llave de cierre en alta presión para dete-

ner el motor; (9), acumulador de puesta en marcha, y (10), rampa de inyectores.

El sistema de puesta en marcha comprende un motorcito eléctrico que hace girar el motor a bajo régimen (300-500 r. p. m.). Como la inyección tendría muy malas características a dicho régimen, se ha previsto un acumulador en donde el combustible se va almacenando, descargando cuando la presión ha alcanzado un valor que permite una inyección con características suficientes para el arranque. Un sistema auxiliar de encendido comunica corriente a las bujías mientras se está produciendo la descarga del acumulador. De esta manera se produce la combustión, propagándose por los tubos de conexión a las demás cámaras que están desprovistas de bujías. En los sistemas de alimentación más modernos se utiliza un equipo especial para la puesta en marcha, compuesto de inyectores de tobera cerrada y una bomba de engranajes que los alimenta. La tobera de los inyectores se abre accionada eléctricamente por un solenoide, al mismo tiempo que se produce la chispa en unas bujías situadas junto a ellos. Utilizándose este sistema puede prescindirse del acumulador, como acontece en los últimos modelos de turbo-reactores Rolls-Royce.

El sistema de puesta en marcha está íntimamente relacionado con el de alimentación. Por esta razón no hemos hecho más que indicar esquemáticamente la forma en que se realiza, ya que posteriormente volverá a tratarse con mayor atención.

### Sistemas de lubricación

Los sistemas de lubricación en los turborreactores son extremadamente sencillos. No necesitan engrase más que los cojinetes del árbol motor, los engranajes de los mecanismos auxiliares y, en ciertos casos, algunos elementos del sistema de alimentación.

Teniendo en cuenta la principal misión a que se destinan, se utilizan aceites de engrase aptos para la lubricación de cojinetes. Sus características varían de unos motores a otros, teniendo en cuenta la temperatura y régimen con que han de funcionar dichos cojinetes. Todos ellos son menos viscosos que los empleados normalmente en los motores de cilindros.

Los aceites Intava 620, o bien los de especificación D. T. D. 472/2, utilizados en los turborreactores De Havilland, tienen unas características del orden de las siguientes:

Densidad a 60 °F (45 °C).....	0,87
Punto de congelación.....	-10 °F (-23 °C)
Punto de inflamación.....	420 °F (218 °C)
Viscosidad en segundos Saybolt....	$\left\{ \begin{array}{l} 3.500 \text{ SU a } 32 \text{ °F } (0 \text{ °C}) \\ 320 \text{ SU a } 100 \text{ °F } (37,8 \text{ °C}) \\ 57 \text{ SU a } 210 \text{ °F } (98,8 \text{ °C}). \end{array} \right.$

Son aceites un poco menos viscosos que los empleados en el engrase de algunos motores de cilindros de pequeña potencia (Lycoming, Continental).

El aceite de engrase D. T. D.-44 D, empleado en los turborreactores Rolls-Royce es menos viscoso (70 SU a 37,8 °C), y el que generalmente se utiliza en los turborreactores americanos todavía lo es menos (aceite de especificación AN-0-9-1010, con viscosidad igual a 59 SU a 37,8 °C).

En todos los tipos de turborreactores el gasto de aceite es insignificante. No se consume más que el que se pierde por las juntas de los cojinetes, y aunque no exista retorno en alguno de ellos, como en el caso del De Havilland, no se sobrepasa apenas los 0,5 kilogramos por hora para cualquier régimen.

Como consecuencia de ser tan reducidos los consumos, la cantidad de aceite que es necesario llevar en el motor también es muy pequeña, no pasando, en general, de los siete u ocho litros. En el aceite no existe mucha elevación de temperatura ya que, prácticamente, sólo se calienta en el cojinete posterior, para el que no se necesita más que un pequeño caudal que, en algunos casos, no llega a recuperarse. Por estas razones, en muchos turborreactores modernos se prescinde del radiador de aceite, bastando con el enfriamiento que se experimenta en el tanque.

Como ejemplos, insertaremos la descripción de los sistemas de engrase en el De Havilland Goblin II y en el Rolls-Royce Derwent V.

En el Goblin, el depósito del aceite está situado en la parte inferior del cárter delantero del motor (fig. 65-I). De esta manera no es necesario utilizar más que una bomba de presión, efectuándose el retorno por gravedad desde el cojinete delantero y mecanismos auxiliares.

El aceite se vierte en el tanque desde la caja superior de engranajes, quedando de esta forma engrasados antes de la puesta en

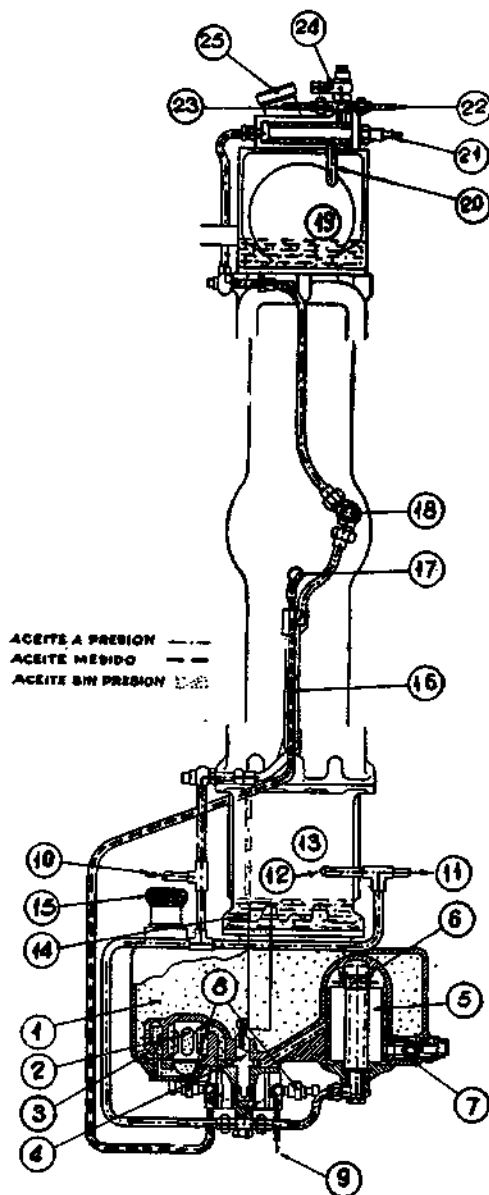


Fig. 65-I.—Esquema del sistema de lubricación en el De Havilland Goblin II. (Del libro de instrucciones del De Havilland Technical Service.) 1, tanque; 2, filtro de aspiración; 3, válvula de drenaje del tanque; 4, bomba de engranajes; 5, filtro Tecalemit de presión; 6, válvula de sobrecarga; 7, válvula de regulación de la presión máxima; 8, bombas medidoras; 9, aceite medido para el cojinete posterior; 10, 11 y 12, aceite para accesorios; 13, cárter inferior de accesorios; 14, paso de aceite del cárter inferior de accesorios al tanque; 15, tapón del tanque, que deberá quitarse mientras se vierta el aceite desde la parte superior; 16, manguito anticongelante del aceite medido; 17, aceite medido para el cojinete delantero; 18, chorro de aceite para los engranajes centrales; 19, cárter superior de accesorios; 20, chorro de aceite al cárter de accesorios; 21, conexión para termómetro; 22 y 23, aceite para los accesorios; 24, conexión para manómetro; 25, tapón superior por donde se vierte el aceite.

marcha del motor. La bomba, que es del tipo de engranajes, aspira el aceite a través de un filtro, haciéndolo pasar en su descarga por otro de alta presión, tipo Tecalemit. En este filtro existe una válvula de sobrepresión para prevenir atascamientos de alguno de sus elementos. Derivada con la salida del filtro existe una válvula tarada para regular la presión máxima de salida, del orden de los 3,7-4 Kg/cm<sup>2</sup> a 5.000 r. p. m. de la bomba. (Aproximadamente funciona a la mitad del régimen del motor.) Esta válvula se compone, en esencia,

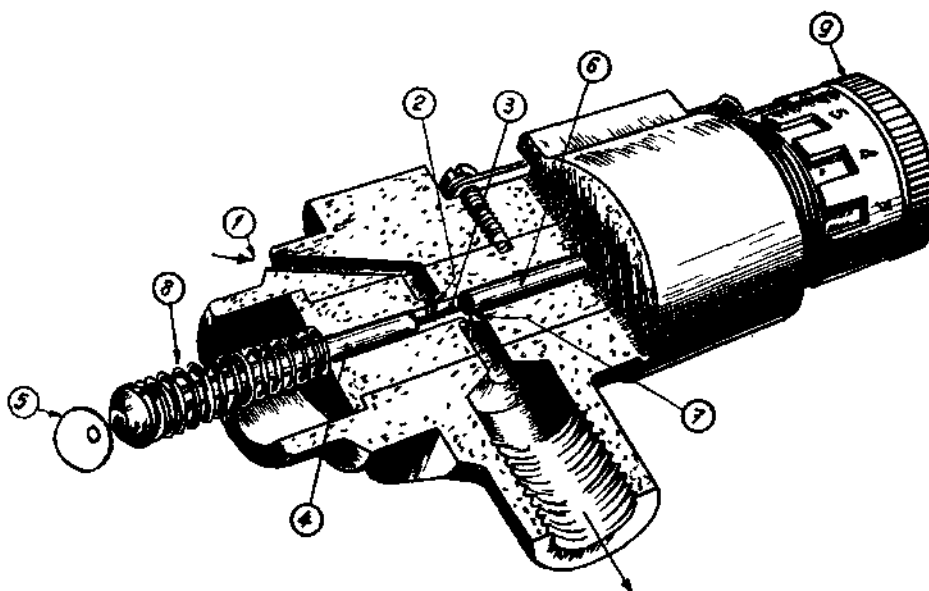


Fig. 66-I.—Bomba Tecalemit, medidora o reguladora de gasto, del sistema de lubricación del De Havilland Goblin II.

de una bola lastrada por un muelle, cuya tensión puede regularse.

Desde la salida del filtro, el aceite pasa a través de conducciones a engrasar los mecanismos auxiliares, indicándose sus detalles en la mencionada figura.

La lubricación de los cojinetes y del regulador del sistema de alimentación se efectúa en forma diferente mediante tres bombas medidoras («metering pumps»), que proporcionan un suministro constante de aceite con una presión determinada. Están situadas junto a la bomba principal, llegándoles el aceite a presión a través de una derivación existente en la salida del filtro Tecalemit. Su funcionamiento es el siguiente (fig. 66-I):



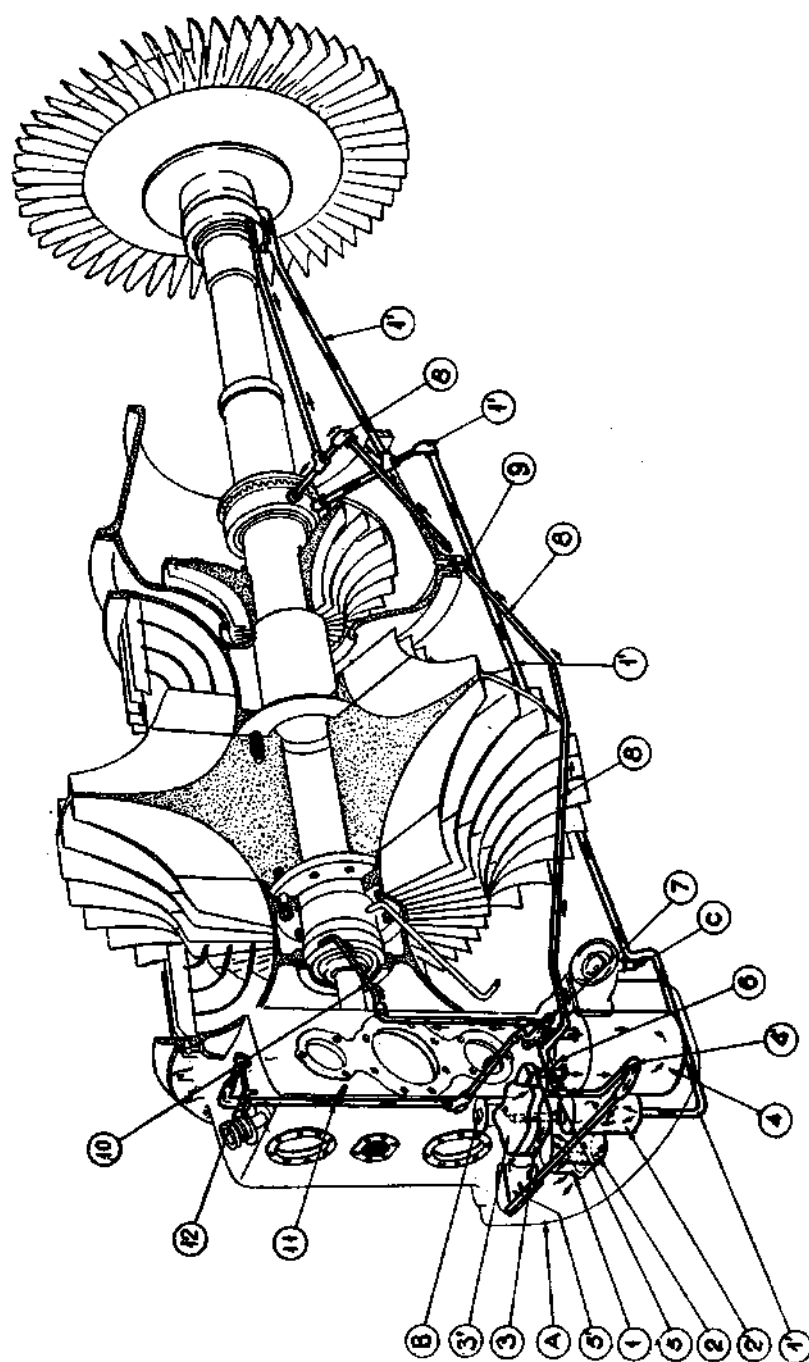


Fig. 67-1. — Sistema de lubricación en el Rolls-Royce Derwent V. Esquema tomado de un catálogo de la casa constructora.

El aceite a presión penetra en la bomba por (1) y pasa a través de un orificio o estrechamiento (2), que hace caer su presión, a la cavidad o cuerpo de la bomba (3). El émbolo inferior (4) recibe movimiento alternativo mediante una excéntrica (5), comprimiendo el aceite contra el émbolo superior (6) y forzándolo a pasar por el orificio de salida (7). El muelle (8) produce el retorno del émbolo inferior, manteniéndolo rasado en su posición neutra con el orificio de entrada. El émbolo superior está soportado por un muelle (no visi-

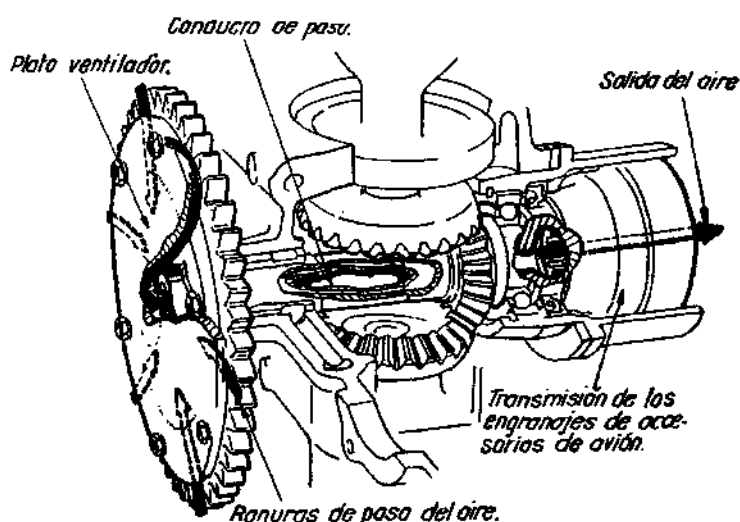


Fig. 68-I.—Esquema del plato ventilador del sistema de lubricación del Rolls-Royce Derwent V. (De un libro de instrucciones de la casa constructora.)

ble en la figura), que proporciona una presión constante en la salida y disminuye los efectos de pulsación. Su posición inicial puede regularse mediante la tuerca (9), fijando con ello el gasto de aceite de la bomba. Cada división corresponde a 10 cm<sup>3</sup> por hora a 3.000 revoluciones por minuto, pudiéndose regular entre 0 y 100 cm<sup>3</sup>. En estas condiciones, los cojinetes necesitan cada uno 90 cm<sup>3</sup>/hora de gasto, y para el regulador suele disponerse un suministro de 30 cm<sup>3</sup>/hora.

Tanto el cojinete posterior como el regulador no tienen retorno de aceite. En el primero, porque su gran calentamiento podría dar lugar a fenómenos de oxidación que perjudicasen las características del lubricante; y en el segundo, porque existe la posibilidad de dilución con el combustible. Dada la pequeñez de los consumos en estos

órganos, carece de importancia que el aceite se pierda. En cambio, en el cojinete delantero, no sujeto a ninguno de estos fenómenos perjudiciales, existe retorno que se efectúa por gravedad.

Finalmente, indicaremos que la cantidad de aceite que lleva el motor en servicio es algo inferior a los siete litros; el caudal de la bomba es de unos 400 litros/hora y el gasto de aceite es del orden

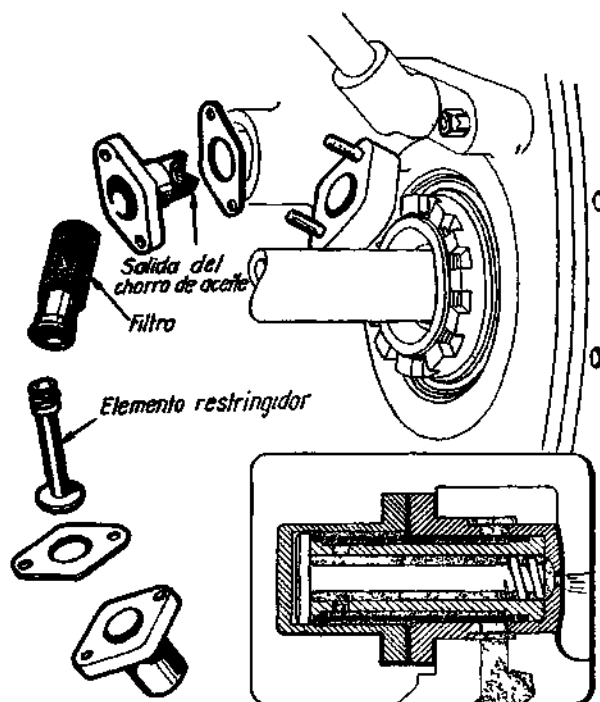


Fig. 69-I.—Restringidores de gasto del aceite suministrado a los cojinetes en el Rolls-Royce Derwent V. (De un libro de instrucciones de la casa constructora.)

de los 0,7 litros/hora, o sea, unos 0,6 Kg/hora. Para darnos una idea de la pequeñez de esta última cifra, basta indicar que en un motor de cilindros de potencia análoga a la del Goblin se consumiría una cantidad de aceite no inferior a los 50 Kg/hora.

\* \* \*

En el sistema de lubricación de los turborreactores Rolls-Royce, se dispone circuito de retorno en todos sus órganos, razón por la

que se utiliza bomba de recuperación. Debido a esto, su consumo de aceite y la cantidad de él que es necesaria llevar a bordo es ligeramente inferior que en los turborreactores Goblin.

En la figura 67-I está dibujado esquemáticamente este sistema de engrase. Los números sin acento se refieren al circuito de presión y los acentuados al de retorno. El primero comprende: (1), entrada de aceite; (2), filtro de aspiración; (3), bomba de presión; (4), filtro de presión; (5), válvula de descarga; (6), conexión para manómetro;

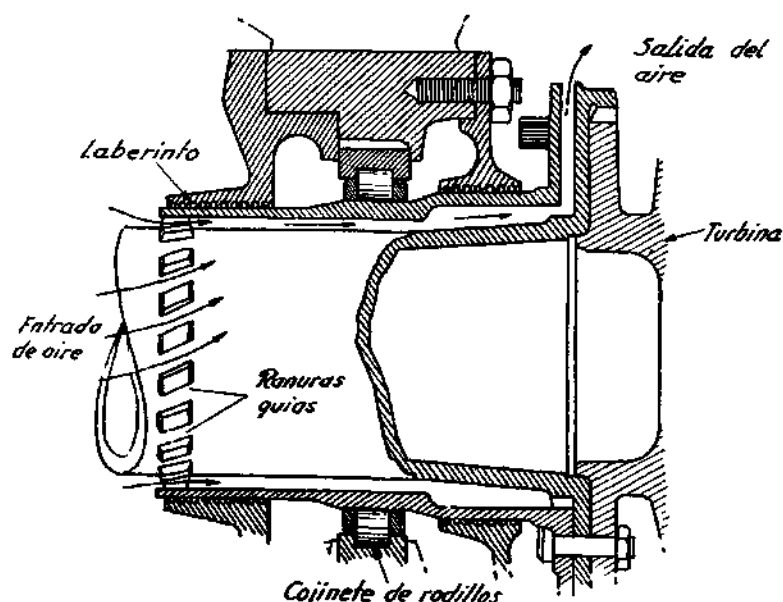


Fig. 70-1.— Sistema de refrigeración del cojinete posterior del Rolls-Royce Nene.

(7), conexión para termómetro; (8), conducciones de aceite a los cojinetes central y posterior; (9), válvula de drenaje; (10), conducción de aceite al cojinete delantero; (11), aceite para los mecanismos auxiliares; ídem para los engranajes de arrastre de los mecanismos auxiliares; (12), ídem para la transmisión de las bombas de combustible. El circuito de retorno comprende: (1'), conductos de retorno; (2'), filtro de baja presión; (3'), bomba de recuperación; (4'), conexión para el termómetro de salida; (5'), bandeja para desaireación y conducción al depósito. El colector está formado por el depósito (A), con su orificio de entrada (B) y su válvula de sobrante (C). La designación (D) corresponde a una conducción de aire procedente del compresor.

Los engranajes de los mecanismos auxiliares se engrasan mediante el chorro de lubricante suministrado en (11), formándose una niebla de aceite que baña todos los piñones. Para evitar pérdidas, la necesaria renovación de aire se efectúa a través de un plato ventilador (figs. 61-I y 62-I), en la forma siguiente: el eje del plato o corona es hueco, comunicándose el cárter de engranajes con el exterior a través de este eje y de las ranuras existentes en el propio plato ventilador. Cuando penetra la niebla de aceite por dichas ranuras, sufre un efecto de centrifugado, separándose las gotas de aceite por

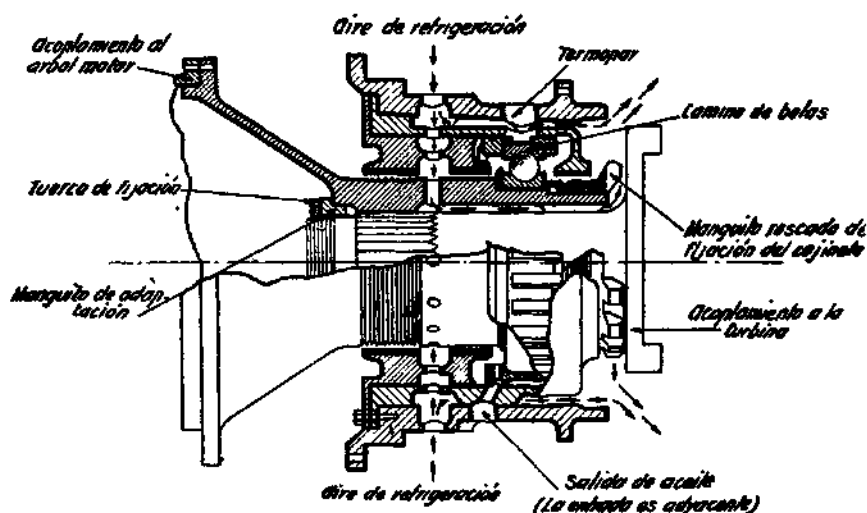


Fig. 71-I.—Sistema de refrigeración del cojinete posterior del De Havilland Goblin II.

su mayor densidad, que vuelven al cárter, mientras que al aire se le permite circular a través del eje perforado.

Otros detalles no indicados en el esquema general son los siguientes: una válvula para vuelo invertido situada en la salida del tanque, y unos restringidores de gasto que atraviesa el aceite antes de llegar a los cojinetes (fig. 69-I).

En todos los cojinetes se disminuyen las pérdidas de lubricante mediante cierres de laberinto. El aire a presión produce un efecto de sellado sobre estos cierres, reduciendo las fugas de aceite. En los cojinetes central y posterior este aire procede del ventilador de refrigeración, mientras que en el anterior se toma directamente del difusor del compresor (aire D).

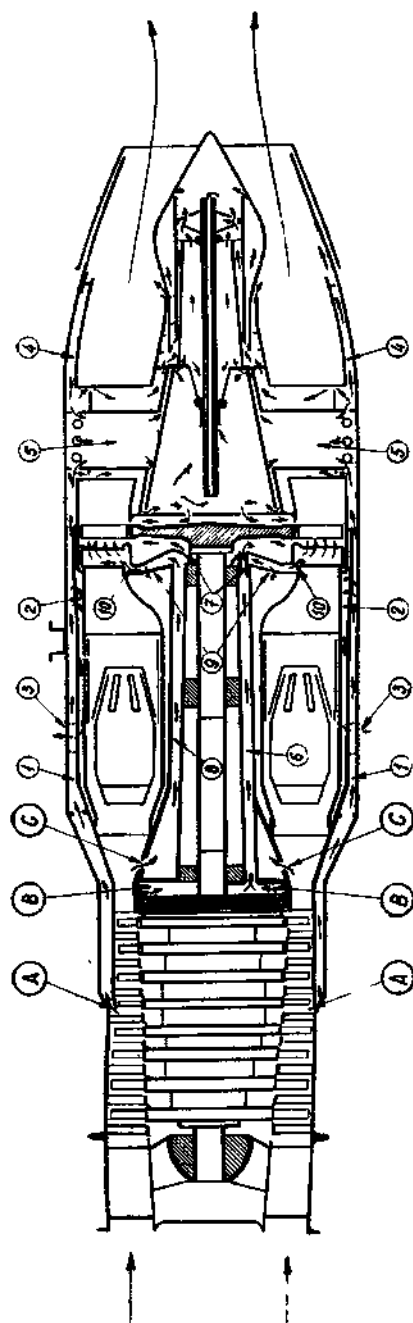


Fig. 72-1. Sistema de refrigeración del turboreactor alemán Jumo-004 B. (A), aire tomado después del cuarto escalonamiento del compresor. Pasa a través de seis conducciones (1), atravesando una parte pequeña de él los orificios (2), con objeto de refrigerar las cámaras de combustión, saliendo luego por (3). Otra parte pequeña del aire se destina a la refrigeración del cono exterior de salida (4). La mayor parte pasa a través de los montantes fuselados (5), refrigerando al cono interior y la cara posterior del rotor de la turbina. La cantidad de este aire (A) es del orden del 3 % del gasto inicial del compresor. (B), aire que pasa a través del cierre de laberinto del compresor. Circula por las conducciones (6) y sale por los orificios (7) a refrigerar el rotor y álabes de la turbina. Cantidad aproximada, 1 — 2 % del gasto del compresor. (C), aire que se toma después del último escalonamiento del compresor. Pasa por tres conducciones (8), atravesando una pequeña cantidad de él los orificios (9) a fin de refrigerar la parte inferior del sistema de combustión. En su mayor parte sale por (10) para refrigerar los álabes de la directriz. La cantidad de este aire (C) es ligeramente inferior al 3 % del gasto del compresor. Puede observarse que los cojinetes no llevan refrigeración alguna.

### Sistemas de refrigeración

La tendencia actual en los turborreactores es la de ir disminuyendo progresivamente la refrigeración de sus órganos. En un motor de cilindros refrigerado por agua se disipa alrededor del 14 % de la energía térmica del combustible a causa del necesario enfriamiento, mientras que en un turborreactor moderno esta refri-

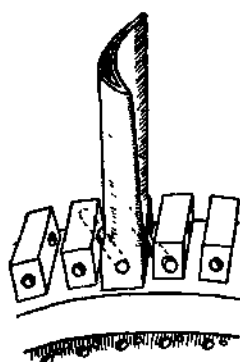


Fig. 73-I. — Alabes huecos refrigerados por aire de la turbina del J-404-B.

geración se ha reducido al mínimo, afectando únicamente al rotor de la turbina y cojinete posterior del árbol del motor. Esto ha sido posible gracias a los avances metalúrgicos, que han permitido funcionar cada vez con temperaturas más elevadas en los órganos de los turborreactores, traduciéndose en la consiguiente mejora del rendimiento termodinámico.

En los primitivos diseños se había previsto una refrigeración intensa, incluso por agua, que afectaba a las cámaras de combustión y álabes de la turbina. Todavía en los turborreactores alemanes, construidos con materiales inferiores a los actuales, se hizo necesario el uso de grandes cantidades de aire tomadas del compresor, empleándose, a veces, álabes huecos con circulación interior (figs. 13-I, 72-I y 73-I).

El sistema de refrigeración utilizado en los turborreactores Rolls-Royce se efectúa, como ya se indicó, mediante un ventilador auxiliar (figs. 5-I, 18-I, 58-I y 70-I). En otros tipos se prefiere tomar el aire del compresor, enfriándolo mediante entradas anulares que rodean la tobera de entrada y llevándolo a refrigerar el cojinete posterior y los álabes de la turbina. (De Havilland Goblin, figuras 10-I, 56-I y 71-I).

### BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

Es abundantísima la bibliografía concerniente a la descripción de órganos y sistemas de los turborreactores, así como a su historia, desarrollo y reseña de prototipos. En la mayor parte de los números de las revistas *Flight* y *Aeroplane*, de gran divulgación en nuestro país, correspondientes a los años 1947, 1948 y 1949, han aparecido artículos sobre estas cuestiones. También otras muchas revis-

tas, tales como *Aircraft Engineering*, *Aviation (Aviation Week)*, *Interavia*, *Aeronautical Engineering*, etc., han dedicado gran atención a estas materias.

Las referencias de este capítulo son, casi en su totalidad, catálogos y publicaciones de las propias casas constructoras, especialmente de las fábricas Rolls-Royce, De Havilland, Bristol y Armstrong.

En la bibliografía final del libro se incluye un gran número de trabajos dedicados a estas cuestiones, limitándonos aquí a citar los libros y artículos que presentan mayor generalidad.

1. G. GEOFFREY SMITH: *Gas Turbines and Jet Propulsion*. «Iliffe and Sons Ltd.», London, 1950. (Próximamente se publicará su traducción española.)
2. J. G. KEENAN: *Elementary Theory of Gas Turbines and Jet Propulsion*. Traducida al castellano por E. F. PICA con el título *Teoría elemental de las Turbinas de Gas y de la propulsión a chorro*. Aguilar, S. A. Madrid, 1949.
3. A. MAYER: *The Combustion Gas Turbine: Its History, Development and Prospects*. «The Institution of Mechanical Engineers, Proceedings», vol. 142, número 4, 1940.
4. L. E. NEVILLE: *Jet Propulsion Progress*. «Mc. Graw-Hill Book», New York, 1948.
5. M. M. MINK: *How Jet Propulsion Arrived*. «Aero Digest», vol. 44, n.º 3, febrero, 1944.
6. S. A. TUCKER: *Gas Turbines, Present Status and Future Prospects*. «Mech. Engineering», vol. 66, n.º 6, junio, 1944.
7. P. M. HELDT: *Gas Turbine Development-Past and Present*. «Automotive and Aviation Industries», vol. 91, n.º 3, agosto, 1944.
8. F. WHITTLE: *The Early History of the Whittle Jet Propulsion Gas Turbine*. «Flight», 11 de octubre, 1945.
9. R. FEDDEN: *Gas Turbines and Jet Propulsion Power Plants*. «Engineer», volumen 177, junio, 1944.
10. J. K. SALISBURY: *The Basic Gas Turbine Plant and Some of Its Variants*. «Mech. Engineering», vol. 66, n.º 6, junio, 1944.
11. D. L. MORDELL: *Jet-Propulsion Gas Turbines*. «Aircraft Engineering», vol. 18, n.º 205, marzo, 1946.
12. D. F. WARNER and E. L. AUER: *Contemporary Jet-Propulsion Gas Turbines for Aircraft*. «Mech. Engineering», vol. 67, n.º 11, noviembre, 1945.
13. J. S. HAVERSTICK and A. M. G. MOODY: *High-Temperature Gas-Turbine Power Plants*. «Mech. Engineering», vol. 67, n.º 4, abril, 1945.



## CAPITULO II

### MOVIMIENTO DE FLUIDOS

#### LEYES DE LA COMPRESION Y EXPANSION DE LOS GASES

##### NOTACIÓN DEL CAPÍTULO

- $F$  = fuerza, kilogramos (Kg).  
 $l$  = longitud, metros (m).  
 $t$  = tiempo, segundos (seg).  
 $m$  = masa, Kg. seg<sup>2</sup>/m.  
 $V, v$  = velocidad, m/seg.  
 $j$  = aceleración, m/seg<sup>2</sup>.  
 $g$  = aceleración de la gravedad, igual a 9,81 m/seg<sup>2</sup>.  
 $\mathfrak{A}$  = trabajo, kilográmetros (Kgm).  
 $Q$  = calor tomado o cedido por unidad de peso, Kcal/Kg.  
 $J$  = equivalente mecánico del calor, igual a 427 Kgm/Kcal.  
 $A$  = valor inverso del anterior.  
 $T$  = temperatura absoluta, grados Kelvin (°K).  
 $\theta$  = temperatura relativa, grados centígrados (°C).  
 $R$  = constante de los gases perfectos, igual a 1,986 Kcal/Mol. grado.  
 $p$  = presión, Kg/m<sup>2</sup> (en aplicaciones numéricas, Kg/cm<sup>2</sup>).  
 $v$  = volumen específico, m<sup>3</sup>/Kg.  
 $\rho_s$  = peso específico, Kg/m<sup>3</sup>.  
 $\rho$  = densidad, Kg.seg<sup>3</sup>/m<sup>4</sup>.  
 $C_p$  = calor molar a presión constante, Kcal/Mol. grado.  
 $C_v$  = calor molar a volumen constante, Kcal/Mol. grado.  
 $c_p$  = calor específico a presión constante, Kcal/Kg. grado.  
 $c_v$  = calor específico a volumen constante, Kcal/Kg. grado.  
 $U$  = energía interna por unidad de peso (específica), Kcal/Kg.

- $S$  = entropía específica, Kcal/Kg. grado.  
 $H$  = entalpía específica, Kcal/Kg.  
 $\epsilon$  = energía cinética específica, Kgm/Kg.  
 $G$  = gasto en peso, Kg/seg.  
 $G_m$  = gasto másico, Kg.seg/m.  
 $\sigma$  = área, m<sup>2</sup>.  
 $D$  = diámetro, m.  
 $r$  = radio, m.  
 $\Omega$  = perímetro, m.  
 $\mathfrak{M}$  = cantidad de movimiento.  
 $N_R$  = número de Reynolds.  
 $N_M$  = número de Mach  
 $\mu$  = coeficiente de viscosidad, Kg.seg<sup>2</sup>/m<sup>2</sup>.  
 $f$  = coeficiente de rozamiento.  
 $\gamma$  = exponente de las evoluciones isentrópicas.  
 $n$  = exponente de las evoluciones politrópicas.  
 $\alpha, b, c, d$  = coeficientes.  
 $\Psi, \Phi, Z, \varphi$  = funciones.  
 $\eta_a, \eta_n$  = rendimientos.

Mientras no se especifique lo contrario, se utilizará en todos los capítulos el sistema técnico de unidades, metro-kilogramo-segundo (M. K. S.) y el estado atmosférico correspondiente al de la Atmósfera Normal Internacional.

## MOVIMIENTO DE FLÚIDOS

### LEYES DE LA COMPRESIÓN Y EXPANSIÓN DE LOS GASES

Los turborreactores son unas máquinas térmicas en las que la mayoría de sus fenómenos están relacionados con los del movimiento de los gases. En este capítulo se incluyen un conjunto de conceptos fundamentales y fórmulas de Termodinámica y Mecánica de flúidos, así como diversos estudios de transformaciones, rendimiento y diagramas, que constituyen los conocimientos básicos necesarios para el estudio de los turborreactores. En el capítulo siguiente se incluirán las toberas y difusores, elementos en los que se basan la casi totalidad de los órganos funcionales de los motores de reacción.

En todos los razonamientos que haremos a continuación, se prescindirá de fenómenos electromagnéticos y de capilaridad, ajenos por completo a los problemas que tratarán de resolverse. Asimismo, las definiciones de energía, masa, etc., y ecuaciones del movimiento, se tomarán al estilo clásico de la Mecánica racional, ya que otra cosa no sería más que salirse inadecuadamente del campo de aplicación de este trabajo.

### Principio de conservación de la energía y primer principio de la Termodinámica

En Mecánica se entiende por energía una magnitud susceptible de producir trabajo. Este último se define como la suma de los productos escalares de una fuerza por el elemento diferencial de camino que recorre el punto material sobre el cual se aplica, es decir:

$$\mathfrak{U} = \int \vec{F} d\vec{l}.$$

O bien, refiriéndolo a una terna de ejes ortogonales X, Y, Z:

$$\mathfrak{U} = \int F_x dx + F_y dy + F_z dz.$$

En general, tal y como ha sido definido, el trabajo será una función de línea, es decir, que en un campo de fuerzas (fig. 1-II), el trabajo realizado por una partícula material al pasar de un punto a otro dependerá del camino seguido. Cuando no es esto lo que sucede y el trabajo es constante entre dos puntos cualesquiera, el campo se denomina «conservativo», mientras que se llama «disipativo» en el caso contrario.

La condición necesaria y suficiente para que un campo de fuer-

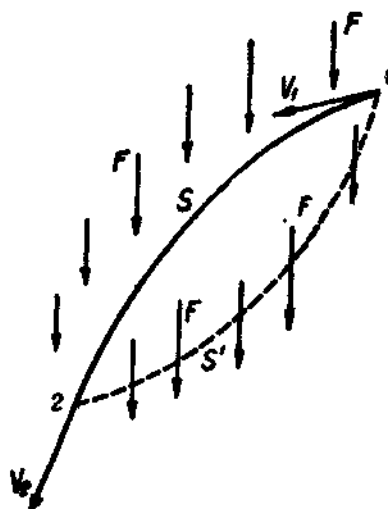


Fig. 1-II.—En un campo de fuerzas conservativo el trabajo es una función de punto.

zas sea conservativo, es que el trabajo elemental se exprese con una diferencial exacta; es decir:

$$d\mathfrak{T} = d\phi; \quad \int_1^2 d\mathfrak{T} = \phi_2 - \phi_1,$$

siendo  $\phi(x, y, z)$  una función de punto o magnitud de estado.

Teniendo en cuenta que

$$\begin{aligned} d\mathfrak{T} &= \vec{F} \cdot d\vec{l} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = \\ &= d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz, \end{aligned}$$

resulta:

$$F_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad F_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad F_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}.$$

En Mecánica se denomina potencial a la función  $\Phi = -\phi$ , viniendo representado el trabajo entre dos puntos por la diferencia de energía potencial):

$$\mathfrak{T}_1^2 = - \int_1^2 d\Phi = \Phi_1 - \Phi_2.$$

En estos campos conservativos se cumple el principio de conservación de la energía mecánica, que puede enunciarse en la forma siguiente: «La suma de las energías cinética y potencial de un cuerpo que se mueve en un campo de fuerzas conservativo es constante.»

En efecto, según las leyes de Newton, tenemos:

$$\vec{F} dt = m d\vec{V}.$$

O bien:

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = m d \frac{V^2}{2},$$

que integrada, resulta:

$$\mathfrak{T}_1^2 = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{m V_2^2}{2} - \frac{m V_1^2}{2}$$

Como, por otra parte, el trabajo es igual a  $\Phi_1 - \Phi_2$ , resulta:

$$\frac{m V_2^2}{2} + \Phi_2 = \frac{m V_1^2}{2} + \Phi_1.$$

Los campos de fuerzas procederán de un cuerpo o sistema de cuerpos que ejerzan sus acciones sobre la partícula material considerada. Al conjunto de los cuerpos de este sistema se generalizan los resultados obtenidos, estableciéndose que «la suma de las energías cinéticas y potenciales de los diversos elementos o cuerpos de un sistema es constante, siempre que sea conservativo». Puede demostrarse que un sistema es conservativo, cuando las fuerzas mutuas de sus cuerpos actúan en cada momento según las rectas que los unen y no dependen más que de las respectivas distancias.

—En Termodinámica se introduce una nueva magnitud—el calor—y en todos los fenómenos en que interviene no bastan las leyes de la Mecánica para explicarnos sus procesos y transformaciones.—

El calor se define en Termodinámica como «lo que pasa de un cuerpo a otro cuando se encuentran en contacto y a diferentes temperaturas» (1). En realidad, pueden estudiarse todos los fenómenos de la Naturaleza sin recurrir a la introducción del calor como un concepto nuevo; pero entonces no son suficientes las leyes de Newton para explicarnos los procesos en que interviene, siendo necesario recurrir a las modernas teorías de la Mecánica y de la Física. Esta es una de las grandes ventajas de la Termodinámica que, afirmando simplemente que el calor no es más que una forma de la energía, y con la introducción de una magnitud nueva, la temperatura, es capaz de explicar muchos fenómenos que no son asequibles mediante las teorías de la Mecánica clásica.

En su primer principio fundamental, la Termodinámica se limita a establecer que «el calor no es más que una forma de la energía». En estas condiciones, el principio de conservación de la energía, en su forma más general, se expresa en la forma siguiente:

$$Q - \mathfrak{U} = Z. \quad [1-II]$$

Indicando que, cuando un sistema evoluciona, la diferencia entre el calor que se le comunica  $Q$  y el trabajo realizado contra fuerzas exteriores  $\mathfrak{U}$  es igual a una función de estado  $Z$ . Esta última será la

(1) (Ref. 1).

expresión de las diferentes energías que se manifiesten en forma distinta a trabajo o calor.

Antes de considerar las diversas expresiones que pueden intervenir en la función  $Z$ , intercalaremos algunas definiciones usuales que se utilizan en Termodinámica.

### **Estado de un cuerpo. Cambios de estado**

Se denomina estado de un cuerpo o sistema de cuerpos a la condición particular con que se manifiesta en un instante determinado, definiéndose por el conjunto de sus propiedades específicas. Estas propiedades son las características observables del sistema, tales como la velocidad, temperatura, densidad, etc. Se dice que el sistema cambia de estado, cuando se modifican algunas de sus propiedades específicas, y como éstas, por definición, caracterizan los estados inicial y final, no podrán depender de los intermedios. No todas estas propiedades son independientes, sino que para cada sistema existe un número fijo de ellas, en función de las cuales pueden determinarse todas las demás.

Existen además en los sistemas ciertas funciones que pueden depender de las propiedades y de los procesos intermedios de la transformación, como, por ejemplo, el trabajo realizado en la evolución. Cuando estas funciones sólo dependen de los valores actuales de las propiedades específicas, es decir, no influyen en sus valores los procesos intermedios de la transformación, son funciones de punto y se denominan magnitudes de estado.

Un cuerpo se encuentra en estado de agregación cuando sus evoluciones se realizan de un modo continuo, siendo válida esta denominación para todos los estados que puedan alcanzarse de dicha manera. Por ejemplo, un estado de agregación es el sólido cristalino, y cuando a un cuerpo en dicho estado se le comunica calor aumentando su temperatura, las transformaciones son continuas hasta que aparece la fusión, en cuyo momento la evolución es brusca y aparece un nuevo estado de agregación: el líquido. Normalmente, el paso de líquido a gas se realiza de un modo discontinuo, por lo cual se incluye el estado de agregación gaseoso, aunque en ciertas condiciones puede pasarse del uno al otro sin producirse discontinuidad alguna.

Una sustancia es físicamente homogénea cuando volúmenes elementales de ella tienen las mismas propiedades en cualquier por-

ción que se consideren. Análogamente a como sucede para la definición de densidad, los volúmenes elementales deberán acotarse entre dos límites: uno, inferior, suficientemente grande como para evitar las imprecisiones debidas a la discontinuidad de la materia; y otro, superior, suficientemente pequeño para que puedan apreciarse debidamente los cambios de propiedad del sistema de unas partes a otras. Pueden ser sustancias físicamente homogéneas los cuerpos simples en un solo estado de agregación: agua, cloruro sódico cristalizado, etc., y también mezclas de ellos, como el aire atmosférico; ahora que, en este caso, habrá de ser una porción pequeña de ella para que pueda considerarse con igual presión y temperatura en toda su extensión.

Para porciones de líquido o gas físicamente homogéneas y sin que cambie su estado de agregación durante la transformación, muestra la experiencia que no hay más que dos propiedades independientes.

### Energía interna

Cuando un sistema compuesto de una sustancia físicamente homogénea y manteniendo invariable el estado de agregación, evoluciona pasando del estado 1 al 2, ambos en reposo, al cambio experimentado por la función de estado  $Z$  se denomina diferencia de energía interna del sistema. Es decir, que tendremos:

$$Q_1^2 - \mathfrak{U}_1^2 = U_2 - U_1,$$

siendo válida esta definición, una vez que se prescinde de los fenómenos, ya citados, de electricidad, magnetismo y capilaridad. Asimismo, ha de suponerse que sobre el sistema no actúa campo de fuerzas alguno:

La Termodinámica prescinde también de la naturaleza de esta energía interna. Para los gases, la teoría cinética establece que es igual a la suma de las energías cinéticas de sus diversas moléculas.

La energía interna, función de estado del sistema, dependerá, en general, de dos cualesquiera de sus propiedades, e incluso ella misma puede ser considerada como una propiedad, ya que no depende más que de los estados inicial y final.

En el caso general de considerar movimiento y campos de fuerzas, en la expresión de  $Z$  intervendrán las energías cinéticas y po-

tenciales, que son las únicas que podrán manifestarse en el fenómeno además de la energía interna. Debemos hacer la observación de que los campos de fuerzas que pueden presentarse actuando sobre la masa en conjunto del sistema, tales como el gravitatorio, fuerzas centrífugas, etc., serán conservativos. Así lo exige el principio de conservación de la energía, ya que ha de ser  $Z$  una función de estado, y está de acuerdo con las leyes de Newton, aplicables a este fenómeno parcial de la transformación, en el que no intervienen más que consideraciones de movimiento.

Por tanto, la expresión del principio de conservación de la energía será la siguiente:

$$Q_1^2 - Q_1^1 = U_2 - U_1 + E_2 - E_1 + \Phi_2 - \Phi_1, \quad [2-II]$$

en la que  $E_2$  y  $E_1$  son las energías cinéticas, y  $\Phi_2$  y  $\Phi_1$  las energías potenciales debidas a la acción del campo de fuerzas.

Cuando el sistema recorra un ciclo cerrado, volviendo al estado inicial, se tendrá simplemente:

$$Q = Q.$$

Esto sucedería si ambas magnitudes se midiesen en el mismo sistema de unidades; pero si expresamos el calor en calorías grandes o kilocalorías (las designamos Kcal, para evitar confusiones) y el trabajo en kilográmetros, habremos de considerar el «equivalente mecánico del calor»  $J$ , igual a 427 Kgm/Kcal.

La energía interna también se acostumbra a medir en calorías, y para expresar la ecuación de conservación de la energía en el sistema técnico de unidades, metro-kilogramo segundo, habrá de ponerse en la forma siguiente:

$$J Q_1^2 - Q_1^1 = J (U_2 - U_1) + E_2 - E_1 + \Phi_2 - \Phi_1. \quad [3-II]$$

En Termodinámica se presenta con frecuencia la transformación siguiente: en ausencia de fenómenos de movimiento y campos de fuerzas se le comunica calor a un sistema, en el cual, las fuerzas exteriores se reducen a una presión uniforme sobre su superficie límite. Si no existen fuerzas tangenciales superficiales el trabajo exterior se obtendrá con:

$$Q_1^2 = \int_1^2 p dv$$



y, por tanto, la ecuación general se reduce a la siguiente expresión:

$$J Q_1^2 = \int_1^2 p dv + J (U_2 - U_1). \quad [4-II]$$

### Segundo principio de la Termodinámica

El primer principio de la Termodinámica y el principio de conservación de la energía establecen la imposibilidad del «móvil perpetuo de primera especie», máquina ideal que produce trabajo sin consumir calor o cualquier otra forma de energía. El segundo principio de Termodinámica afirma la imposibilidad de un móvil perpetuo de segunda especie, mecanismo de funcionamiento periódico que produce trabajo enfriando simplemente un manantial de calor. Para convertir calor en trabajo es necesario que parte de él pase a un sistema situado a temperatura inferior a la del manantial que lo produce.

Con el concepto de transformaciones reversibles e irreversibles puede enunciarse este principio de otra manera.

Se dice que una transformación es reversible cuando el sistema evoluciona pasando por una serie continua de estados en equilibrio con las condiciones exteriores. Bastaría modificar éstas infinitamente poco para que la transformación cambiase de sentido.

Esta definición es equivalente a enunciar que una transformación es reversible cuando, una vez realizada, el sistema y todos los elementos que han intervenido en el proceso pueden volverse a su estado inicial.

Los saltos de calor con diferencias finitas de temperaturas, los fenómenos de rozamiento y las diferencias también finitas entre los valores de las fuerzas interiores y las exteriores del sistema, son la causa de que todas las transformaciones que se presentan en la realidad sean forzosamente irreversibles. Por otra parte, han de ser infinitamente lentas, lo que exigiría un tiempo infinito para realizarlas. Aunque sean hipotéticas, no hay nada que impida en la realidad acercarse a las condiciones de reversibilidad tanto como se quiera.

La imposibilidad del móvil perpetuo de segunda especie puede demostrarse a partir de los principios siguientes, que fueron enunciados por Clausius:

a) En toda transformación reversible elemental, el cociente de la diferencial de calor comunicado al sistema dividido por la temperatura absoluta es igual a la diferencial exacta de una cierta función de estado. Es decir:

$$\frac{dQ}{T} = dS.$$

b) En toda transformación irreversible elemental, se verifica:

$$\frac{dQ}{T} < dS.$$

Esta función de estado  $S$  se denomina entropía del sistema. En estas expresiones,  $T$  es la temperatura exterior, que coincidirá con la del sistema cuando la transformación sea reversible.

De aquí se deduce que en todo sistema térmicamente aislado ( $dQ = 0$ ), en cualquiera de sus transformaciones la entropía es constante o ha de aumentar ( $dS \geq 0$ ). Este es el enunciado del «principio del crecimiento de la entropía».

Como ya se ha dicho, de estas conclusiones puede deducirse la imposibilidad del móvil perpetuo de segunda especie. La recíproca también es cierta y, en consecuencia, pueden tomarse las desigualdades de Clausius como enunciado del segundo principio fundamental de la Termodinámica.

### **Ecuación de estado. Gases perfectos**

Anteriormente se ha establecido que los gases en condiciones físicamente homogéneas no tienen más que dos propiedades independientes. Cualquier otra vendrá relacionada con las anteriores mediante una ecuación que las comprenda. En particular se denomina ecuación estado la que relaciona entre sí la presión, volumen y temperatura del sistema

Se denominan gases perfectos aquellos que siguen exactamente las leyes de Boyle Mariotte, Gay-Lussac y Avogadro, imponiéndose además la condición de que sus calores específicos no sean función de la temperatura.

Como consecuencia de las tres primeras leyes citadas, para los

gases que las cumplen se establece la siguiente relación fundamental:

$$pv = RT, \quad [5-II]$$

que es precisamente la ecuación de estado. En ella,  $R$  es una constante que depende únicamente de la naturaleza y cantidad de gas con que se opere, y si la ecuación se refiere a un Mol, es una constante absoluta para todos los gases, con un valor  $R = 1,986$  Kcal/Mol. grado. Es frecuente referir los cálculos a la unidad de masa del gas. En este caso, y midiendo la energía en kilográmetros, resulta para un kilogramo de aire  $R = 29,27$  Kgm/Kg. grado.

Los gases que siguen estas tres leyes de Boyle Mariotte, Gay-Lussac y Avogadro, se denominan «gases en estado de Avogadro». En ellos se admite la variación de los calores específicos con la temperatura y, como veremos, sus fórmulas tendrán gran aplicación en los cálculos termodinámicos sobre motores:

### Recopilación de algunas leyes y fórmulas

Como consecuencia de los dos principios fundamentales de la Termodinámica, se establecen las siguientes leyes para los gases en estado de Avogadro.

Ley de Mayer:

$$C_p - C_v = R, \quad [6-II]$$

referida a calores molares, y  $R$  medida en Kcal/Mol. grado. Para calores específicos y  $R$  expresada en Kgm/Kg. grado, deberá ponerse:

$$J(c_p - c_v) = R. \quad [7-II]$$

Ley de Joule:

$$dU = c_v dT, \quad [8-II]$$

que para los gases perfectos podrá integrarse en la forma

$$U_2 - U_1 = c_v (T_2 - T_1).$$

También se deducen para los gases en estado de Avogadro las siguientes fórmulas de gran aplicación:

$$dQ = c_v dT + \Delta p dv \quad [9-II]$$

$$dQ = c_p dT - \Delta v dp. \quad [10-II]$$

Finalmente, indicaremos que se define la entalpía, función de estado también, en la forma

$$dH = dU + A d(pv), \quad [11-II]$$

que para los gases en estado de Avogadro, resulta:

$$dH = c_v dT + ARdT = c_p dT. \quad [12-II]$$

### Gases reales

La ecuación de estado es una ley límite que sólo la cumplirían los gases para el estado inaccesible de presión nula. Por tanto, siempre que se utilice dicha ecuación, se comete un error de mayor o menor cuantía. En el aire este error es de muy poca consideración para el orden de presiones y temperaturas que intervienen en los cálculos termodinámicos sobre motores.

Lo mismo acontece cuando se opera con gases de combustión; pero, en cambio, se cometen errores de bastante consideración cuando se supone que los calores específicos son independientes de la temperatura. En consecuencia, con mucha frecuencia se consideran los gases comportándose como en el estado de Avogadro, aplicando todas las fórmulas que hemos visto y efectuando la concesión de tener en cuenta la variación de sus calores específicos.

TABLA 1-II.—Valores de  $pv/RT$  para el aire, según ensayos de Holborn y Otto.

$\begin{matrix} ^\circ C \\ P \text{ Kg/cm}^2 \end{matrix}$	0	50	100	150	200
0	1	1	1	1	1
10	0,9945	0,9990	1,0012	1,0025	1,0031
20	0,9895	0,9984	1,0027	1,0051	1,0064
30	0,9851	0,9981	1,0045	1,0078	1,0097
40	0,9812	0,9982	1,0065	1,0108	1,0132
50	0,9779	0,9986	1,0087	1,0139	1,0168

### Variación de los calores específicos con la temperatura

El valor de los calores específicos se deduce de la teoría cinética de los gases, obteniéndose resultados diferentes según el número de átomos de la molécula del gas; pero siempre independientes de la temperatura o presión. Para explicar las leyes de variación obtenidas mediante experiencias, se hace preciso recurrir a la teoría de los cuantos, a los fenómenos de vibración electrónica y a la distorsión molecular producida a elevadas temperaturas.

La dependencia de los calores específicos con la presión no merece tenerse en cuenta, ya que sólo tiene efectos apreciables con muy grandes valores de ella, inalcanzables en cualquier estudio práctico sobre motores.

La variación con la temperatura es de bastante consideración, y se han establecido numerosas fórmulas empíricas, más o menos aproximadas, de las que citaremos las siguientes:

Fórmulas de Mallard y Le Chatelier:

$H_2, O_2, N_2, CO$	$C_p = 6,5 + 0,0012 T$
$H_2O$	$C_p = 6,5 + 0,0058 T$
$CO_2$	$C_p = 6,5 + 0,0074 T$

Fórmulas de Kast:

$O_2, N_2$	$C_p = 6,535 + 0,0009 T$
$H_2O$	$C_p = 4,815 + 0,0043 T$
$CO_2$	$C_p = 10,665 + 0,00116 T$

Fórmulas de Lewis y Randall:

Gases monoatómicos	$C_p = 5$
$O_2, N_2, CO, NO$	$C_p = 6,5 + 0,001 T$
$H_2$	$C_p = 6,5 + 0,0009 T$
$H_2O, SH_2$	$C_p = 8,81 - 0,0019 T + 0,00000222 T^2$
$CO_2, SO_2$	$C_p = 7 + 0,0071 T - 0,00000186 T^2$

Estas fórmulas se refieren al calor molar, bastando dividir por el peso molecular para obtener el específico.

No se incluyen fórmulas para  $C_v$  por deducirse sus valores de

los de  $C_p$ , mediante la fórmula de Mayer. Admitiendo la constancia de  $R$ , resulta:

$$\begin{aligned} C_p - C_v &= 1,986 \approx 2 \quad (\text{para calores molares}) \\ c_p - c_v &= 0,0685 \quad (\text{para el aire y calores espe-} \\ &\quad \text{cíficos por Kg}). \end{aligned}$$

Las fórmulas empíricas que acabamos de ver discrepan bastante unas de otras y, además, proporcionan errores de bastante consideración cuando se comparan sus resultados con los obtenidos mediante experiencias. Es mucho mejor prescindir de ellas y utilizar tablas que nos den directamente los valores de  $c_p$  en función de la temperatura.

Se han insertado en las tablas 2-II y 3-II datos de la variación de los calores específicos, según ensayos alemanes e ingleses. Los valores difieren bastante en algunos casos, siendo generalmente mayores los utilizados por los ingleses. En este libro seguiremos los datos suministrados por las «Technical Data on Fuel», ya que haremos con frecuencia comparaciones con datos y resultados obtenidos en publicaciones de ese país.

Estas tablas vienen expresadas en calores específicos medios, ya que en esta forma será como se usen. Para calcularlos, entre dos temperaturas diferentes de 0 y  $\theta$ , se tomará:

$$(c_p)_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{\theta_2 (c_p)_{\theta_2}^{\theta_1} - \theta_1 (c_p)_{\theta_1}^{\theta_0}}{\theta_2 - \theta_1}.$$

Reduciendo el intervalo  $\theta_2 - \theta_1$  de una forma conveniente, puede calcularse el calor específico con suficiente aproximación a cualquier temperatura.

Cuando interese una gran aproximación, pueden utilizarse los datos recientemente obtenidos por H. L. Johnston, quien en los laboratorios del National Advisory Committee for Aeronautics (N. A. C. A.), midió el verdadero calor específico del aire utilizando métodos espectrográficos. Sus resultados han sido resumidos con gran precisión por Benser, Wilcox y Voit, incluyéndolos en dos curvas parabólicas, que son las siguientes:

Entre  $T = 200^\circ \text{K}$  y  $T = 633^\circ \text{K}$

$$c_p = 0,2445 - 3,9708 \cdot 10^{-6} T + 8,9359 \cdot 10^{-8} T^2$$

Entre  $T = 633^\circ \text{K}$  y  $T = 3056^\circ \text{K}$

$$c_p = 0,2413 + 1,088 \cdot 10^{-8} \sqrt{1,8 T - 976}$$

TABLA 2-II.— *Calores específicos medios a presión constante entre 0° y t°C, según las Wärmetabellen del Physikalisch Technischen Reichsanstalt (ensayos de Holborn y Henning).*

t°C	Aire	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO	H <sub>2</sub> O	CO <sub>2</sub>
0	0,241	0,249	0,218	0,233	0,458	0,197
200	0,243	0,251	0,220	0,234	0,465	0,219
400	0,245	0,253	0,222	0,236	0,475	0,234
600	0,247	0,255	0,223	0,238	0,483	0,245
800	0,249	0,257	0,225	0,240	0,493	0,253
1000	0,251	0,259	0,227	0,242	0,502	0,260
1200	0,253	0,262	0,229	0,244	0,513	0,265
1400	0,255	0,264	0,231	0,246	0,524	0,269
1600	0,257	0,266	0,233	0,248	0,538	0,273
1800	0,260	0,268	0,235	0,250	0,554	0,276
2000	0,262	0,271	0,237	0,253	0,571	0,279
2200	0,264	0,274	0,240	0,256	0,590	0,282
2400	0,267	0,276	0,242	0,258	0,613	0,284
2600	0,269	0,279	0,244	0,260	0,638	0,286
2800	0,272	0,282	0,246	0,262	0,667	0,288
3000	0,275	0,284	0,248	0,265	0,696	0,290

TABLA 3-II.—*Calores específicos medios a presión constante entre 0° y  $\theta$  °C, según los valores de las «Technical Data on Fuel» (gases sin disociar).*

$\theta$ °C	Aire	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO	H <sub>2</sub> O	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
100	0,240	0,248	0,221	0,249	0,445	0,208	0,344
300	0,243	0,250	0,226	0,252	0,456	0,229	0,346
500	0,248	0,254	0,234	0,257	0,470	0,244	0,347
800	0,256	0,261	0,242	0,265	0,497	0,261	0,350
1000	0,261	0,266	0,247	0,270	0,509	0,270	0,353
1300	0,266	0,272	0,254	0,277	0,531	0,279	0,359
1500	0,270	0,276	0,256	0,280	0,546	0,285	0,363
1800	0,274	0,281	0,260	0,285	0,566	0,291	0,370
2000	0,277	0,283	0,263	0,287	0,577	0,295	0,374
2300	0,280	0,287	0,266	0,291	0,594	0,299	0,380
2500	0,282	0,289	0,268	0,293	0,603	0,302	0,384
2800	0,284	0,292	0,271	0,295	0,616	0,305	0,389
3000	0,285	0,293	0,273	0,297	0,623	0,307	0,393

### Calor específico de una mezcla de gases

Se obtiene calculando la media proporcional de los calores específicos de los constituyentes. El caso más importante para nosotros es el de la mezcla de gases resultantes de la combustión de hidrocarburos en atmósfera de aire.

Sea  $r$  la relación aire/combustible en peso y  $d$  la proporción de carbono en peso que tiene el combustible, medida en tanto por



uno. Un kilogramo de mezcla estará compuesto de  $r/(1+r)$  Kg de aire,  $d/(1+r)$  Kg de carbono y  $(1-d)/(1+r)$  Kg de hidrógeno.

Como datos complementarios se insertan los siguientes:

Peso atómico del C.....	12
» » » N.....	14
» » » O.....	16
» » » H.....	1

Composición aproximada en peso del aire: 77 % de N y 23 % de O. Supondremos que la combustión se realiza de un modo perfecto, sin disociación y produciéndose exclusivamente  $\text{CO}_2$  y  $\text{H}_2\text{O}$  (se supone  $r$  igual o mayor de la necesaria para la combustión estricta). En estas condiciones, la reacción de combustión de un kilogramo de mezcla se escribirá del modo siguiente:

$$\begin{aligned} & \frac{r}{1+r} [0,77 (\text{N}_2) + 0,23 (\text{O}_2)] + \frac{1}{1+r} [d (\text{C}) + (1-d) (\text{H}_2)] = \\ & = 0,77 \frac{r}{1+r} (\text{N}_2) + 0,23 \frac{r}{1+r} (\text{O}_2) - \frac{d}{1+r} \frac{32}{12} (\text{O}_2) - \\ & \quad - \frac{1-d}{1+r} \frac{16}{2} (\text{O}_2) + \frac{d}{1+r} \left(1 + \frac{32}{12}\right) (\text{CO}_2) + \\ & \quad + \frac{1-d}{1+r} \left(1 + \frac{16}{2}\right) (\text{H}_2\text{O}) = 0,77 \frac{r}{1+r} (\text{N}_2) + \\ & \quad + \frac{0,23 r - 8 + \frac{16}{3} d}{1+r} (\text{O}_2) + \frac{d}{1+r} \frac{11}{3} (\text{CO}_2) + 9 \frac{1-d}{1+r} (\text{H}_2\text{O}). \end{aligned}$$

Luego el calor específico  $c_{p_m}$  de la mezcla se obtendrá con (1):

$$c_{p_m} = 0,77 \frac{r}{1+r} (c_p)_{\text{N}_2} + \frac{0,23 r - 8 + \frac{16}{3} d}{1+r} (c_p)_{\text{O}_2} + \left\{ \begin{aligned} & + \frac{11}{3} \frac{d}{1+r} (c_p)_{\text{CO}_2} + 9 \frac{1-d}{1+r} (c_p)_{\text{H}_2\text{O}} \end{aligned} \right\} \quad [13\text{-II}]$$

(1) En esta expresión, los símbolos  $(\text{N}_2)$ ,  $(\text{O}_2)$ , etc., expresan simplemente el elemento de que se trata. Por ejemplo:  $0,77 (\text{N}_2)$  indica 0,77 Kg. de nitrógeno, y  $(c_p)_{\text{N}_2}$  el calor específico de dicho elemento.

## DEFINICIONES Y CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE MECÁNICA DE FLÚIDOS

### Definiciones

En la Mecánica de flúidos se estudian éstos considerándolos como un medio continuo. Cuando se aplica el cálculo diferencial a esta ciencia y se definen, por ejemplo, elementos de superficie o volumen, debe tenerse en cuenta que se consideran suficientemente grandes como para que no se note en ellos la discontinuidad real de la materia, y suficientemente pequeños como para que puedan asimilarse a elementos diferenciales. Por ejemplo, la densidad se define del modo siguiente:

$$\rho = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta v};$$

pero, en rigor, deberá ponerse:

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta v}; \quad \Delta v_1 < \Delta v < \Delta v_2,$$

siendo  $\Delta v_1$  y  $\Delta v_2$  dos elementos de volumen escogidos de acuerdo con las condiciones antes mencionadas.

La presión se define como la relación entre la fuerza que ejerce el flúido sobre un elemento de superficie situado en su seno y el área de este elemento. Cuando hay fuerzas de viscosidad, la presión depende de la orientación de la superficie, demostrándose que la media aritmética de los valores de ella tomados en tres direcciones ortogonales es siempre la misma. A este valor medio es al que se refieren los cálculos cuando se consideran dichos efectos de viscosidad.

Un movimiento es estacionario cuando las velocidades consideradas en un punto fijo no dependen del tiempo. Cuando esta circunstancia ocurre para las velocidades, lo mismo sucede para las demás magnitudes fundamentales del problema: la densidad y la presión. Para este caso se verifica:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Se definen las líneas de corriente por la condición de que el vector velocidad sea tangente a ellas en todo momento.

Se obtendrán con la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}.$$

Cuando el movimiento es estacionario, coinciden con las trayectorias de las partículas fluidas.

Tubo de corriente es el conjunto de líneas de corriente que atraviesan un elemento de superficie normal a ellas.

### Regímenes rotacional e irrotacional

Se demuestra en el estudio de los medios deformables que cuando una porción elemental de fluido pasa de una posición a otra su movimiento diferencial se puede descomponer en tres partes:

a) Una traslación en conjunto del elemento, en la que todas las alineaciones quedan paralelas a sí mismas.

b) Una deformación, en la cual tres segmentos ortogonales del elemento se siguen conservando paralelos a las direcciones primitivas, pero experimentando acortamientos o aumentos en su longitud. Estos tres segmentos se denominan ejes principales de la deformación.

c) Una rotación o giro de los tres ejes principales de la deformación. Al vector representativo de esta rotación  $\vec{\beta}$  se le denomina torbellino, demostrándose que está dado por la expresión:

$$\vec{\beta} = \frac{1}{2} \text{rot } \vec{v}. \quad [14-II]$$

O sea:

$$\begin{aligned} \beta_x &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right); & \beta_y &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right); \\ \beta_z &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right). \end{aligned}$$

Los movimientos en los que falta el giro, siendo nulo el vector torbellino, se denominan irrotacionales.

No se deben confundir los términos movimientos giratorios y

rectilíneos con movimientos rotacionales e irrotacionales. Por ejemplo, en un movimiento giratorio en conjunto de una masa de fluido, si las velocidades lineales en cada punto varían inversamente con la distancia al eje de giro; o sea:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

no variarán las alineaciones de cada elemento de fluido. Por tanto, el movimiento será irrotacional, aunque sea rotatorio.

### Propiedades de los torbellinos

El estudio de los torbellinos tiene un interés fundamental en Aerodinámica. Aquí nos limitaremos a insertar algunas de sus propiedades más importantes.

Análogamente a como se efectuaba para las velocidades, se estudia el campo formado por los vectores torbellinos, aunque para los cálculos suele utilizarse en vez de dicho vector  $\vec{\beta}$ , otro de valor doble, o sea:

$$\vec{c} = 2\vec{\beta} = \text{rot. } \vec{w}.$$

Como aplicación de los teoremas de Gauss, Stokes y Lord Kelvin (1), se obtienen para los torbellinos las propiedades siguientes:

---

(1) El teorema de Gauss establece que en un campo de vectores  $\vec{w}$ , para un recinto o volumen  $v$ , simplemente conexo y limitado por una superficie  $\sigma$ , se verifica:

$$\iint_{\sigma} \vec{w} \vec{d\sigma} = \iiint_v \text{div } \vec{w} dv.$$

El teorema de Stokes expresa que en una curva cerrada  $C$ , que limita una superficie  $\sigma$ , resulta:

$$\int_C \vec{w} \vec{dl} = \iint_{\sigma} \text{rot } \vec{w} \vec{d\sigma}.$$

El teorema de Lord Kelvin indica que en una curva cerrada  $S$ , arrastrada por el fluido en su movimiento, su circulación es constante. Es decir:

$$\int_S \vec{w} \vec{dl} = \text{cte.}$$

a) El flujo a través de un hilo o tubo de torbellinos se mantiene invariable de unas secciones a otras, o sea:

$$\vec{c}_1 \vec{\sigma}_1 = \vec{c}_2 \vec{\sigma}_2,$$

en la que  $\vec{\sigma}_1$  y  $\vec{\sigma}_2$  son los vectores representativos de las áreas en dos secciones cualesquiera, 1 y 2, del hilo de torbellinos.

b) La circulación en una curva cerrada que envuelva el hilo de torbellinos es constante. Es decir:

$$\Gamma = \int_S \vec{w} d\vec{l} = \text{cte.}$$

Además, en flúidos desprovistos de viscosidad, y cuando la densidad es función de la presión, se establecen estas otras dos propiedades:

c) Las partículas que en un instante dado forman parte del hilo de torbellinos habrán de permanecer en él indefinidamente.

d) El flujo en un hilo de torbellinos no solamente es constante en el espacio, como hemos indicado en a), sino que también permanece invariable con el tiempo.

Estos son los teoremas de Helmholtz, de los que se deduce la conclusión de que los torbellinos no pueden engendrarse ni destruirse en el seno del flúido. Este resultado, que no concuerda con la realidad, se debe a no haber considerado los efectos de la viscosidad, los cuales, dando origen a fuerzas tangenciales de fricción, pueden producir la aparición y destrucción de torbellinos en el seno del flúido o en los obstáculos o paredes que limitan el mismo.

En la Naturaleza, los torbellinos libres sobre los que no actúan fuerzas exteriores presentan la siguiente estructura: en su centro existe una pequeña zona en calma, a la que rodea un anillo de movimiento rotacional, creciendo las velocidades periféricas con el radio. Por último, en toda la zona exterior el movimiento es irrotacional, disminuyendo las velocidades inversamente a la distancia al centro del torbellino, siendo esto último consecuencia de la necesaria conservación del momento de la cantidad de movimiento.

### Régimen turbulento y régimen laminar

El movimiento de un fluido se dice que está en régimen turbulento cuando la velocidad en un instante dado y en una dirección determinada se obtiene con la fórmula:

$$w = w_m + w_f,$$

en la cual  $w_m$  es la velocidad media y  $w_f$  la velocidad de fluctuación. Esta última velocidad  $w_f$  ha de cumplir las condiciones de ser pequeña con relación a  $w_m$  y, además, ha de verificarse que:

$$\int_0^\tau w_f d\tau = 0,$$

siendo  $\tau$  un tiempo suficientemente grande como para que se verifique esta condición, y suficientemente pequeño como para que no tengan influencia apreciable las variaciones de la velocidad media con el tiempo.

Esta velocidad media es la que nos mide un instrumento usual: un tubo de Pitot, por ejemplo. La velocidad verdadera en cada instante hay que medirla con aparatos especiales, muy sensibles a los cambios de velocidad, ya que las fluctuaciones son rapidísimas.

Para considerar el grado de turbulencia, se introduce la raíz cuadrada del cuadrado medio de la velocidad fluctuante, o sea:

$$\sqrt{\overline{w_f^2}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau w_f^2 d\tau}.$$

Denominándose grado de turbulencia a la relación

$$\frac{\sqrt{\overline{w_f^2}}}{w_m} \cdot 100.$$

Cuando el valor del cuadrado medio es el mismo en todas las direcciones, la turbulencia se denomina isotrópica.

La turbulencia procede de la existencia de infinidad de torbellinos en el seno del fluido producidos por perturbaciones en la co-

riente. Por tanto, tendrá siempre el movimiento carácter de rotacional y, en rigor, no podrá ser considerado estacionario. Sin embargo, estas denominaciones se aplican a la velocidad media, pudiendo ser el movimiento respecto a ella estacionario e incluso irrotacional.

El régimen laminar se produce cuando no existe esta velocidad fluctuante, pudiendo ser o no estacionario y rotacional o irrotacional. Las trayectorias de las partículas siguen caminos definidos, no entremezclándose unas con otras desordenadamente, como sucede en el régimen turbulento.

## ECUACIONES GENERALES DE LA MECÁNICA DE FLÚIDOS

### Ecuación de Euler

Prescindiendo de la existencia de campos de fuerzas y aplicando la segunda ley de Newton, fuerza = masa  $\times$  aceleración, a un elemento de un fluido en el que se admiten nulas las fuerzas tangenciales de viscosidad, se obtiene la ecuación de Euler:

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = - \frac{\text{grad } p}{\rho} . \quad [15-II]$$

En la que  $\frac{d\vec{w}}{dt}$  representa la variación de la velocidad en el tiempo y en el espacio, viniendo dada por:

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \vec{w} \text{ grad } \vec{w} = \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + w_x \frac{\partial \vec{w}}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vec{w}}{\partial y} + w_z \frac{\partial \vec{w}}{\partial z} . \quad [16-II]$$

### Ecuación de Bernoulli

Cuando el movimiento es estacionario puede integrarse la ecuación de Euler a lo largo de una línea de corriente C. Si  $d\vec{l}$  es el elemento vectorial de dicha línea, y teniendo en cuenta que  $\partial \vec{w} / \partial t = 0$ , tendremos:

$$\int_C (\vec{w} \text{ grad } \vec{w}) d\vec{l} = - \int_C \frac{\text{grad } p}{\rho} d\vec{l}.$$

Como:

$$\text{grad } p \, \vec{dl} = dp,$$

y recordando que los vectores  $\vec{w}$  y  $\vec{dl}$  son paralelos, resulta:

$$(\vec{w} \text{ grad } \vec{w}) \, \vec{dl} = \vec{w} \, d\vec{w} = d \frac{w^2}{2}.$$

Por tanto, obtenemos finalmente:

$$\frac{w^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = \text{cte.} \quad [17-II]$$

que es la ecuación de Bernoulli, de importancia fundamental en la Mecánica de flúidos. Con frecuencia la utilizaremos en su expresión diferencial y sustituyendo la densidad por el volumen específico, en la forma:

$$\frac{w \, dw}{g} + v \, dp = 0. \quad [18-II]$$

Recordemos de nuevo que esta ecuación solamente es válida en el caso de movimiento estacionario y para flúidos en los que se desprecian las fuerzas de viscosidad.

En los flúidos incompresibles es constante la densidad, y la ecuación se integra inmediatamente, resultando:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{cte.},$$

fórmula que también tendremos ocasión de aplicarla con frecuencia.

### Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad o de conservación de la masa se obtiene expresando que el flujo a través de la superficie de un elemento de volumen ha de ser igual a la disminución de la masa del flúido contenido en el mismo, considerando ambos factores en la unidad de tiempo. Se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } (\rho \vec{w}) = 0. \quad [19-II]$$



Para movimientos estacionarios:

$$\operatorname{div}(\rho \vec{w}) = 0, \quad [20-II]$$

y si, además, el fluido se considera incompresible:

$$\operatorname{div} \vec{w} = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad [21-II]$$

### Teorema del impulso (1)

El teorema del impulso puede establecerse a partir de la ecuación de Euler, ya que ambos son consecuencia de las leyes de Newton. No obstante, aquí lo expondremos directamente en su forma general, ya que es de importancia esencial y de constante aplicación en toda la teoría de los motores de reacción.

El teorema del impulso se establece para régimen estacionario. Pueden determinarse sus ecuaciones en el caso de movimiento no permanente, pero entonces aparecen integrales de volumen que no pueden transformarse, generalmente, en integrales de superficie. Con esto desaparece la principal ventaja de este teorema, que sólo exige el conocimiento de las condiciones en la superficie del sistema.

También supondremos que el fluido está desprovisto de viscosidad, aunque luego tendremos ocasión en varios casos particulares de prescindir de esta simplificación.

Consideremos el sistema formado por el volumen de un líquido o gas limitado por una superficie fluida S. Por superficie fluida se entiende una superficie formada siempre por las mismas partículas del fluido, condición esencial para que la masa del sistema esté compuesta siempre por los mismos elementos, sin lo cual no podrían aplicarse las leyes de Newton.

El teorema del impulso aplicado a un sistema de partículas, expresa que la variación de su cantidad de movimiento es igual a la suma de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema; es decir:

$$\frac{d \int \vec{D}}{dt} = \frac{d}{dt} \Sigma (m \vec{w}) = \Sigma \vec{F}_e.$$

---

(1) La exposición de este párrafo, en líneas generales, está tomada de la referencia 9.

Cuando se aplica a un medio continuo, la suma se convierte en una integral, resultando:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint \vec{w} dm = \Sigma \vec{F}_e.$$

La superficie  $S$  del sistema (fig. 2-II), habrá pasado al cabo del tiempo  $dt$  a la superficie  $S'$ . La variación de la cantidad de movimiento del fluido contenido en  $S$  será debida al movimiento superficial, ya que toda la parte del fluido de  $S'$  que ocupa un espacio de la superficie  $S$ , conserva la misma cantidad de movimiento, por ser éste estacionario.

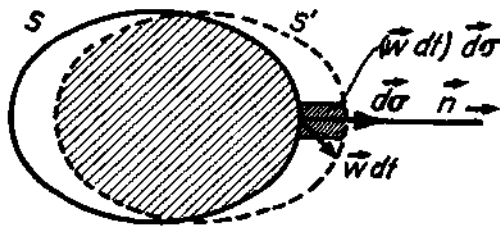


Fig. 2-II.—La superficie  $S$  se desplaza en un tiempo  $dt$  a la superficie  $S'$ .

Consideremos una superficie ficticia  $S$ , fija en el espacio, que coincide en el instante inicial con la del sistema, y estudiemos la cantidad de movimiento que pasa a través de ella cuando el sistema se desplaza y pasa a la posición  $S'$ .

El volumen del fluido que pasa a través del elemento de superficie  $d\sigma$  en el tiempo  $dt$ , vale  $(\vec{w} dt) \vec{d\sigma}$ , siendo  $\vec{d\sigma}$  el vector representativo del elemento superficial dirigido según la normal  $\vec{n}$ , cuyo sentido positivo se toma cuando está dirigida hacia afuera. Según esto, la variación en la unidad de tiempo de la cantidad de movimiento producida por el desplazamiento de  $S'$  a través de  $S$ , vendrá dada por:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \iint \rho (\vec{w} d\vec{\sigma}) \vec{w},$$

teniendo por componentes:

$$\begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} &= \iint \rho w \cos(\vec{n}, \vec{w}) w_x d\sigma, \\ \frac{dM_y}{dt} &= \iint \rho w \cos(\vec{n}, \vec{w}) w_y d\sigma, \\ \frac{dM_z}{dt} &= \iint \rho w \cos(\vec{n}, \vec{w}) w_z d\sigma. \end{aligned}$$

Las fuerzas exteriores que pueden actuar sobre el sistema son las siguientes:

a) Fuerzas de presión sobre la superficie del sistema. Se expresarán con la integral:

$$-\iint p \vec{d\sigma}.$$

Se considera la integral con signo negativo porque las fuerzas de presión actúan hacia adentro, mientras que  $\vec{d\sigma}$  está dirigido hacia afuera.

b) Fuerzas másicas actuando sobre el volumen del fluido, entre las que hay que considerar siempre la gravedad. Para este último caso vendrán dadas por:

$$\iiint \rho \vec{g} dv,$$

en la que  $dv$  es el elemento de volumen de fluido. En todos los casos que consideraremos estas fuerzas serán despreciables, por lo cual este término no lo tendremos en cuenta.

c) Fuerzas exteriores producidas por cuerpos rígidos que ejerzan su acción sobre el fluido.

Un ejemplo de este tipo de fuerzas pueden ser las producidas por los álabes de un compresor o turbina, caso que tendrá posteriormente especial interés para nosotros. Es posible considerar únicamente fuerzas de presión, incluyendo como superficie del sistema la parte que esté en contacto con estos cuerpos, pero normalmente resulta más ventajoso estudiarlas por separado. Estas fuerzas las consideramos positivas cuando son ejercidas por los cuerpos sobre el fluido.

Si a estas fuerzas las denominamos  $\Sigma \vec{F}_e$ , y no considerando, como hemos dicho, las fuerzas másicas, tendremos como expresión general del teorema del impulso:

$$\iint \rho (\vec{v} \cdot \vec{d\sigma}) \vec{v} = -\iint p \vec{d\sigma} + \Sigma \vec{F}_e. \quad [22-II]$$

Este teorema del impulso se ha establecido para régimen estacionario, pero sigue siendo válido para movimientos no permanen-

tes cuando los valores medios de las variables que intervienen en el problema sigan siendo estacionarios. Ejemplos de este tipo los tenemos en el caso de movimientos periódicos o turbulentos, de gran importancia para nosotros, pues serán de esta clase los que se presenten en el estudio de los compresores y turbinas.

## COMPRESIÓN Y EXPANSIÓN DE LOS GASES

### MOVIMIENTO DE UN FLÚIDO A TRAVÉS DE UNA CONDUCCIÓN

#### ECUACIONES GENERALES

##### Ecuación del impulso

Consideremos un fluido que circula por una conducción (figura 3-II) y separemos una porción de él limitada por dos secciones 1 y 2. Supondremos que el régimen es estacionario y que son despreciables las fuerzas de viscosidad. Asimismo, admitiremos que

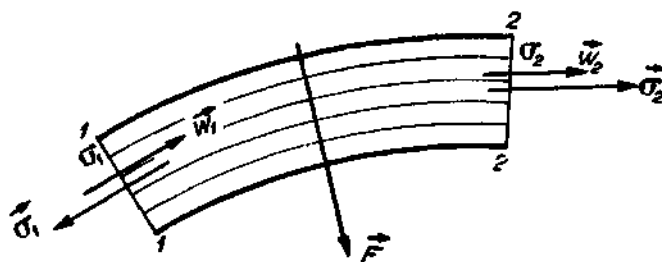


Fig. 3-II.—La fuerza  $\vec{F}$  es la reacción de las paredes contra la corriente del fluido.

en cada sección transversal son constantes las velocidades y presiones, lo que equivale a suponer que dicha conducción se comporta como un tubo de corriente. Esta última suposición puede también enunciarse admitiendo que se toman valores medios de las variables en cada sección.

El teorema del impulso suministra el valor de la fuerza  $F$  que ejerce el tubo contra la corriente. Aplicando la ecuación [22-II] a este caso, obtenemos:

$$\rho_1 w_1 \sigma_1 \cos 180^\circ \vec{w}_1 + \rho_2 w_2 \sigma_2 \cos 0^\circ \vec{w}_2 = -p_1 \vec{\sigma}_1 - p_2 \vec{\sigma}_2 + \vec{F}.$$

O sea:

$$\vec{F} = p_1 \vec{\sigma}_1 + p_2 \vec{\sigma}_2 + \rho_2 w_3 \sigma_3 \vec{w}_2 - \rho_1 w_1 \sigma_1 \vec{w}_1. \quad [23-II]$$

Ecuación que, proyectada sobre unos ejes de referencia, nos proporciona el valor de los dos componentes de  $\vec{F}$  en función de las condiciones del fluido en las secciones 1 y 2.

Esta ecuación tendremos ocasión de utilizarla con la mayor frecuencia en el cálculo orgánico de los turborreactores. En cambio, en los estudios termodinámicos que se incluirán a continuación, tendrá una aplicación más inmediata la relación que se establece entre presiones, densidades o volúmenes específicos y velocidades cuando estas últimas se consideran en su magnitud escalar, es decir, cuando se prescinde de la dirección del movimiento. Por tanto, como ecuación derivada de las leyes de Newton del movimiento, utilizaremos la de Bernoulli:

$$\int_1^2 v dp = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}. \quad [24-II]$$

Esta ecuación, como establecida a partir de las leyes del movimiento, es indiferente a que entre los estados 1 y 2 se comunique o se quite calor al fluido.

### Ecuación de continuidad

Para el caso de la conducción considerada, la ecuación de continuidad se establecerá expresando que el gasto en peso  $G$  es constante en cualquier sección transversal  $i$  de área  $\sigma_i$  de la conducción:

$$G = \frac{\sigma_i w_i}{v_i} = g \rho_i \sigma_i w_i = \rho_{ei} \sigma_i w_i = \text{cte.} \quad [25-II]$$

### Ecuación de conservación de la energía

Apliquemos el principio de conservación de la energía a la porción ABCD del fluido que circula por la conducción representada en la figura 4-II. Admitiremos las mismas condiciones de régimen estacionario, ausencia de viscosidad y que pueden tomarse valores

medios de las variables en cada sección transversal. Supondremos que entre las secciones AB y CD se comunica o se toma calor del fluido, considerándolo positivo en el primer caso. Este calor se admite que lo transmiten las paredes, como en el caso de un recuperador de calor o radiador, ya que el proceso que se realiza cuando es un calor de combustión se estudiará en el capítulo siguiente. También supondremos que entre dichas secciones existe un mecanismo que absorbe trabajo.

Tanto el calor comunicado como el trabajo absorbido hay que suponerlos constantes en la unidad de tiempo, o al menos constan-

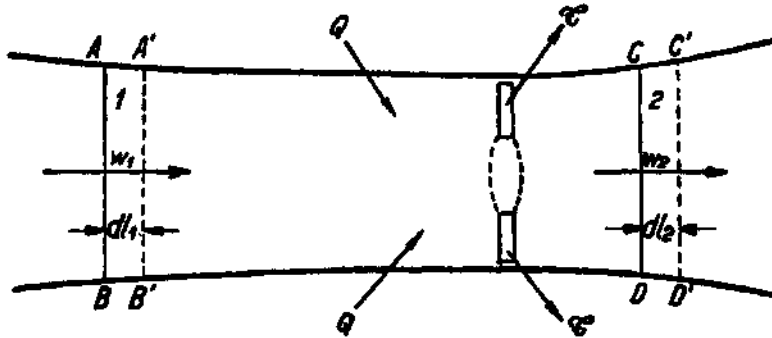


Fig. 4-II.—Movimiento de un gas por una conducción.

tes en su valor medio, como podría ser el caso del trabajo tomado por los álabes de una turbina.

En un tiempo  $dt$  el sistema ABCD habrá pasado a la posición A'B'C'D', y como el régimen es estacionario, las diferencias de energía serán las debidas a las partes CC' DD' y AA' BB'.

Prescindiendo, como ya se dijo, de efectos electromagnéticos y fenómenos de capilaridad, el principio de conservación de la energía aplicado a este sistema nos proporciona la siguiente expresión:

$$J Q dt - \mathfrak{T}_e dt = \left[ \left( J U_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \Phi_2 \right) - \left( J U_1 + \frac{w_1^2}{2g} + \Phi_1 \right) \right] dm.$$

En esta ecuación  $dm$  es el peso, igual para ambas, de las porciones de fluido CC' DD' y AA' BB';  $Q$  es el calor comunicado en la unidad de tiempo;  $\mathfrak{T}_e$  es el trabajo realizado contra fuerzas exteriores, también en la unidad de tiempo, en el que habrá que considerar el ejercido por las presiones de fluido contra las caras AB y

CD y el absorbido por el mecanismo. Por último,  $U$ ,  $w^2/2g$  y  $\Phi$  son las energías interna, cinética y potencial, respectivamente.

El trabajo ejercido por las fuerzas de presión del fluido tendrá por expresión:

$$p_2 v_2 dl_2 - p_1 v_1 dl_1 = (p_2 v_2 - p_1 v_1) dm.$$

Sustituyendo este valor y designando simplemente  $\mathfrak{U}$  al trabajo ejercido contra el mecanismo exterior, tendremos:

$$\begin{aligned} J Q dt - \mathfrak{U} dt &= (p_2 v_2 - p_1 v_1) dm + \\ &+ \left( J U_2 + \frac{w_2^2}{2g} + \Phi_2 \right) dm - \left( J U_1 + \frac{w_1^2}{2g} + \Phi_1 \right) dm. \end{aligned}$$

Como  $dm = G dt$ , si se sustituye este valor, se divide por el gasto y teniendo en cuenta la definición de entalpía, resulta:

$$J \frac{Q}{G} - \frac{\mathfrak{U}}{G} = J (H_2 - H_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \Phi_2 - \Phi_1. \quad [26-II]$$

### Casos particulares

Para las transformaciones de que nos ocuparemos, solamente interesará considerar dos tipos de campos de fuerzas que dan origen a las energías potenciales  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$ . Uno de ellos es el gravitatorio, que se manifestará en todos los casos, y otro el originado por fuerzas centrífugas. Para el primero, tendríamos como expresión de la diferencia de energías:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = a,$$

siendo  $a$  la diferencia de nivel, en metros, entre los puntos 1 y 2. Este término es importante en Hidráulica, pero para los gases en las condiciones en que vamos a considerarlos es por completo despreciable, de acuerdo con lo mencionado cuando se estableció el teorema del impulso.

Los campos de fuerzas centrífugas se presentarían, por ejemplo, si la conducción que hemos considerado estuviese sometida a un movimiento de rotación uniforme, como sucedería si se tratase de los álabes de un compresor radial. Este caso merecerá conside-

ración aparte, preescindiéndose en todos los demás de toda clase de energías potenciales.

Con frecuencia consideraremos el caso en el que no se comunica calor al fluido. En estas condiciones quedaría para la expresión de  $Q$  únicamente el perdido a través de las paredes de la conducción. Este calor perdido depende de los diversos coeficientes de conductividad: gas-pared, pared y pared-medio ambiente, así como de los diferentes gradientes de temperatura. En términos generales, puede decirse que el calor perdido en la unidad de tiempo será pequeño cuando la pared sea mala conductora de calor, o la diferencia entre la temperatura del gas y la del medio ambiente sea escasa; pero el calor perdido por kilogramo de gas en la unidad de tiempo  $Q/G$ , que es el que realmente interesa, también será pequeño cuando  $G$  sea grande. Esto último acontecerá en una conducción de sección determinada cuando las velocidades de paso sean grandes, caso que se presentará casi exclusivamente en todas las transformaciones que estudiemos en los turborreactores, por lo cual, salvo especificación en contrario, nunca tendremos en cuenta estas pérdidas de calor a través de las paredes.

### **Comparación entre el principio de conservación de la energía y las leyes del movimiento**

En ausencia de trabajo absorbido por un mecanismo y aplicada a un elemento diferencial, la ecuación de conservación de la energía se expresa en la forma:

$$J dQ - d(pv) - J dU - \frac{w dw}{g} = 0. \quad [27-II]$$

Por otra parte, la ecuación de Bernoulli, válida también en este caso, nos proporciona la expresión:

$$\frac{w dw}{g} + v dp = 0, \quad [28-II]$$

y para que ambas sean idénticas, habrá de verificarse:

$$J dQ = J dU + p dv. \quad [29-II]$$

Esta relación ya se estableció anteriormente para el caso en que se



prescindiera del movimiento, y el trabajo exterior se efectuase venciendo una presión uniforme sobre el sistema. Como vemos, se generaliza más su aplicación, pudiendo establecerse que el calor comunicado al gas se invierte en aumentar su energía interna y en producir un trabajo de dilatación, con la única condición de la no existencia de fuerzas transversales de viscosidad.

Cuando la transformación es adiabática, tenemos:

$$J dQ = J dU + d(pv) - v dp = 0.$$

o sea:

$$J dH = v dp. \quad [30-II]$$

Sustituyendo en la ecuación de Bernoulli, se obtiene:

$$\frac{w dw}{g} + J dH = 0, \quad [31-II]$$

resultando, como ya podía preverse, la ecuación de conservación de la energía.

### Transformaciones isentrópicas de los gases perfectos

Cuando una transformación es adiabática ( $Q = 0$ ) y, además, es reversible, será isentrópica ( $dS = 0$ ). Cuando se trata de la compresión o expansión de un gas, para este caso pueden establecerse fórmulas que ligan la presión, volumen y temperatura en cualquier estado del proceso.

Como la transformación es reversible, no puede haber rozamiento y, por tanto, puede establecerse la relación:

$$J dQ = J dU + p dv = 0,$$

o bien:

$$J c_v dT + p dv = 0,$$

que para los gases perfectos y con las fórmulas:

$$pv = RT; \quad J(c_p - c_v) = R; \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v},$$

resulta:

$$v dp + \gamma p dv = 0,$$

cuya solución es la ecuación:

$$p v^{\gamma} = \text{cte.} \quad [32-II]$$

que es la fórmula de Poisson.

Entre dos estados, 1 y 2, de la transformación, y mediante la ecuación de estado y la fórmula anterior se establecen las relaciones siguientes:

$$p_1 v_1^{\gamma} = p_2 v_2^{\gamma}; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \quad T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1}.$$

La ecuación diferencial:

$$v dp + \frac{c_p}{c_v} p dv = v dp + \gamma p dv = 0$$

es válida también para los gases en estado de Avogadro. En cambio, su integración, en la forma que se ha efectuado, no es posible más que para los gases perfectos. En la práctica, es frecuente realizar la aproximación de seguir aplicando las fórmulas de Poisson a los gases en estado de Avogadro, pero tomando para el exponente  $\gamma$  un valor medio entre los que corresponderían para las temperaturas inicial y final, deducido mediante la variación de los calores específicos,  $c_p$  y  $c_v$ , con la temperatura.

En el caso de movimiento de un gas por una conducción y con la condición ya mencionada de ser la transformación adiabática, la relación entre entalpías y energías cinéticas se obtiene de [31-II], resultando:

$$J (H_1 - H_2) = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}. \quad [33-II]$$

Para los gases perfectos:

$$J c_p (T_1 - T_2) = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}, \quad [34-II]$$

aplicándose también esta fórmula para los gases en estado de Avogadro, pero tomando para  $c_p$  un valor medio entre los correspondientes a las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ .

Para el caso particular de velocidad inicial nula:

$$w_2 = \sqrt{2g J c_p (T_1 - T_2)} \quad [35-II]$$

conocida como fórmula de Weisbach. Puesta en función de las presiones y volúmenes específicos, resulta:

$$v_2 = \sqrt{2g \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)} \quad [36-II]$$

que es la fórmula de Zeuner.

Como veremos, estas cuatro últimas fórmulas serán válidas aunque la transformación no sea reversible, pero en presencia de rozamiento hay que definir las velocidades por sus valores medios, de acuerdo con las observaciones que incluiremos a continuación.

### Influencia del rozamiento

Para todos los gases reales en movimiento a través de una conducción habrá que tener en cuenta los fenómenos de rozamiento.

Estos son la causa de que aparezcan fuerzas tangenciales en el fluido, es decir, fuerzas paralelas a la dirección general del movimiento, cuyo origen se explica mediante la teoría cinética de los gases y los fenómenos de atracción moleculares.

Cuando dos capas de fluido se mueven con velocidades diferentes, se produce una fuerza tangencial que, por unidad de superficie, se expresa con la fórmula:

$$F_t = \mu \frac{dv}{dn} \quad [37-II]$$

En la cual  $F_t$  es la fuerza tangencial,  $\frac{dv}{dn}$  el gradiente de la velocidad y  $\mu$  el coeficiente de viscosidad, que en el sistema técnico de unidades vendrá expresado en Kg.seg/m<sup>2</sup>.

Experimentalmente se ha comprobado que el fluido no desliza sobre las paredes de la conducción o sobre un obstáculo cualquiera. Por tanto, el fluido «moja» las paredes, permaneciendo en reposo la capa que está en inmediato contacto con ellas.

También mediante experiencias se ha establecido que cuando las velocidades son pequeñas el fluido se mueve con régimen laminar. En una tubería de sección circular, un corte longitudinal daría una distribución parabólica de las velocidades (fig. 5-II), en la que la velocidad media  $v$  es igual a la mitad de la máxima  $v_{\text{máx}}$ .

Ahora bien, esta distribución de las velocidades corresponde al caso de equilibrio. Si el fluido procedente de un depósito penetra sin perturbaciones en una conducción, al principio, su velocidad es constante en cada sección transversal, excepto en una delgada capa en inmediato contacto con las paredes, denominada capa límite. En ella se manifiestan primordialmente las fuerzas de viscosidad, existiendo un fuerte gradiente de la velocidad, ya que varía desde cero hasta el valor constante del resto de la conducción.

El espesor de esta capa límite va aumentando poco a poco, modificándose con ella la distribución transversal de las velocidades hasta que, ocupando toda la conducción, se produce la distribución parabólica estable, que ya se ha mencionado.

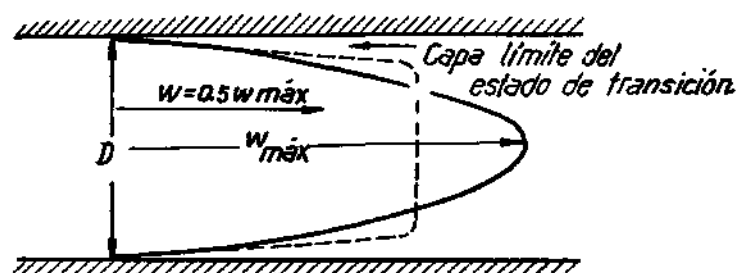


Fig. 5-II.—Perfil de velocidades en régimen laminar. La línea punteada indica un estado de transición con una distribución de velocidades anterior al estado de equilibrio.

Este régimen laminar solamente es estable para valores reducidos de la velocidad. Cuando esta última sobrepasa de un cierto valor, aparece el régimen turbulento, que comienza a manifestarse en el centro de la conducción y se va extendiendo a toda la sección de la tubería, quedando solamente una estrecha zona inmediata a las paredes, en las que el régimen sigue siendo laminar. Esta zona es la denominada capa límite laminar.

La distribución de las velocidades ya no es parabólica, sino que adopta la forma de una curva mucho más plana (fig. 6-II), siendo la velocidad media igual a 0,8 de la máxima.

El paso de un régimen a otro no se define correctamente por la velocidad, sino que es función del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{w D \rho}{\mu} .$$

Cuando en un fluido en movimiento se incrementa su velocidad, llega un momento en que, como ya se ha indicado, aparece el régimen turbulento. No existe ciertamente un número de Reynolds de valor fijo que marque esta separación, dependiendo esencialmente de cómo se realice la operación. En la práctica, se ha llegado a mantener el movimiento laminar para números de Reynolds del orden de 50.000, aunque en condiciones por completo inestables, pues bastaría introducir una pequeña perturbación en la corriente para que apareciera en forma estable el régimen turbulento.

Puede afirmarse que para números de Reynolds superiores a 3.000 el régimen laminar es siempre inestable (1).

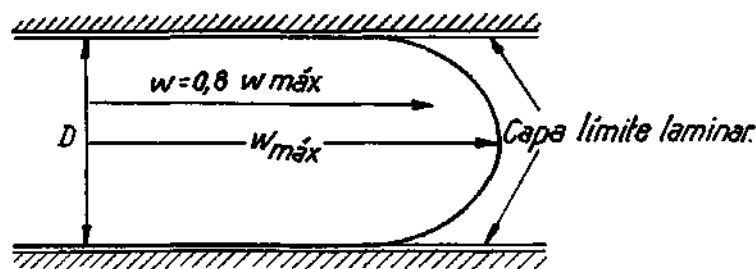


Fig. 6-II.—Distribución de velocidades en el régimen turbulento.

En cambio, cuando en un fluido en régimen turbulento se reduce su velocidad, se presenta el movimiento laminar para números de Reynolds mucho más definidos, con valores que varían poco de 2.000, dependiendo del grado de pulimento de las paredes de la conducción, pero no de la manera de realizar la operación. Este número de Reynolds igual a 2.000 es el denominado valor crítico, y la zona comprendida entre  $N_R = 2.000$  y  $N_R = 3.000$  se la denomina zona de transición.

Análogamente a como acontecía para el régimen laminar, la distribución de velocidades en el movimiento turbulento, indicada en la fig. 6-II, corresponde al estado de equilibrio. Al penetrar el fluido en una conducción con una velocidad constante en toda su sección transversal, se forma al principio una capa límite laminar en la zona

(1) Según una moderna teoría iniciada por los alemanes y continuada por los americanos, el límite de estabilidad es función de la frecuencia de la perturbación introducida.

en contacto con las paredes. El espesor de esta capa límite va creciendo hasta que se alcanza un punto B en la conducción (fig. 7-II), denominado punto crítico, en el que aparece una capa límite turbulenta que aumenta rápidamente de espesor, mientras que el de la capa límite laminar disminuye bruscamente y permanece a partir de este punto con un valor constante.

El perfil de las velocidades en la capa límite laminar es recto, y

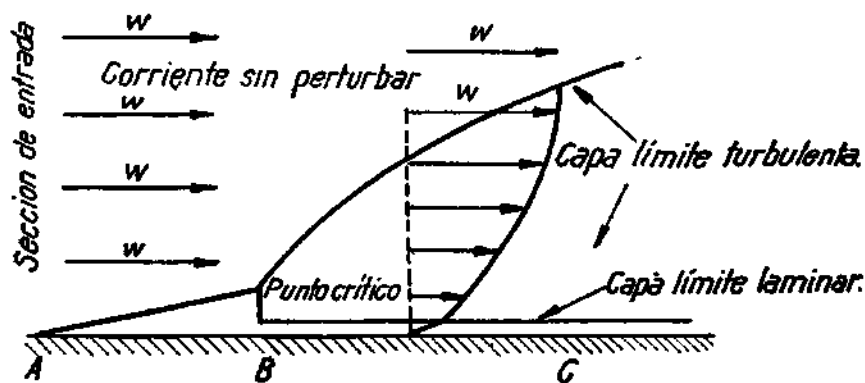


Fig. 7-II.—Formación y desarrollo de la capa límite.

curvado en la capa límite turbulenta; resultando poco definida la separación entre esta última zona y el resto de la corriente sin perturbar del fluido.

Como el espesor de la capa límite turbulenta crece rápidamente, en una distancia relativamente corta puede ocupar toda la conducción, alcanzándose el estado de equilibrio representado en la figura 6-II. En cambio, para el movimiento laminar la distancia era mucho mayor, debido al lento crecimiento de su capa límite. En la práctica suele necesitarse una longitud de 20 a 40 diámetros para alcanzar la distribución normal de velocidades en régimen turbulento, y más de 250 diámetros en régimen laminar.

### **Ecuación de conservación de la energía en el caso de considerarse el rozamiento**

Vamos a ver que, con algunas modificaciones, puede seguirse aplicando la ecuación de conservación de la energía aun en el caso de que se considere el rozamiento. Para ello, veremos que será suficiente operar con las velocidades medias. Más adelante estableceremos también la ecuación del impulso.

Tanto en el régimen laminar como en el turbulento puede tomarse sin error sensible el mismo valor de la presión en cualquier punto de la sección. La influencia de la viscosidad en ella, ya puesta de manifiesto, es insignificante, así como sus variaciones de un punto a otro de dicha sección transversal.

La existencia de fuerzas transversales en el sentido del movimiento da origen a la aparición de fuerzas cortantes normales a ellas. Por tanto, en las secciones AB y CD de la porción de fluido que se consideró se manifestarán estas fuerzas en dirección perpendicular a la velocidad. Ahora bien, la suma de estas fuerzas en cualquier sección es insignificante, siendo además rigurosamente nula cuando la distribución de velocidades es simétrica, caso que consideraremos casi exclusivamente. Por tanto, prescindiremos en absoluto de la existencia de estas fuerzas cortantes.

Por otra parte, no puede hablarse de trabajo de rozamiento contra las paredes, única energía procedente de fuerzas exteriores que podría introducirse en el problema, ya que el fluido moja dichas paredes y no hay deslizamiento. Por tanto, la ecuación de conservación de la energía será exactamente la misma, con la única condición de que las velocidades que aparezcan en ella hay que considerarlas como valores medios en cada sección transversal.

Respecto a estos valores medios, conviene hacer la observación de que, en la ecuación de conservación de la energía, con lo que realmente se opera en ella es con energías cinéticas medias, es decir, medias cuadráticas de las velocidades, tanto para la definición de velocidad media en el espacio (en cada sección), como en el tiempo (régimen turbulento). En cambio, en la ecuación de continuidad intervienen medias lineales de la velocidad. Ahora bien, en la práctica resultan despreciables estas diferencias entre medias lineales y cuadráticas, sobre todo teniendo en cuenta que en la realidad siempre se presenta el régimen turbulento, con una distribu-

ción de velocidades que difiere poco del valor medio. Además, siempre se opera con diferencias de energía cinética, o sea, con diferencias de medias cuadráticas, que resultan prácticamente iguales que las diferencias de medias lineales. En lo sucesivo, mientras no se especifique lo contrario, se supondrán las velocidades referidas a sus valores medios lineales en cada sección.

En el caso de tener en cuenta las pérdidas de calor por las paredes podría ser diferente la ecuación de conservación de la energía al considerar el rozamiento, ya que éste eleva la temperatura del fluido y podrían aquéllas ser mayores. Este efecto insignificante es por completo despreciable, no teniendo además significación alguna para nosotros, ya que consideraremos casi exclusivamente sistemas térmicamente aislados.

#### **Ecuación del impulso en el caso de existir rozamiento**

En el caso de tenerse en cuenta los efectos de viscosidad y la consiguiente aparición de fuerzas transversales en el fluido, ya no es válida la ecuación de Bernoulli. En cambio, con algunas hipótesis adicionales, puede seguirse aplicando la ecuación general del impulso que nos daba el esfuerzo de reacción de las paredes de una conducción (fórmula [23-II]). Si para su cálculo se consideran despreciables las fuerzas transversales en las secciones 1 y 2, que limitaban la vena fluida, y se toman valores medios para las velocidades, sigue siendo perfectamente válida dicha ecuación. En efecto, las fuerzas longitudinales de rozamiento entre las diversas líneas de corriente son fuerzas interiores que no intervienen en la expresión, y las fuerzas de rozamiento del fluido contra las paredes se consideran incluidas en la expresión de la fuerza exterior  $F$ , que será la suma de la resultante de estas fuerzas y de las debidas a la presión.

Vamos a establecer ahora la ecuación diferencial que relaciona las magnitudes que caracterizan el estado del fluido: presión, volumen específico y velocidad, con las fuerzas de rozamiento ejercidas contra las paredes de la conducción. Para ello, consideremos una porción elemental de la vena fluida mediante dos secciones AB y CD separadas una distancia  $dl$  (fig. 8-II).

Como siempre, supondremos establecido el régimen estaciona-



rio, tomaremos valores medios de las velocidades en las secciones AB y CD, y supondremos despreciables las fuerzas cortantes en dichas secciones.

Sobre este elemento del fluido estableceremos la ecuación del impulso, expresando que la suma de las fuerzas exteriores ejercidas sobre él es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

Estas fuerzas exteriores provendrán, por una parte, de las presiones, tanto de las ejercidas por el resto del fluido sobre las caras AB y CD del elemento considerado, como de las de reacción de las paredes de la conducción para soportar la presión propia de dicho elemento. Además, habremos de considerar sobre estas paredes las fuerzas tangenciales que provienen del rozamiento, sobre las cuales insertaremos previamente algunas consideraciones.

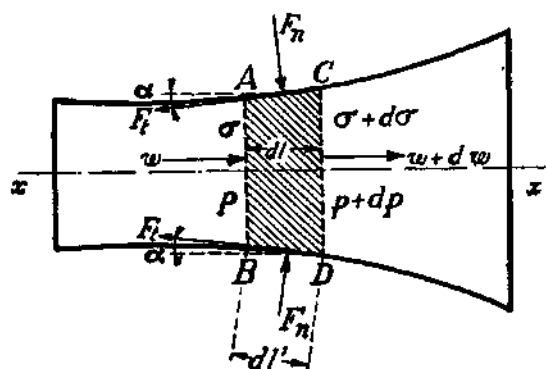


Fig. 8-II.—Movimiento de un elemento de fluido en presencia de fuerzas de rozamiento.

Como ya se dijo, los esfuerzos de fricción de las capas internas del fluido no intervendrán en el cálculo por ser fuerzas interiores, quedando únicamente los transmitidos a la pared. La experiencia muestra que la fuerza por unidad de área que ejerce un fluido viscoso sobre una conducción, es función del diámetro de la conducción, de la velocidad media, densidad y coeficiente de viscosidad de dicho fluido. Es decir, que se tendrá:

$$F_r = f(D, w, \rho, \mu) \quad (1).$$

Estableciendo la ecuación dimensional, resulta que ha de ser:

$$\frac{F_r}{\rho w^2} = \varphi \left( \frac{w D \rho}{\mu} \right).$$

(1) Cuando la sección no sea circular, en vez del diámetro D se utiliza el radio hidráulico  $r_h$ , definido como la relación entre el área y el perímetro de la sección. En el caso anterior, podría sustituirse D por su valor equivalente  $4 r_h$ .

El primer término:

$$f = \frac{F_o}{\rho v^2} \quad [38-II]$$

es el denominado coeficiente de rozamiento (1), que, como puede verse, es función del número de Reynolds.

El estudio de esta función se ha efectuado analítica y experimentalmente, tanto para el régimen laminar como para el turbulento.

Una vez establecidos los estados de equilibrio, o sea, con las distribuciones transversales de las velocidades ya indicadas, se han determinado para  $f$  las expresiones siguientes:

$$f = \frac{8}{N_R} \quad [39-II]$$

$$\frac{1}{\sqrt{8f}} = 2,00 \log_{10} (N_R \sqrt{8f}) - 0,8. \quad [40-II]$$

Correspondiendo la primera fórmula al régimen laminar y la segunda al turbulento. Esta última expresión ha sido determinada por Kármán.

Estos valores se refieren a conducciones de paredes lisas, pero en el caso de tuberías comerciales hay que tener en cuenta las asperezas y rugosidades que puedan existir en ellas. En régimen laminar no hay que considerarlas, ya que su influencia es despreciable.

Cuando las irregularidades son pequeñas y su altura no sobrepasa del espesor de la capa límite laminar, espesor que se obtiene con la expresión:

$$e = \frac{32,8 D}{N_R \sqrt{8f}} \quad [41-II]$$

tampoco hay que corregir los valores de  $f$  dados por la fórmula [40-II].

Cuando las asperezas son de consideración, ejercen una influen-

---

(1) Con frecuencia se toma un coeficiente de rozamiento ocho veces mayor que el que aquí se ha establecido, como consecuencia de la introducción del radio hidráulico y de dividir por  $\frac{1}{2} \rho v^2$  en vez de por  $\rho v^2$ .

cia considerable en los valores del coeficiente de rozamiento. El problema ha sido investigado experimentalmente por Nikuradse, valiéndose de granos de arena adheridos a la tubería. Los valores de  $f$  dependen del factor de rugosidad  $f_r = r/e_0$ , siendo  $r$  el radio de la conducción y  $e_0$  el diámetro medio o altura de las asperezas.

En la figura 9-II están representados los valores del coeficiente  $f$  en función del número de Reynolds y del factor de rugosidad. Puede observarse cómo para valores elevados del número de Reynolds las curvas correspondientes a conducciones con paredes ru-

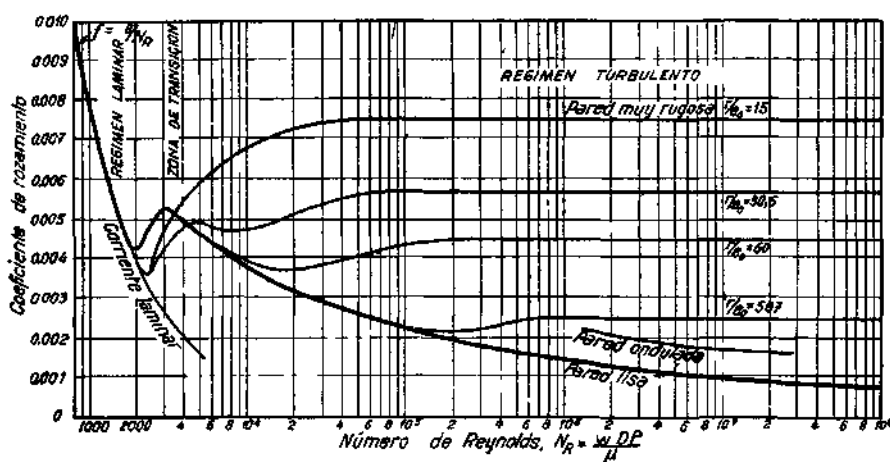


Fig 9-II.—Valores del coeficiente de rozamiento en función del número de Reynolds y del factor de rugosidad. (Según Ref. 6.)

gosas son horizontales, siendo por tanto independientes de dicho número. Para estas condiciones, Nikuradse ha establecido la siguiente fórmula, que proporciona los valores del coeficiente  $f$ :

$$\frac{1}{8f} = 2,00 \log_{10} \left( \frac{r}{e_0} \right) + 1,72. \quad [42-II]$$

También puede apreciarse cómo para valores elevados del factor de rugosidad, al disminuir el número de Reynolds, las curvas tienden a confundirse con la correspondiente a paredes lisas, dada por la fórmula [40-II]. Ello es debido a que al decrecer el número de Reynolds, aumenta el espesor de la capa límite laminar (fórmula [41-II]), llegando a sobrepasar la altura de las asperezas, con lo que desaparece la influencia que éstas ejercen.

Una vez analizadas las fuerzas de rozamiento, podemos establecer la ecuación del impulso en el elemento de fluido que estábamos considerando.

Tomemos el eje de la tobera como eje de proyección, con su sentido positivo según la dirección del movimiento. De acuerdo con esto y según la figura 8-II, tendremos:

Resultante de las fuerzas de presión sobre AB y CD:

$$-d(p\tau).$$

Proyección de las fuerzas de reacción de las paredes, debidas a la presión del fluido:

$$(F_n)_x = F_n \sin \alpha = p \Omega dl \sin \alpha = +p d\tau,$$

en la que  $\Omega$  es el perímetro de la sección.

Fuerzas de rozamiento:

$$-F_t \cos \alpha = -F_o \Omega \frac{dl}{\cos \alpha} \cos \alpha = -f \rho w^2 \Omega dl.$$

La resultante de todas estas fuerzas ejercidas sobre el elemento de fluido, según el eje XX, será pues:

$$-d(p\tau) + p d\tau - f \rho w^2 \Omega dl = -\tau dp - f \rho w^2 \Omega dl.$$

Si tomamos un tiempo  $dt = dl/w$ , la variación de la cantidad de movimiento del elemento se expresará con:

$$\frac{G}{g} dw.$$

Por tanto, resultará finalmente:

$$\frac{G}{g} dw = -\tau dp - f \rho w^2 \Omega dl.$$

Dividiendo por  $G$  y multiplicando por  $w$ , resulta:

$$\frac{w}{g} \frac{dw}{dt} + \frac{\tau w}{G} dp + \frac{f \rho w}{G} w^2 \Omega dl = 0$$



y con

$$G = \frac{\sigma w}{v}, \quad p = \frac{1}{v g},$$

queda:

$$\frac{w}{g} \frac{dw}{dl} + v \frac{dp}{dl} + \frac{f w^2}{g} \frac{\Omega}{\sigma} dl = 0. \quad [43-II]$$

### Discusión

Vamos ahora a establecer la totalidad de las ecuaciones de las que se dispone en el caso de movimiento con rozamiento y las compararemos con las existentes para la transformación isentrópica.

Además de la anterior, calculada basándose en el teorema del impulso, es decir, según las leyes del movimiento de Newton, tenemos las dos siguientes:

Ecuación de conservación de la energía:

$$\frac{w}{g} \frac{dw}{dl} + J \frac{dH}{dl} = 0.$$

Ecuación de continuidad:

$$d \frac{\sigma w}{v} = 0.$$

En el caso de transformación isentrópica disponemos de las dos ecuaciones anteriores, que se expresan en igual forma, y de la ecuación de Poisson:

$$p v^{\gamma} = \text{cte.},$$

con la que se establece la condición de adiabatismo y reversibilidad de la transformación. Ya sabemos que para este caso no disponemos de ninguna otra ecuación, pues las del impulso y conservación de la energía son exactamente la misma.

En la ecuación [43-II], obtenida mediante el teorema del impulso, analicemos el término que proviene del rozamiento, o sea, la expresión:

$$f \frac{w^2}{g} \frac{\Omega}{\sigma} dl,$$

que tiene las dimensiones de una energía específica, como todos los demás términos de la ecuación, ya que se han multiplicado las fuerzas por la velocidad  $w$  y dividido por el gasto en peso  $G$ .

Supongamos, de momento, que el gas desliza sobre las paredes moviéndose en conjunto con la velocidad media  $w$ . En este caso se produciría un trabajo de fricción sobre dichas paredes, que vendría dado por:

$$d\mathfrak{T}_r = f \rho w^3 \Omega \, dl \frac{dl}{G \, dt} = f \frac{w^2}{g} \frac{\Omega}{\sigma} \, dl,$$

coincidiendo con la anterior expresión.

Por otra parte, si se comparan las ecuaciones de conservación de la energía y la [43-II]:

$$\begin{aligned} \frac{w \, d w}{g} + J \, d H &= \frac{w \, d w}{g} + J \, d U + d(p \, v) = 0 \\ \frac{w \, d w}{g} + v \, d p + d \mathfrak{T}_r &= 0, \end{aligned}$$

resulta:

$$d \mathfrak{T}_r = J \, d U + p \, d v. \quad [44-II]$$

Es decir, el fenómeno es por completo análogo al de una transformación en la que el fluido se moviese con la velocidad media  $w$ , produciendo un trabajo de fricción sobre las paredes  $d \mathfrak{T}_r$ , y que éste se transformase íntegramente en calor que, a su vez, se le comunica al fluido. Su ecuación de conservación de la energía se plantearía del modo siguiente:

$$J \, d Q - d \mathfrak{T}_r = \frac{w \, d w}{g} + J \, d H,$$

siendo:

$$d \mathfrak{T}_r = J \, d Q = J \, d U + p \, d v,$$

resultando la misma que la de nuestro caso real. Asimismo, la ecuación del impulso nos daría de nuevo la [43-II].

Pero no debe olvidarse que, en realidad, el fluido no desliza sobre las paredes, siendo por completo ficticio el concepto de trabajo exterior de rozamiento. El efecto verdadero de este fenómeno es absorber energía cinética del fluido, mediante fricción de unas

capas con otras, transformándola en calor. Lo que sucede es que, al considerar velocidades medias, resulta el proceso análogo al que señalamos anteriormente.

Por tanto, no podrá hablarse de pérdidas de energía por rozamiento, ya que su efecto es una transformación de la energía cinética ordenada de traslación en energía cinética desordenada. Por comodidad de lenguaje, y debido a la equivalencia entre los fenómenos señalados, algunas veces hablaremos de «trabajo de rozamiento», una vez que ya hemos analizado este concepto, y refiriéndonos siempre a pérdidas de energía cinética de traslación, o de presión, pero nunca a pérdidas totales de energía.

### Transformaciones politrópicas

En general, se denominan curvas politrópicas aquellas que pueden representarse por la ecuación:

$$p v^n = \text{cte.},$$

pudiendo tener el exponente  $n$  un valor cualquiera.

Estas curvas sirven para aproximar muchos tipos de transformaciones. En particular, para  $n = 0$ ,  $n = 1$  y  $n = \gamma$ , tendríamos evoluciones isobáricas, isotérmicas e isentrópicas, respectivamente. Aquí restringiremos más la definición de transformaciones politrópicas, refiriéndonos exclusivamente al caso en que un gas evoluciona adiabáticamente, pero en presencia de fenómenos de rozamiento, caso que se nos presentará con gran frecuencia en la práctica.

En este caso ya vimos que la transformación de energía cinética en calor que producía el rozamiento, se obtenía con la expresión:

$$d\mathfrak{T}_r = J dQ = J dU + p dv = J c_p dT - v dp.$$

Admitiendo que en cada instante la energía transformada por el rozamiento es proporcional al salto de entalpía o, lo que es análogo, al elemento diferencial de temperatura, es decir:

$$d\mathfrak{T}_r = a J c_p dT, \quad [45-II]$$

resulta:

$$a J c_p dT = J c_p dT - v dp,$$

quedando:

$$J c_p (1 - a) dT - v dp = 0,$$

o bien:

$$\frac{J c_p}{J c_v (\gamma - 1)} (1 - a) d(pv) - v dp = 0,$$

y finalmente:

$$\frac{\gamma(1-a)}{1-\gamma a} p dv + v dp = 0, \quad [46-II]$$

que es la ecuación diferencial de una transformación politrópica,  $p v^n = \text{cte.}$ , con:

$$n = \frac{\gamma(1-a)}{1-\gamma a}. \quad [47-II]$$

En la ecuación [45-II] hay que tener en cuenta que  $d\mathfrak{T}_r$  es eminentemente positivo, mientras que  $dT$  lo es también en una compresión, pero es negativo en una expansión. Por tanto, debe tomarse  $a > 0$  en un proceso de compresión y  $a < 0$  en uno de expansión. De acuerdo con esto, y según [47-II], tenemos:

$$\begin{aligned} a = 0 & \quad n = \gamma \text{ (proceso isentrópico)} \\ a > 0 & \quad n > \gamma \text{ (compresión politrópica)} \\ a < 0 & \quad n < \gamma \text{ (expansión politrópica).} \end{aligned}$$

En la práctica no se parte de los valores del coeficiente  $a$  para determinar los del exponente  $n$ , sino que se toman directamente los de este último, bien de acuerdo con datos experimentales de su valor, o mediante la determinación de las presiones y volúmenes específicos en los puntos inicial y final de la transformación.

Para este último caso, tendríamos:

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1}. \quad [48-II]$$

En realidad, no hay ninguna razón para que pueda afirmarse que la curva  $p v^n$  coincida con la real de la transformación, aunque tengan comunes los puntos inicial y final; pero la experiencia



muestra que la aproximación conseguida es notablemente buena.

Además de la mencionada, tendremos también las siguientes fórmulas para las transformaciones politrópicas:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad [49-II]$$

$$T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}. \quad [50-II]$$

La introducción de las transformaciones politrópicas se debe a la gran dificultad matemática que presenta el problema de la integración de la ecuación [43-II].

Solamente en algunos casos sencillos, y tomando el coeficiente  $f$  constante, es posible su resolución. En cambio, mediante la aplicación de las leyes de los gases en estado de Avogadro, ecuación de conservación de la energía y la de las evoluciones isentrópicas o politrópicas, puede resolverse fácilmente cualquier problema de expansión o compresión de un gas, siempre que se conozcan los datos de partida y se fije un valor final para cualquiera de las variables.

### Representación de las transformaciones en el diagrama de Clapeyron

Se obtiene este diagrama tomando las presiones como ordenadas y los volúmenes específicos como abscisas.

Las transformaciones isobáricas,  $p = \text{cte.}$ , y las isostéricas,  $v = \text{cte.}$ , se representarán por líneas rectas paralelas a los ejes del diagrama. Las isotérmicas  $p v = \text{cte.}$  serán hipérbolas equiláteras. Las isentrópicas  $p v^\gamma = \text{cte.}$  serán curvas de mayor pendiente que las isotérmicas, por ser  $\gamma > 1$ .

Finalmente, las politrópicas  $p v^n = \text{cte.}$  tendrán representación análoga a las isentrópicas, con mayor o menor pendiente según sea  $n \gtrless \gamma$ .

Para el trazado de las curvas politrópicas, dentro de las cuales pueden considerarse las isotérmicas e isentrópicas, existen procedimientos gráficos, aunque en la práctica resulta más cómodo y aproximado dibujarlas por puntos. Una vez determinado el valor de  $n$  y trazada una de ellas, las demás pueden deducirse mediante

una homotecia respecto del origen, ya que sustituyendo  $p$  y  $v$  por  $kp$  y  $kv$ , resulta:

$$k^{n+1} p v^n = \text{cte.}$$

ecuación de otra politrópica.

También pueden dibujarse mediante traslación paralela de una de ellas respecto a cualquiera de los ejes coordenados.

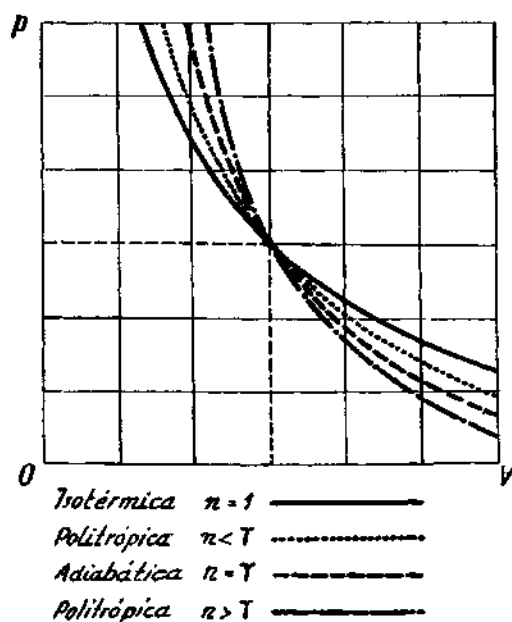


Fig. 10-II.—Diferentes tipos de curvas en el diagrama P-V.

### Trazado de curvas en el diagrama entrópico

Para el estudio termodinámico de un motor tiene mayor interés representar las transformaciones en el diagrama entrópico que en el  $p-v$  de Clapeyron. Se obtiene dicho diagrama tomando las temperaturas como ordenadas y las entropías como abscisas. Para los gases perfectos resulta este diagrama equivalente al H-S de Mollier, ya que en ellos la temperatura absoluta y

la entalpía son proporcionales. Tomando calores específicos medios, la proporcionalidad sigue subsistiendo para los gases en estado de Avogadro.

Las transformaciones isotérmicas e isentrópicas vendrán representadas por líneas rectas en el diagrama entrópico. Las isobáricas se deducen fácilmente mediante integración de la ecuación:

$$\frac{dQ}{T} = dS = \frac{c_p dT}{T} - A \frac{v dp}{T} = \frac{c_p dT}{T} - A R \frac{dp}{p}. \quad [51-II]$$

Para los gases perfectos, con  $c_p = \text{cte.}$ , resulta:

$$S_i - S_j = c_p \log \frac{T_i}{T_j} - A R \log \frac{p_i}{p_j} . \quad [52-II]$$

Para gases reales en los que se tenga en cuenta la variación de  $c_p$ , podemos poner:

$$c_p = a + b T. \quad [53-II]$$

O bien:

$$c_p = a + b T + d T^2$$

si se utilizan fórmulas cuadráticas, efectuándose los cálculos en forma análoga a los que vamos a exponer para variación lineal.

Sustituyendo [53-II] en [51-II] e integrando entre los puntos  $i-j$ , resulta:

$$S_i - S_j = a \log \frac{T_i}{T_j} + b (T_i - T_j) - A R \log \frac{p_i}{p_j} . \quad [54-II]$$

La ecuación de las isobáricas se obtendrá haciendo  $p_i = p_j$ , quedando:

$$S_i - S_p = a \log \frac{T_i}{T_p} + b (T_i - T_p), \quad [55-II]$$

indicando con el subíndice  $p$  valores tomados a lo largo de una curva de presión constante. Todas estas isobáricas pueden deducirse unas de otras por traslación paralela al eje de entropías, ya que a lo largo de las isotermas se verifica:

$$S_i - S_T = - A R \log \frac{p_i}{p_T} . \quad [56-II]$$

Para dibujar el conjunto de isobaras sobre el diagrama entrópico, primeramente se fijarán las escalas de temperaturas absolutas y de diferencias de entropías. Definiendo el punto inicial por la temperatura que nos convenga, podemos dibujar la isóbara tipo dada por 55-II. A esta curva podemos atribuirle el valor que se quiera para la presión y situarla mediante traslación paralela al eje de abscisas en la zona del diagrama que convenga. Una vez fijada la situación de la isóbara, así como su presión, las demás curvas son líneas paralelas a ella, con una separación dada por 56-II. En la figura 11-II está representado el diagrama entrópico del aire en condiciones de gas real.

Para los volúmenes específicos se procede en forma análoga, mediante integración de la ecuación:

$$\frac{dQ}{T} = dS = \frac{c_v dT}{T} + \frac{Ap dv}{T} = \frac{c_v dT}{T} + AR \frac{dv}{v}. \quad [57-II]$$

Para el trazado de politrópicas nos bastará expresar su ecuación diferencial en términos de temperaturas y entropías.

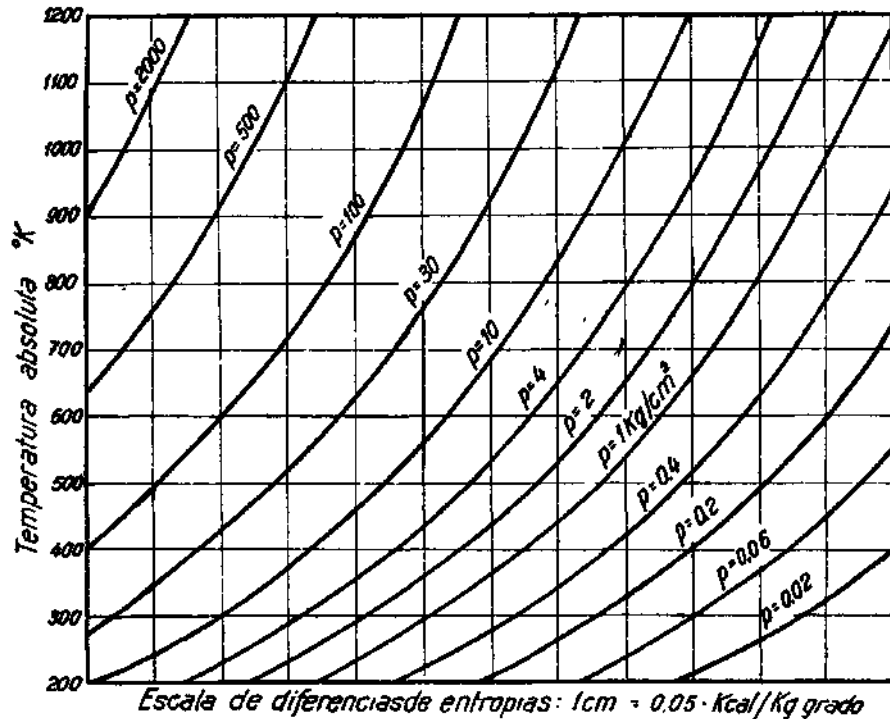


Fig. 11-II.—Diagrama entrópico del aire ( $\alpha = 0,224$ ,  $b = 0,346 \cdot 10^{-3}$ ).

Se efectuará eliminando la presión y volumen específico entre las ecuaciones:

$$np dv + v dp = 0 \quad [a]$$

$$dS = \frac{c_v dT}{T} + A \frac{p dv}{T} \quad (1) \quad [b]$$

$$p dv + v dp = R dT. \quad [c]$$

(1) Como la entropía es una función de punto en la que solamente dependen sus valores de los estados inicial y final, puede calcularse su variación en una transformación irreversible cualquiera calculando la que tendría en un proceso

Entre [a] y [c] se obtiene:

$$p \, d v = - \frac{R \, d T}{n - 1},$$

y sustituyendo en [b], resulta:

$$d S = \left( c_v - \frac{A R}{n - 1} \right) \frac{d T}{T},$$

y como:

$$c_v - \frac{A R}{n - 1} = c_v - \frac{c_p - c_v}{n - 1} = c_v \frac{n - \gamma}{n - 1}$$

denominando:

$$c_v \frac{n - \gamma}{n - 1} = c \quad [58-II]$$

resulta finalmente:

$$d S = c \frac{d T}{T}, \quad [59-II]$$

o bien:

$$S_i - S_j = c \log \frac{T_i}{T_j}. \quad [60-II]$$

Estas curvas politrópicas son de forma logarítmica. Su pendiente se expresa con:

$$\frac{d T}{d S} = \frac{T}{c}, \quad [61-II]$$

siendo negativa para la expansión por ser  $c < 0$ , ya que es  $n < \gamma$ . En la compresión, al ser  $n > \gamma$ ,  $c > 0$ , resulta la pendiente positiva. En realidad, podríamos haber procedido a la inversa. Debido al principio general del crecimiento de la entropía, las transformaciones adiabáticas irreversibles han de tener pendiente negativa en una expansión y positiva en una compresión. De aquí podría deducirse que ha de ser  $n$  menor o mayor que  $\gamma$ , según se trate de uno u otro tipo de transformación, para que resulte  $c$  menor o mayor que cero.

Como la derivada segunda de  $T$  respecto a  $S$  es siempre positiva, ya que se expresa con:

$$\frac{d^2 T}{d S^2} = \frac{1}{c} \frac{d T}{d S} = \frac{T}{c^2} \quad [62-II]$$

---

reversible que uniera ambos estados. Por esta razón pueden efectuarse los cálculos en la forma que aquí se incluyen.

resultará que las politrópicas tienen siempre su concavidad en el sentido de las temperaturas crecientes. Su curvatura vendrá dada por:

$$\frac{\frac{d^2 T}{dS^2}}{\left[1 + \left(\frac{dT}{dS}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{\frac{T}{c^2}}{\left(1 + \frac{T^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \frac{T \cdot c}{(c^2 + T^2)^{3/2}}, \quad [63-II]$$

resultando insignificante en todo su campo normal de aplicación en estudios termodinámicos sobre motores, con temperaturas absolu-

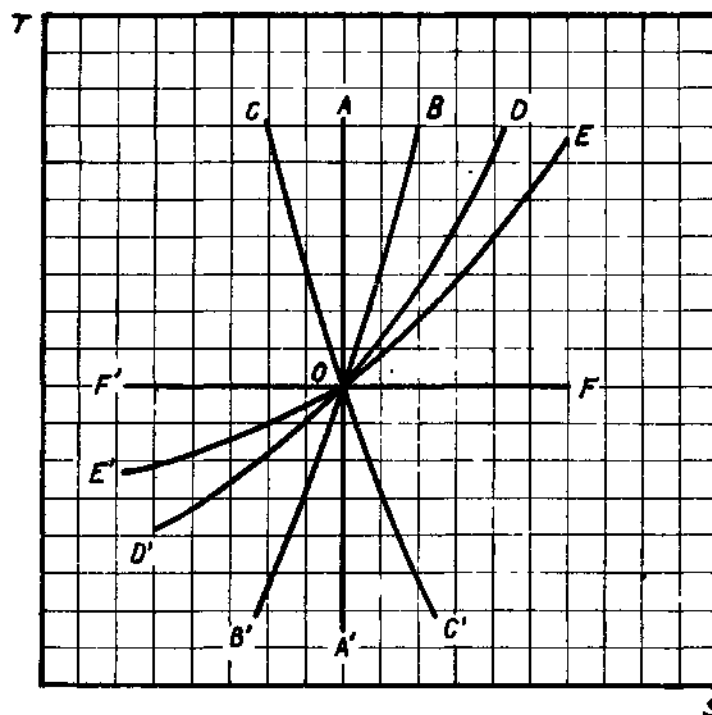


Fig. 12-II. — Representación de transformaciones en el diagrama entrópico.

Isentrópica.....	A-A'	Volumen constante.....	D-D'
Politrópica de compresión...	B-B'	Presión constante .....	E-E'
Politrópica de expansión ....	C-C'	Temperatura constante .....	F-F'

tas superiores a los 200° y valores muy pequeños del coeficiente  $c$ . Por esta razón se acostumbra a representar las politrópicas por líneas rectas.

En la figura 12-II están dibujados estos tipos de curvas.

### Interpretación de las transformaciones en el diagrama entrópico

Las áreas en el diagrama entrópico vienen expresadas en calorías, representando el calor comunicado o absorbido durante la transformación, o bien, el trabajo exterior.

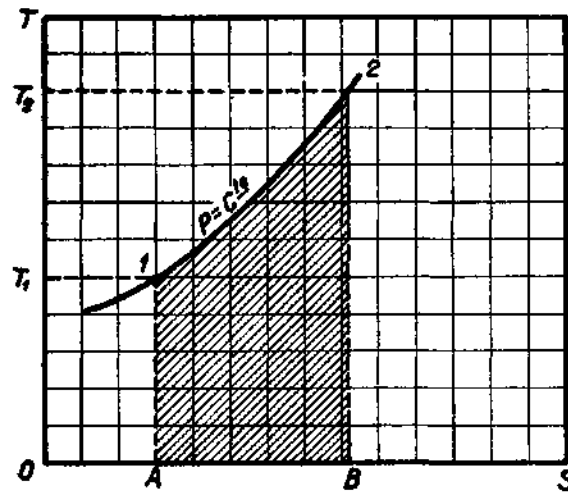


Fig. 13-II.—Calor comunicado o absorbido en una transformación a presión constante.

En una transformación a presión constante (fig. 13-II), tenemos:

$$Q = c_p (T_2 - T_1) = \int_1^2 T dS = \text{área A-1-2-B.}$$

En una evolución isentrópica (fig. 14-II), resulta:

$$H_2 - H_1 = c_p (T_2 - T_1) = \text{área A-C-2-1-B.}$$

Representando este área el trabajo exterior consumido (compresión 1-2), o bien, el producido (expansión 2-1).

En el caso de una compresión politrópica, tenemos las expresiones:

$$J c_p dT = v dp + d\mathfrak{U}_r; \quad [64-II]$$

$$d\mathfrak{U}_r = J dQ = J T dS. \quad [65-II]$$

Integrando la primera ecuación entre los estados 1 y 2 (figura 15-II), tenemos:

$$J c_p (T_2 - T_1) = \int_1^2 v dp + \mathfrak{A}_r. \quad [66-II]$$

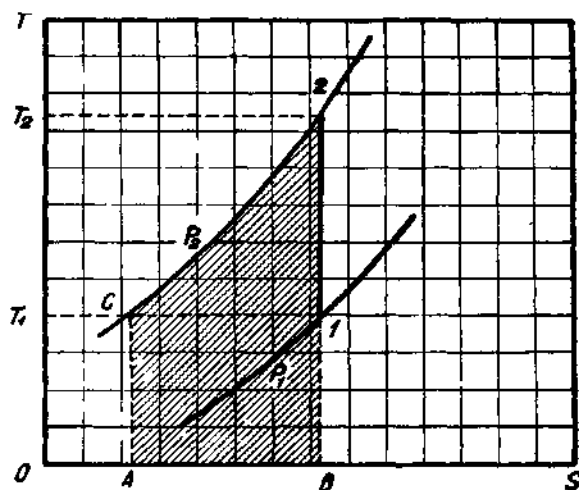


Fig. 14-II.—Trabajo exterior consumido en una compresión isentrópica

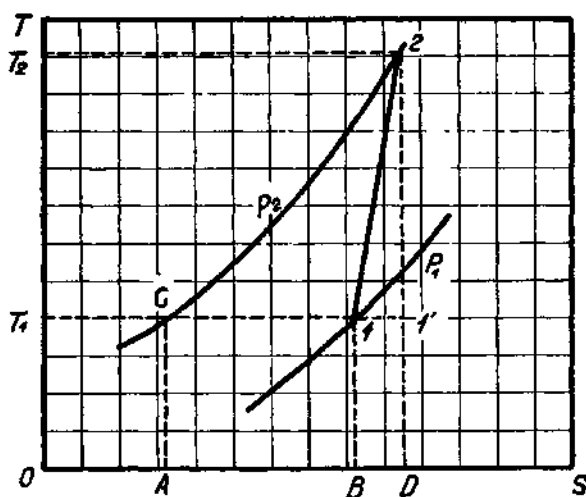


Fig. 15-II — Áreas de trabajos y calores en una compresión politrópica.

En esta expresión,  $J c_p (T_2 - T_1)$  representa el trabajo total de



compresión, o sea, el trabajo que hay que tomar del exterior;  $\int_1^2 v dp$  es el trabajo útil de compresión obtenido, y  $\mathfrak{U}_r$  representa la energía transformada por el rozamiento.

Integrando [65-II], resulta:

$$\mathfrak{U}_r = J \int_1^2 T dS = \text{área B-1-2-D.}$$

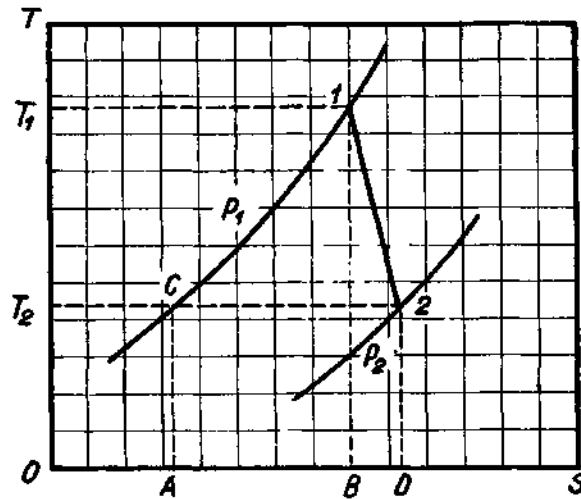


Fig. 16-II.—Áreas de trabajos y calores en una expansión  
isotérmica.  
politrópica

Como:

$$J c_p (T_2 - T_1) = J c_p (T_2 - T_1) = \text{área A-C-2-D,}$$

y teniendo en cuenta que:

$$\text{Area A-C-2-D} = \text{área A-C-2-1-B} + \text{área B-1-2-D.}$$

Se obtiene:

$$\int_1^2 v dp = \text{área A-C-2-1-B.}$$

Análogamente, tenemos para una expansión politrópica (figura 16-II):

$$\int_2^1 v dp = J c_p (T_1 - T_2) + \mathfrak{U}_r. \quad [67-II]$$

A diferencia de la compresión, en este caso  $\int_2^1 v dp$  es el trabajo total de expansión,  $J c_p (T_1 - T_2)$  el trabajo útil susceptible de ser aprovechado, y  $\mathfrak{U}_r$  es, como siempre, la energía transformada por el rozamiento. Tenemos:

$$\text{Area A-C-1-2-D} = \text{área A-C-1-B} + \text{área B-1-2-D}.$$

O bien:

Trabajo total de expansión = trabajo útil de expansión + energía transformada por el rozamiento.

Con las ecuaciones:

$$\begin{aligned} n p dv + v dp &= 0 \\ p dv + v dp &= R dT, \end{aligned}$$

Resulta:

$$\int v dp = \int \frac{n}{n-1} R dT = \int \frac{1 - \frac{1}{\gamma}}{1 - \frac{1}{n}} J c_p dT.$$

Obteniéndose:

$$J c_p (T_2 - T_1) = \frac{1 - \frac{1}{\gamma}}{1 - \frac{1}{n}} J c_p (T_2 - T_1) + \mathfrak{U}_r \quad [68-II]$$

(compresión)

$$J c_p (T_1 - T_2) = \frac{1 - \frac{1}{\gamma}}{1 - \frac{1}{n}} J c_p (T_1 - T_2) - \mathfrak{U}_r \quad [69-II]$$

(expansión).

expresiones que tendremos ocasión de utilizarlas posteriormente.

Como puede observarse en todos los razonamientos anteriores, destacaremos que, como siempre, la diferencia de entalpías representada por los términos  $J c_p (T_2 - T_1)$  o  $J c_p (T_1 - T_2)$  nos mide en todos los casos el trabajo exterior, bien el comunicado o el que puede obtenerse para su utilización.

Hay que tener en cuenta que cuando se compara una transfor-

mación politrópica con una isentrópica entre presiones iguales, no es exactamente la energía transformada por el rozamiento  $\mathfrak{L}$ , la que se pierde.

Considerando las expansiones 1-2, politrópica, y la 1-2', isentrópica, entre las presiones  $p_1$  y  $p_2$  (fig. 17-II), y suponiendo, por ejem-

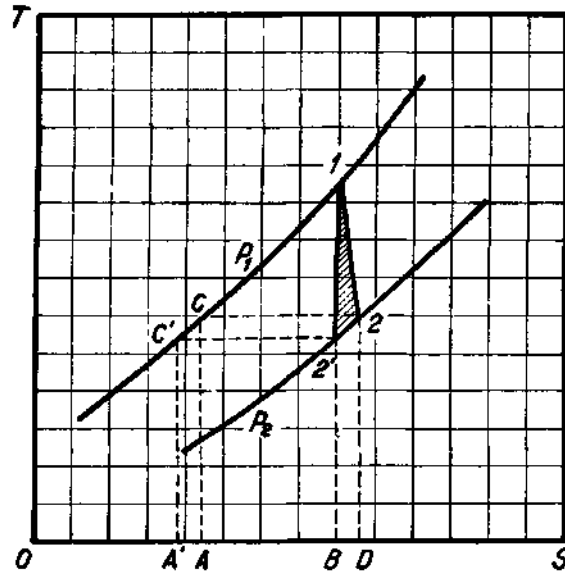


Fig. 17-II.—Expansiones isentrópica y politrópica.

plo, que dichas expansiones se destinan a obtener energía cinética, resulta:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = J (H_1 - H_2) = \text{área } A'-C'-1-2'-B$$

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = J (H_1 - H_2) = \text{área } A-C-1-2'-B.$$

La pérdida de energía cinética viene dada por:

$$\frac{w_2^2 - w_2'^2}{2g} = J (H_2 - H_2') = \text{área } A'-C'-C-A.$$

Teniendo en cuenta la propiedad de las curvas isobáricas de obtenerse paralelamente respecto al eje de abscisas, resulta:

$$\text{Area } A-C'-C-A = \text{área } B-2'-2-D.$$

Luego podemos poner:

$$\begin{aligned} \frac{w_2^2 - w_2'^2}{2g} &= \text{área B-2'-1-2-D} - \text{área 2'-1-2} = \\ &= \text{energía transformada por rozamiento} - \text{área 2'-1-2}. \end{aligned}$$

O sea, que no se pierde toda la energía transformada por el rozamiento, sino que se recupera el área rayada. Esto es debido a que la energía cinética transformada en calor por el rozamiento se produce a una temperatura superior a la final del proceso, siendo susceptible a su vez de transformarse, en parte, en energía cinética.

En la compresión sucede el fenómeno inverso (fig. 18-II). Tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Trabajo total gastado en la compresión politrópica} &= \\ &= \text{área A-C-2-D}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Trabajo total gastado en la compresión isentrópica} &= \\ &= \text{área A-C-2'-1-B}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Diferencia} &= \text{área B-1-1-D} + \text{área 1-2'-2} = \\ &= \text{energía transformada por el rozamiento} + \text{área rayada}. \end{aligned}$$

### Rendimientos

Se denomina rendimiento adiabático de una transformación politrópica a la relación (figs. 17-II y 18-II):

$$\eta_a = \frac{H_2' - H_1}{H_2 - H_1} \text{ (para la compresión)} \quad [70-II]$$

$$\eta_a = \frac{H_1 - H_2}{H_1 - H_2'} \text{ (para la expansión)}, \quad [71-II]$$

expresando estos rendimientos las relaciones entre los trabajos exteriores comunicados o cedidos por el gas, para igualdad de presiones iniciales y finales de la transformación.

Para los gases perfectos, tenemos:

$$\eta_a = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1} \text{ (compresión)} \quad [72-II]$$

$$\eta_a = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2'} \text{ (expansión)}, \quad [73-II]$$

que también puede aplicarse a los gases en estado de Avogadro, ya que los calores específicos medios entre las temperaturas 1 y 2 y entre las 1 y 2', serán prácticamente iguales.

Los rendimientos adiabáticos en la forma que han sido definidos tendrán una constante aplicación en el estudio general de los turborreactores y en los de la mayoría de sus órganos.

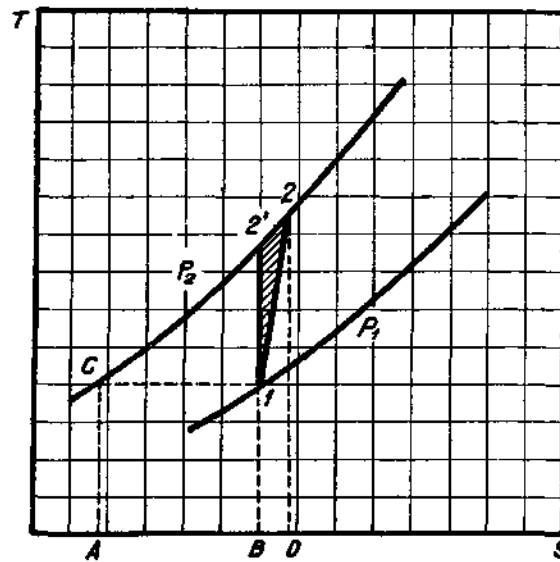


Fig. 18-II. - Compresiones isentrópica y politrópica.

Se denomina rendimiento politrópico de una transformación a la relación entre el trabajo útil y el trabajo total. Tendremos, pues:

$$\eta_{in} = \frac{\text{Area A-C-2-1-B}}{\text{Area A-C-2-D}} = \frac{\int_1^2 v dp}{J (H_2 - H_1)} = \frac{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}{\frac{n - 1}{n}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(compresión, } n > \gamma) \end{array} \right\} [74-II]$$

$$\eta_{in} = \frac{\text{Area A-C-1-B}}{\text{Area A-C-1-2-D}} = \frac{J (H_1 - H_2)}{\int_2^1 v dp} = \frac{\frac{n - 1}{n}}{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(expansión, } n < \gamma) \end{array} \right\} [75-II]$$

También puede definirse el rendimiento politrópico como el rendimiento adiabático de una transformación elemental. Tenemos, por ejemplo, para una compresión:

$$\eta_a = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\frac{T_2'}{T_1} - 1}{\frac{T_2}{T_1} - 1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}. \quad [76-II]$$

El límite de esta expresión, cuando  $\frac{p_2}{p_1}$  tiende a valer la unidad, se calcula fácilmente con la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{p_2/p_1 \rightarrow 1} \eta_a = \frac{\lim_{p_2/p_1 \rightarrow 1} \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}}{\lim_{p_2/p_1 \rightarrow 1} \frac{n-1}{n} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{n}}} = \frac{\gamma-1}{\gamma} = \eta_n.$$

Fácilmente se comprueba que a lo largo de una transformación politrópica de compresión, los rendimientos adiabáticos de los procesos intermedios aumentan a medida que dichas transformaciones parciales se toman más pequeñas, alcanzando el valor máximo para la transformación elemental y coincidiendo entonces con el politrópico.

Para la expansión, el fenómeno es a la inversa, resultando más pequeños los rendimientos adiabáticos parciales que el de la transformación total, y siendo el mínimo el elemental, que coincide igualmente con el politrópico. La explicación física de estos hechos se debe a la transformación de energía mecánica en calor que efectúa el rozamiento, con temperatura superior a la final y susceptible, por tanto, de transformarse de nuevo en energía mecánica (en parte), durante la expansión y ocurriendo el caso contrario en un proceso de compresión.

### Diferentes significados del trabajo de compresión

En la expresión del trabajo de compresión isentrópica ya hemos visto que venía representado por la integral de  $vdp$ . Destacaremos la diferencia que existe entre los integrales  $\int vdp$  y  $\int pdv$ .

La ecuación de conservación de la energía en el caso de una compresión con energías cinéticas nulas en su principio y terminación, nos daba (fig. 19 II):

$$\mathfrak{C}_c = J (H_2 - H_1) = \int_1^2 v dp = \text{área } 1-2-B-A.$$

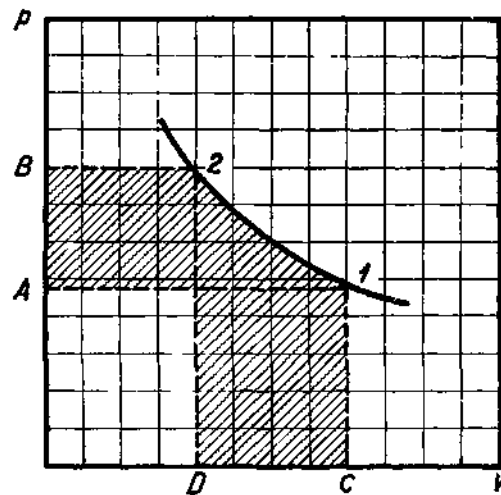


Fig. 19-II. -Diferentes trabajos de compresión.

En Termodinámica se utiliza con frecuencia un trabajo de compresión definido del modo siguiente:

$$\mathfrak{C}_c = \int_1^2 p dv = \text{área } 1-2-D-C.$$

Esta última expresión corresponde al caso en que no existe admisión ni expulsión del gas, como cuando se comprime aire en un cilindro primitivamente lleno de él. Al tener en cuenta los trabajos de admisión y expulsión, resulta:

$$\mathfrak{C}_c = -p_1 v_1 + \int_1^2 p dv + p_2 v_2 = \int_1^2 v dp.$$

En todas las máquinas de ciclo continuo, así como en el movimiento de un gas por una conducción, se funciona con los trasvasamientos mencionados; por tanto, en todos los casos que habremos de considerar el trabajo de compresión vendrá dado por la integral de  $vdp$ .

### Temperaturas y presiones totales

Consideremos una compresión producida por la simple amortiguación de la energía cinética de un gas. Si el estado de este gas está definido por su velocidad  $w$ , temperatura  $T_s$  y presión  $p_s$ , cuando su energía cinética se hubiese transformado totalmente en aumento de entalpía mediante un proceso isentrópico, se obtendrían unas temperaturas y presiones dadas por:

$$T_t = T_s + \frac{w^2}{2 g J c_p} \quad [77-II]$$

$$p_t = p_s \left( 1 + \frac{w^2}{2 g J c_p T_s} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad [78-II]$$

Con frecuencia se denominan totales a estas temperaturas y presiones  $T_t$  y  $p_t$ , mientras que se denominan estáticas a las iniciales  $T_s$  y  $p_s$ , y dinámicas a los incrementos logrados:

$$T_d = T_t - T_s = \frac{w^2}{2 g J c_p} \quad [79-II]$$

$$p_d = p_t - p_s = p_s \left[ \left( 1 + \frac{w^2}{2 g J c_p T_s} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right] \quad [80-II]$$

En transformaciones en las que las variaciones de densidad sean pequeñas, o sea, con velocidades reducidas, puede admitirse sin mucho error que el fluido es incompresible y aplicar la fórmula de Bernoulli correspondiente a este caso:

$$p_t = p_s + \frac{1}{2} \rho w^2 \quad [81-II]$$

$$p_d = \frac{1}{2} \rho w^2. \quad [82-II]$$

Suponiendo la densidad constante, las temperaturas son proporcionales a las presiones, resultando:

$$\frac{T_t}{T_s} = \frac{p_t}{p_s} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho w^2}{p_s} \quad [83-II]$$

$$\frac{T_d}{T_s} = \frac{p_d}{p_s} = \frac{1}{2} \frac{\rho w^2}{p_s}. \quad [84-II]$$



TABLA 4-II.—*Relaciones entre las presiones y temperaturas en las transformaciones isentrópicas en los turborreactores.*

$c_p = 0,243$ ,  $\gamma = 1,4$  para la compresión.  $c_p = 0,276$ ,  $\gamma = 1,33$  para la expansión.

$\frac{p_2}{p_1}$	$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$		$\frac{p_2}{p_1}$	$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$	
	$\gamma = 1,4$	$\gamma = 1,33$		$\gamma = 1,4$	$\gamma = 1,33$
1,0	1,000	1,000	3,4	1,419	1,355
1,1	1,028	1,024	3,5	1,431	1,364
1,2	1,053	1,046	3,6	1,442	1,374
1,3	1,078	1,067	3,7	1,453	1,383
1,4	1,101	1,087	3,8	1,464	1,392
1,5	1,123	1,106	3,9	1,475	1,402
1,6	1,144	1,124	4,0	1,487	1,410
1,7	1,164	1,140	4,1	1,497	1,419
1,8	1,183	1,157	4,2	1,507	1,427
1,9	1,201	1,172	4,3	1,517	1,436
2,0	1,219	1,188	4,4	1,527	1,444
2,1	1,236	1,202	4,5	1,537	1,452
2,2	1,253	1,216	4,6	1,547	1,460
2,3	1,269	1,229	4,7	1,556	1,468
2,4	1,284	1,243	4,8	1,565	1,475
2,5	1,299	1,255	4,9	1,575	1,483
2,6	1,314	1,267	5,0	1,584	1,490
2,7	1,328	1,280	5,5	1,627	1,526
2,8	1,342	1,291	6,0	1,668	1,560
2,9	1,356	1,302	6,5	1,707	1,591
3,0	1,369	1,313	7,0	1,742	1,620
3,1	1,382	1,324	8,0	1,811	1,675
3,2	1,394	1,334	9,0	1,873	1,724
3,3	1,407	1,345	10,0	1,931	1,770

TABLA 5-II.—*Atmósfera normal internacional*

Altura Metros	$\theta_0$ , tempera- tura °C	$T_0/T_0 = \frac{273 + \theta_0}{288}$	Presión Kg/cm <sup>2</sup>	Presión relativa	Peso específico Kg/m <sup>3</sup>	Densidad Kg. seg <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>	Densidad relativa
0	15	1	1,0333	1	1,225	0,1249	1
500	11,75	0,9887	0,9734	0,9420	1,1671	0,1190	0,9528
1.000	8,50	0,9774	0,9165	0,8870	1,1117	0,1133	0,9075
1.500	5,25	0,9661	0,8726	0,8445	1,0581	0,1079	0,8638
2.000	2	0,9549	0,8106	0,7845	1,0064	0,1026	0,8216
2.500	— 1,25	0,9436	0,7614	0,7369	0,9564	0,0975	0,7810
3.000	— 4,50	0,9323	0,7149	0,6919	0,9091	0,0927	0,7421
3.500	— 7,75	0,9210	0,6705	0,6489	0,8631	0,0880	0,7046
4.000	— 11	0,9097	0,6284	0,6082	0,8190	0,0835	0,6686
4.500	— 14,25	0,8984	0,5885	0,5696	0,7767	0,0792	0,6340
5.000	— 17,50	0,8872	0,5507	0,5330	0,7360	0,0750	0,6008
5.500	— 20,75	0,8759	0,5148	0,4983	0,6969	0,0710	0,5689
6.000	— 24	0,8646	0,4810	0,4655	0,6595	0,0672	0,5384
6.500	— 27,25	0,8533	0,4488	0,4344	0,6237	0,0636	0,5094
7.000	— 30,50	0,8420	0,4186	0,4051	0,5894	0,0601	0,4811
7.500	— 33,75	0,8307	0,3899	0,3774	0,5562	0,0567	0,4543
8.000	— 37	0,8194	0,3629	0,3512	0,5250	0,0535	0,4286
8.500	— 40,25	0,8082	0,3374	0,3265	0,4949	0,0504	0,4040
9.000	— 43,50	0,7969	0,3133	0,3032	0,4661	0,0475	0,3805
9.500	— 46,75	0,7857	0,2908	0,2814	0,4387	0,0447	0,3582
10.000	— 50	0,7743	0,2694	0,2607	0,4125	0,0420	0,3368
10.500	— 53,25	0,7630	0,2494	0,2414	0,3875	0,0395	0,3163
11.000	— 56,5	0,7517	0,2306	0,2232	0,3637	0,0371	0,2969
12.000	— 56,5	0,7517	0,1969	0,1906	0,3107	0,0317	0,2536
13.000	— 56,5	0,7517	0,1682	0,1628	0,2653	0,0270	0,2166
14.000	— 56,5	0,7517	0,1437	0,1391	0,2266	0,0231	0,1850
15.000	— 56,5	0,7517	0,1227	0,1188	0,1936	0,0197	0,1580
16.000	— 56,5	0,7517	0,1047	0,1014	0,1653	0,0169	0,1349
17.000	— 56,5	0,7517	0,0895	0,0866	0,1412	0,0144	0,1153
18.000	— 56,5	0,7517	0,0764	0,0740	0,1206	0,0123	0,0984
19.000	— 56,5	0,7517	0,0653	0,0632	0,1030	0,0105	0,0841
20.000	— 56,5	0,7517	0,0558	0,0540	0,0880	0,0090	0,0718

R E F E R E N C I A S

1. J. PALACIOS: *Termodinámica y Constitución de la Materia*. Gráfica Universal, Madrid, 1943.
2. J. H. KEENAN: *Thermodynamics*. John Wiley & Sons, New York, 1946.
3. W. R. THOMSON: *The Fundamentals of Gas Turbine Technology*. Power Jets (Research & Development) Limited, London, 1949.
4. ROBERT SAUER: *Introduction to Theoretical Gas Dynamics*. J. W. Edwards, Ann Arbor, Michigan, 1947.
5. HUBERT O. CROFT: *Thermodynamics, Fluid Flow and Heat Transmission*. Mc. Graw-Hill Book, New York, 1938.
6. R. L. DAUGHERTY: *Hydraulics*. Mc. Graw-Hill Book, New York, 1937.
7. P. BIELKOWICZ: *Evolution of Energy in Jet and Rocket Propulsion*. «Aircraft Engineering», marzo 1946.
8. RALPH R. WENNER: *Thermochemical Calculations*. Mc. Graw-Hill Book, New York, 1941.
9. L. PRANDTL AND O. G. TIETJENS: *Fundamentals of Hydro-and Aeromechanics*. Mc. Graw-Hill Book, New York, 1934.
10. J. H. KEENAN & J. KAYE: *Thermodynamics Properties of Air Including Polytropics Functions*. John Wiley & Sons, New York, 1945.

## CAPITULO III

### ONDAS DE CHOQUE, TOBERAS, DIFUSORES, CIERRES DE LABERINTO Y TOBERAS DE COMBUSTION

#### NOTACIÓN DEL CAPÍTULO

- $N_M$  = número de Mach.  
 $w_s$  = velocidad del sonido.  
 $\mu$  = ángulo de onda.  
 $\delta$  = ángulo de deflexión y juego intersticial.
- $T_o, p_o, v_o$  y  $V_o$  } = condiciones de remanso.  
ó  $T_t, p_t, v_t$  y  $V_t$  }
- $w_c, T_c, p_c, v_c$  y  $V_c$  = condiciones críticas.  
 $\eta_a$  = rendimiento adiabático del choque.  
 $\eta_{at}$  = rendimiento del choque, referido a las temperaturas de remanso.  
 $G$  = gasto en peso.  
 $\sigma$  = área de paso.  
 $n$  = exponente de una evolución politrópica, y también número de escalones de una junta de laberinto.  
 $\Phi$  = función de gasto.  
 $\eta_b$  = rendimiento de una tobera.  
 $c_n$  = coeficiente de velocidad.  
 $p_a$  = contrapresión.  
 $\theta$  = ángulo de difusión.  
 $\beta$  = ángulo de curvatura.  
 $R, a, b$  = magnitudes de una conducción curva.  
 $\alpha$  = coeficiente de gasto.  
 $\varphi_n$  = función de gasto en un laberinto de  $n$  escalones.

- $\Delta$  = anchura de tabique de un laberinto.  
 $s$  = paso de un laberinto, o distancia entre ranuras.  
 $\xi$  = coeficiente de corrección.  
 $n'$  = número de escalones equivalentes.  
 $L$  = poder calorífico inferior de un combustible, Kcal/Kg.  
 $\Psi$  = energía libre, Kcal/Kg.  
 $r$  = relación aire/combustible en peso.

Las magnitudes se miden en las mismas unidades que en el capítulo anterior.

#### VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DEL SONIDO. ONDAS DE CHOQUE

##### Velocidad del sonido. Condiciones críticas

La velocidad del sonido es igual a la de propagación de una onda elástica normal producida por perturbaciones pequeñas en un fluido. Se demuestra que para los gases viene dada por la expresión:

$$w_s = \sqrt{g \gamma R T}, \quad [1-III]$$

en la que  $T$  es la temperatura absoluta del gas.

Se denomina número de Mach a la relación entre la velocidad del fluido y la velocidad del sonido correspondiente a la temperatura del gas considerado:

$$N_M = \frac{w}{w_s} = \frac{w}{\sqrt{g \gamma R T}}. \quad [2-III]$$

En general, cuando se verifica que  $w > w_s$ ,  $N_M > 1$ , denominaremos la corriente supersónica, mientras que se le llamará subsónica en el caso contrario. Cuando la corriente general de un gas es subsónica, y en un cuerpo introducido en ella se producen zonas locales con números de Mach iguales o superiores a la unidad, reciben el nombre de transónicas estas condiciones especiales.

Consideremos un gas en movimiento caracterizado por sus condiciones iniciales de presión, temperatura y velocidad,  $p_1$ ,  $T_1$  y  $w_1$ , o bien,  $p_1$ ,  $T_1$  y  $N_{M1}$ . Se denomina velocidad crítica del gas aquella

que adquiriría si se le llevase isentrópicamente hasta que coincidiese con la del sonido. Planteando las ecuaciones:

$$T_c = T_1 + \frac{w_1^2 - w_c^2}{2 g J c_p}$$

$$w_c = \sqrt{g \gamma R T_c}$$

Resulta para la velocidad crítica:

$$w_c = w_{s1} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} + \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} N_{M1}^2 \right] \quad [3-III]$$

En general, se denominan condiciones críticas los valores correspondientes de la presión, temperatura, volumen específico, etc., que toma el gas cuando su velocidad es precisamente la crítica. Es conveniente expresarlas en función de sus valores para el estado de remanso del gas; entendiéndose por este último el que adquiriría el gas al llevarlo isentrópicamente al estado de reposo. Estas magnitudes, que ya se determinaron (fórmulas [77-II] y [78-II]), y fueron denominadas temperaturas y presiones totales, se expresan fácilmente en función del número de Mach. Designándolas en adelante con el subíndice 0, tenemos:

$$T_0 = T_1 + \frac{w_1^2}{2 g J c_p} = T_1 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right) \quad [4-III]$$

$$p_0 = p_1 \left( 1 + \frac{w_1^2}{2 g J c_p T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = p_1 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad [5-III]$$

$$v_0 = \frac{v_1}{\left( 1 + \frac{w_1^2}{2 g J c_p T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}} = \frac{v_1}{\left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}} \quad [6-III]$$

$$w_{s0} = w_{s1} \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right] \quad [7-III]$$

Las condiciones críticas se obtienen fácilmente en función de  $p_0$ ,  $T_0$  y  $w_{s0}$ , resultando:

$$w_c = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1}} w_{s0} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma + 1} g R T_0} \quad [8-III]$$

$$T_c = \frac{2}{\gamma + 1} T_0 \quad [9-III]$$

$$p_c = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} p_0 \quad [10-III]$$

$$v_c = \frac{v_0}{\left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}} \quad [11-III]$$

### Onda de choque normal

Cuando un gas se mueve con velocidad superior a la del sonido, y se produce un gradiente contrario de presión, que tiende a disminuirla, muestra la experiencia que el tránsito de régimen supersónico a subsónico se produce a través de una onda de choque.

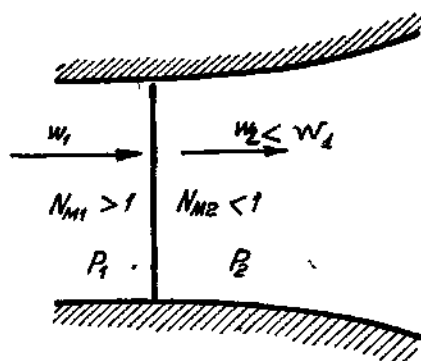


Fig. 1-III.—Onda de choque normal.

La onda de choque normal es una discontinuidad que se produce perpendicularmente a la dirección a la corriente. A través de ella se eleva bruscamente la presión y disminuye la energía cinética (fig. 1-III).

El proceso es esencialmente irreversible, manifestándose durante él un crecimiento en la entropía. El movimiento puede considerarse estacionario, pasando el fluido a través de la superficie de discontinuidad que permanece inmóvil.

Realmente, la superficie de discontinuidad no existe, mejor di-

cho, no puede existir en un fluido viscoso, sino que es una capa de un espesor muy pequeño, en la cual existe un enorme gradiente de presión, pudiendo ser asimilada a una verdadera discontinuidad matemática.

Para su estudio, tenemos las tres ecuaciones generales de siempre:

a) Ecuación de continuidad:

$$\frac{w_1}{v_1} = \frac{w_2}{v_2} .$$

b) Ecuación del impulso:

$$p_2 - p_1 = \frac{w_1}{g v_1} (w_1 - w_2),$$

o bien:

$$p_1 + \frac{w_1^2}{g v_1} = p_2 + \frac{w_2^2}{g v_2} .$$

c) Ecuación de conservación de la energía:

$$J H_1 + \frac{w_1^2}{2 g} = J H_2 + \frac{w_2^2}{2 g} ,$$

o bien:

$$J c_p (T_2 - T_1) = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2 g} .$$

En este sistema de tres ecuaciones existen tres incógnitas independientes, por ejemplo,  $p_2$ ,  $T_2$  y  $w_2$ , debiendo, por tanto, tener solución. La primera de ellas es la que indica la transformación continua, o sea:

$$p_1 = p_2; \quad T_1 = T_2; \quad v_1 = v_2; \quad w_1 = w_2,$$

pero independientemente de ella puede existir otra más.

Si se analiza el cambio de entropía a través del choque, se observa que cuando es  $N_{M1} > 1$ , es  $\Delta S > 0$ ; mientras que si fuese  $N_{M1} < 1$ , sería  $\Delta S < 0$ . El primer caso corresponde a una compresión, y es el único que tiene realidad física posible, ya que, por ser el proceso irreversible y adiabático, ha de crecer la entropía. En resumen, el paso de régimen supersónico a subsónico se efectúa a



través de una onda de choque, mientras que en el caso contrario la transformación es continua.

Resolviendo el sistema de ecuaciones se llega a la siguiente relación fundamental:

$$w_1 w_2 = w_c^2, \quad [12-III]$$

en la que  $w_c$  es la velocidad crítica dada por [3-III]. Esta expresión indica la propiedad esencial de que si es  $w_1 > w_{s1}$  ( $N_{M1} > 1$ ), ha de ser  $w_2 < w_{s2}$  ( $N_{M2} < 1$ ).

La relación entre los números de Mach, antes y después del choque, se obtiene con la expresión:

$$N_{M2}^2 = \left( \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \right)^2 \frac{1}{N_{M1}^2 - \frac{\gamma - 1}{2}} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma}. \quad [13-III]$$

Las variaciones de presión, temperatura y volumen específico se obtienen con las fórmulas:

$$p_2 - p_1 = \frac{2 w_1^2}{g (\gamma + 1) v_1} \left( 1 - \frac{1}{N_{M1}^2} \right) \quad [14-III]$$

$$T_2 - T_1 = \frac{2 (\gamma - 1) w_1^2}{g R (\gamma + 1)^2} \left( 1 - \frac{1}{N_{M1}^2} \right) \left( 1 + \frac{1}{\gamma N_{M1}^2} \right) \quad [15-III]$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\gamma - 1 + \frac{2}{N_{M1}^2}}{\gamma + 1}. \quad [16-III]$$

El límite de estas expresiones, cuando el  $N_{M1}$  tiende a infinito, es igual a:

$$p_2 - p_1 = \frac{2 w_1^2}{g (\gamma + 1) v_1} \quad [17-III]$$

$$T_2 - T_1 = \frac{2 (\gamma - 1) w_1^2}{g R (\gamma + 1)^2} \quad [18-III]$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad [19-III]$$

expresiones que tendremos ocasión de utilizar posteriormente.

En particular, para  $\gamma = 1,4$ , se obtienen las siguientes sencillas fórmulas:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{6} (7 N_{M1}^2 - 1) \quad [20-III]$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(7 N_{M1}^2 - 1) (N_{M1}^2 + 5)}{36 N_{M1}^2} \quad [21-III]$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{N_{M1}^2 + 5}{6 N_{M1}^2} \quad [22-III]$$

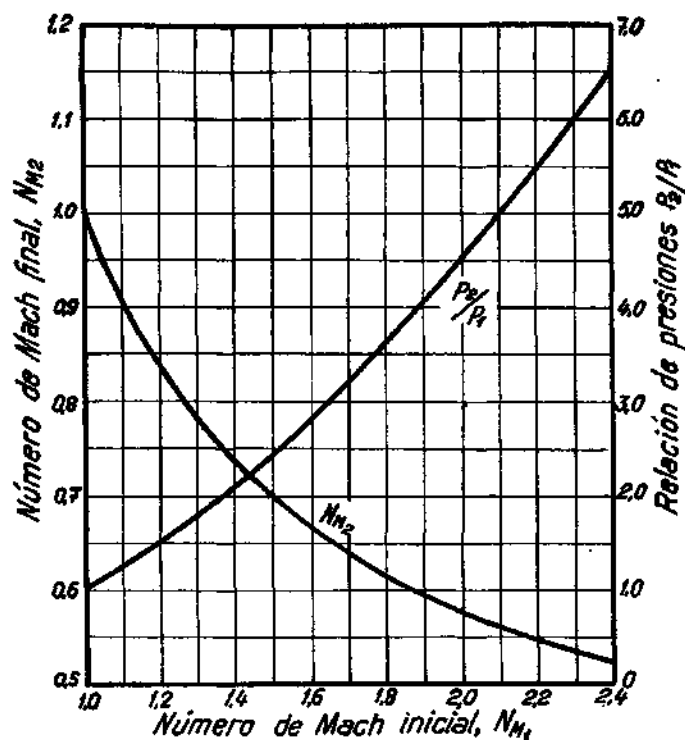


Fig. 2-III.—Números de Mach y relación de presiones en el choque frontal.

Al final del capítulo se insertan unas tablas en las que se dan las principales magnitudes que intervienen en el choque normal.

### Choque oblicuo

En el choque oblicuo la onda no es perpendicular a la dirección primitiva de la corriente, sino que forma con ella un ángulo  $\mu$  (figura 3-III).

El fluido, al pasar por la onda de choque, experimenta un cierto

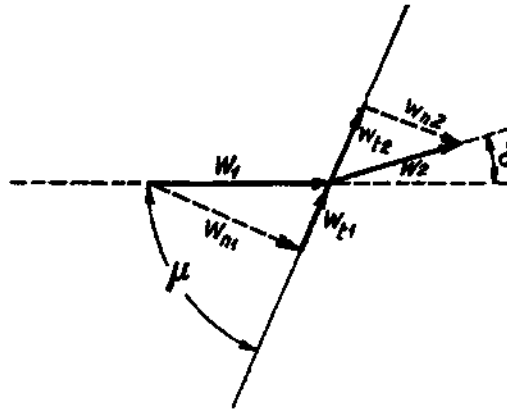


Fig. 3-III.—Choque oblicuo.

cambio en su dirección, representándose por el ángulo de deflexión  $\delta$ .

Las ecuaciones generales de continuidad, impulso y conservación de la energía nos dan las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \frac{w_{n1}}{v_1} = \frac{w_{n2}}{v_2} \\
 b) \quad & w_{t1} = w_{t2} \\
 c) \quad & p_1 + \frac{w_{n1}^2}{g v_1} = p_2 + \frac{w_{n2}^2}{g v_2} \\
 d) \quad & J H_1 + \frac{w_{n1}^2}{2g} = J H_2 + \frac{w_{n2}^2}{2g}
 \end{aligned}$$

Ecuaciones que, como siempre, admiten la solución continua, pero en las que es posible determinar otra diferente de ella.

Eliminando las velocidades normales  $w_{n1}$  y  $w_{n2}$  entre las ecuaciones a), c) y d), resulta:

$$\frac{p_2}{p_1} - \frac{v_1}{v_2} = \frac{\gamma - 1}{2} \left( 1 + \frac{p_2}{p_1} \right) \left( \frac{v_1}{v_2} - 1 \right), \quad [23-III]$$

que es la denominada relación de Hugoniot. Con ella puede demostrarse que el proceso es irreversible, puesto que es adiabático y en él la relación entre presiones y volúmenes específicos no viene dada por la ley de Poisson de las transformaciones isentrópicas.

Planteando la condición de crecimiento de la entropía, o sea  $\Delta S > 0$ , se obtienen las relaciones:

$$p_2 > p_1; \quad v_2 < v_1; \quad w_{n2} < w_{n1}$$

y la sola posibilidad de formación del choque cuando es  $N_{M1} > 1$ .

En cambio, a diferencia del choque frontal, no es condición necesaria que la corriente sea subsónica después del choque, pudiendo ser  $N_{M2} \cong 1$ .

Las velocidades normales y tangenciales están relacionadas con la expresión (ref. 1):

$$w_{n1} w_{n2} = w_c^2 = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 2} w_t^2. \quad [24-III]$$

Las relaciones entre presiones, temperaturas y volúmenes específicos pueden expresarse en función del número de Mach inicial y del ángulo de onda:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left\{ \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right) \frac{4\gamma \sin^2 \mu}{(\gamma + 1)^2} - \frac{(\gamma - 1)^2}{(\gamma + 1)^2} \left( 1 + \frac{4\gamma \sin^2 \mu}{(\gamma - 1)^2} \right) \right\} \quad [25-III]$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \frac{1 + \cot^2 \mu + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2}{\frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2} \\ \left[ \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right) \frac{4\gamma \sin^2 \mu}{(\gamma + 1)^2} - \frac{(\gamma - 1)^2}{(\gamma + 1)^2} \left( 1 + \frac{4\gamma \sin^2 \mu}{(\gamma - 1)^2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad [26-III]$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{1 + \cot^2 \mu + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2}{\frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2} . \quad [27-III]$$

En el párrafo siguiente veremos cómo puede calcularse gráficamente el ángulo de onda  $\mu$  en función de las condiciones iniciales y del ángulo de deflexión.

### Formación de las ondas de choque

Analizando las ecuaciones generales de las ondas de choque normales, puede verse que basta conocer las condiciones iniciales antes del choque para que éste quede determinado por completo.

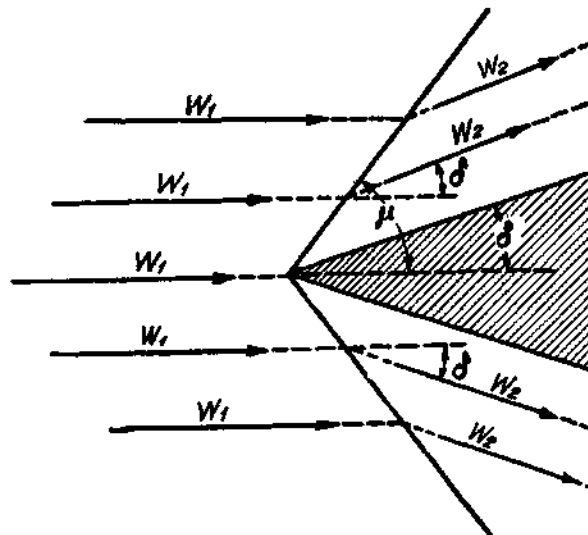


Fig. 4-III.—Formación de la onda de choque delante de un obstáculo.

No es esto lo que sucede en el choque oblicuo, en el que además de dichas condiciones iniciales hay que fijar otro dato más, como, por ejemplo, el ángulo de deflexión  $\delta$ , lo que equivale a dar una relación entre las velocidades normales y tangenciales, ya que:

$$\tan \delta = \frac{w_t (w_{n1} - w_{n2})}{w_{n1} w_{n2} + w_t^2} . \quad [28-III]$$

Cuando una corriente en régimen supersónico choca contra un

obstáculo en cuña formando un semiángulo  $\delta$  suficientemente pequeño, se forma una onda de choque oblicua con su vértice coincidiendo con el del obstáculo (fig. 4-III) y siendo el ángulo de deflexión  $\delta$  de la corriente igual al semiángulo de la cuña (1). En estas condiciones queda determinado por completo el choque, puesto

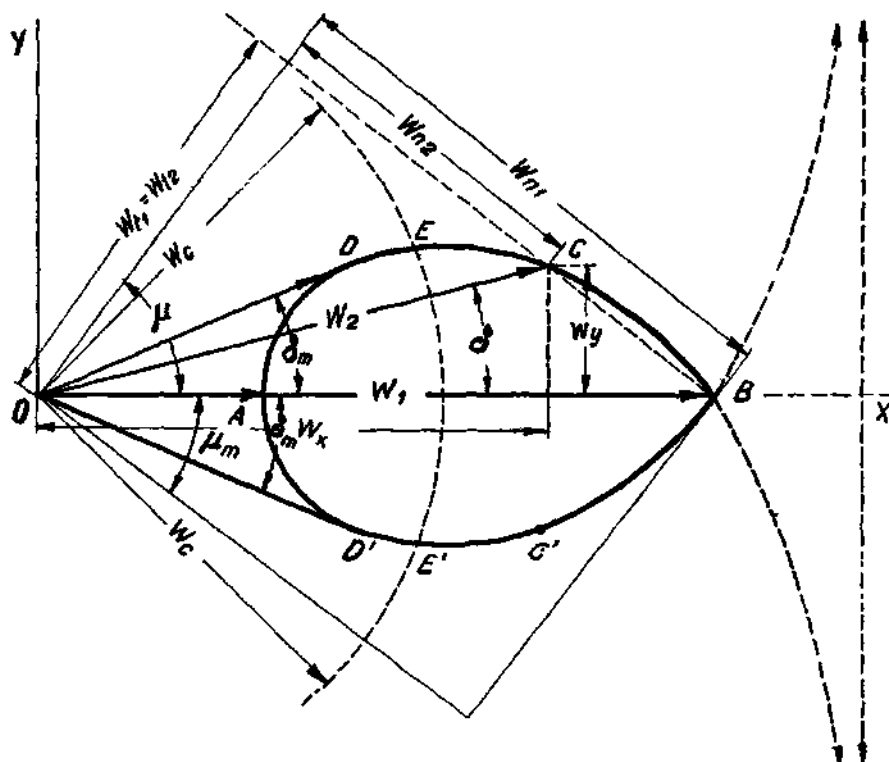


Fig. 5-III.—Diagrama de velocidades en las ondas de choque obtenidas mediante el Folium de Descartes.

que se conoce el estado de la corriente antes de dicho choque y el ángulo de deflexión.

La representación de las velocidades puede obtenerse mediante un folium de Descartes (fig. 5-III).

(1) Cuando el obstáculo es curvo, aunque terminado en un vértice o cuña aguda, el ángulo  $\delta$  viene dado por la mitad del formado por las tangentes en dicho vértice. En este caso la onda de choque tiene también forma curva, pero no queda solamente determinada por este ángulo, puesto que depende también de la forma general del obstáculo.

Esta curva de tercer grado es igual para todos los choques que se producen con las mismas condiciones iniciales, siendo función de dos parámetros; la velocidad  $w_1$  y la velocidad crítica  $w_c$ .

En dicha figura 5-III el vector  $OB$  representa la velocidad inicial  $w_1$  antes del choque. Para cada ángulo de deflexión  $\delta$ , se obtiene la velocidad  $w_2$  después del choque trazando desde el punto  $O$  una recta que forme dicho ángulo con la velocidad inicial, tomándose de los dos puntos de intersección con el folium los correspondientes a los arcos  $BD$  y  $BD'$ .

De la igualdad de velocidades tangenciales entre  $\vec{OB} = \vec{w}_1$  y  $\vec{OC} = \vec{w}_2$ , se deduce el método gráfico indicado en la figura para la determinación de las velocidades normales y del ángulo de onda  $\mu$ .

Si  $w_x$  y  $w_y$  son las proyecciones de la velocidad  $w_2$ , representando al mismo tiempo coordenadas cartesianas de un punto de la curva, referidas a los ejes  $OX$  y  $OY$  de la figura, la ecuación de este folium viene dada por la expresión (ref. 1):

$$w_y^2 \left( \frac{w_c^2}{w_1^2} + \frac{2}{\gamma + 1} w_1 - w_x \right) = (w_1 - w_x)^2 \left( w_x - \frac{w_c^2}{w_1} \right) \quad [29-III]$$

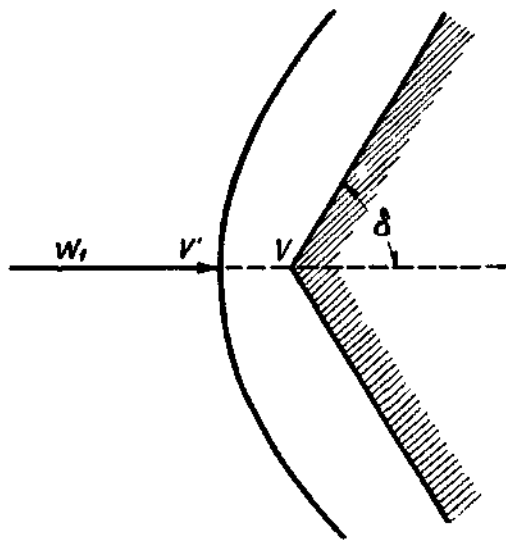


Fig. 6-III.—Onda de choque desprendida.

Para  $\delta = 0$  se obtiene el choque normal, correspondiéndole como velocidad de salida el vector  $OA$  indicado en la figura. La circunferencia de centro  $O$  y de radio  $w_c$ , igual a la velocidad crítica, divide al folium en dos zonas: la primera  $AEE'$ , con velocidades subsónicas después del choque, mientras que en la  $BEE'$  el régimen es supersónico antes y después del choque.

Puede observarse que si el obstáculo tuviese un ángulo  $\delta$  mayor que el  $\delta_m$ , obtenido trazando desde

el origen la tangente a la curva, no podrá producirse el fenómeno en la forma mencionada. En este caso, se forma una onda de cho-

que desprendida (fig. 6-III), con su vértice  $V'$  situado delante del obstáculo y adoptando una forma curva. Esta onda de choque tiene sus ángulos variando desde  $\mu = 90^\circ$ ,  $\delta = 0$  en el punto  $V'$  (choque normal), hasta  $\mu = \mu_m$ ,  $\delta = \delta_m$  correspondientes al punto de tangencia. Por tanto, el arco  $DA D'$  tiene un significado físico real, proporcionando también las velocidades de salida  $w_2$  a lo largo de la onda de choque.

### Rendimiento del choque

Hemos visto que tanto el choque normal como el oblicuo son procesos irreversibles, pudiéndose, en consecuencia, determinar en ellos sus rendimientos adiabáticos.

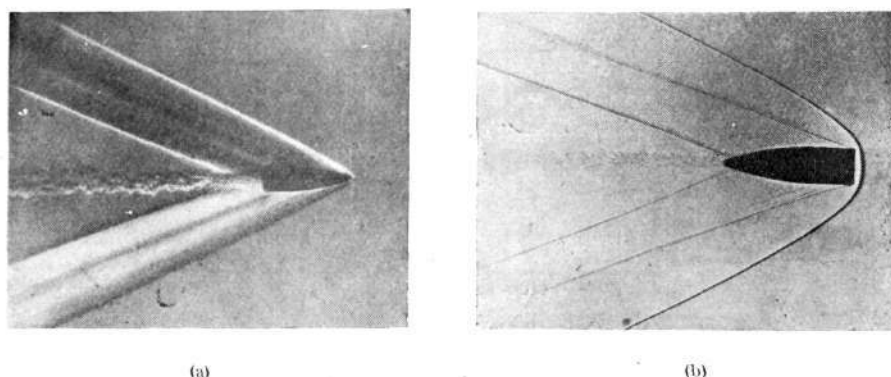


Fig. 7-III.—Fotografías de ondas de choque producidas por el movimiento de un proyectil. (a), onda de choque oblicua; (b), onda de choque desprendida. (Del libro *Lehrbuch der Ballistik*, por C. Cranz.)

Si  $T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas antes y después del choque, y  $T_2'$  es la temperatura que se obtendría si se comprimiese el gas isentrópicamente hasta la misma presión final  $p_2$ , el rendimiento adiabático vendrá dado por:

$$\gamma_{ad} = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1}.$$

Ahora bien, en nuestro caso, la principal aplicación que haremos de efectuar de los rendimientos de las ondas de choque será en el estudio del funcionamiento supersónico de las tomas dinámicas de los motores de reacción. Para estas condiciones interesa



mucho más referir el rendimiento a las temperaturas totales después del choque, en vez de a las estáticas; o sea, definirlo en la forma (1):

$$\eta_{at} = \frac{T_{2't} - T_1}{T_{2t} - T_1}.$$

Siendo  $T_{2t}$  la temperatura de remanso del gas y  $T_{2't}$  la temperatura alcanzada al llevar el gas isentrópicamente hasta la presión  $p_{2t}$  (fig. 8-III).

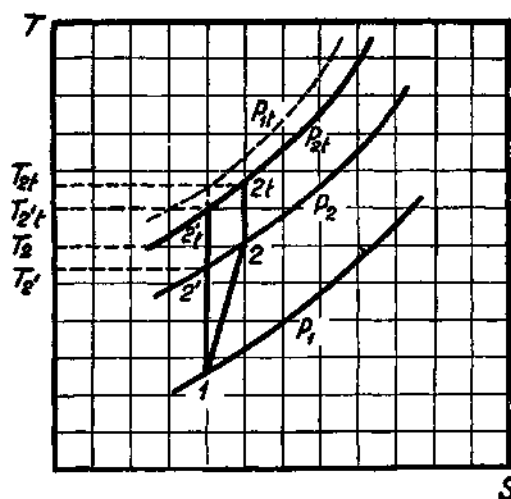


Fig. 8-III. — Rendimiento adiabático de las ondas de choque.

Tenemos:

$$\frac{T_{2t}}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2; \quad \frac{T_{2't}}{T_1} = \left( \frac{p_{2t}}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{p_{2t}}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Como:

$$\left( \frac{p_{2t}}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M2}^2$$

y de la fórmula [14-III] deducimos:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (N_{M1}^2 - 1).$$

(1) En este párrafo designaremos las temperaturas totales o de remanso con el subíndice  $t$ , a fin de evitar confusiones.

Se obtiene:

$$\eta_{at} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} N_{M2}^2\right) \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (N_{M1}^2 - 1)\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} N_{M1}^2}, \quad [30-III]$$

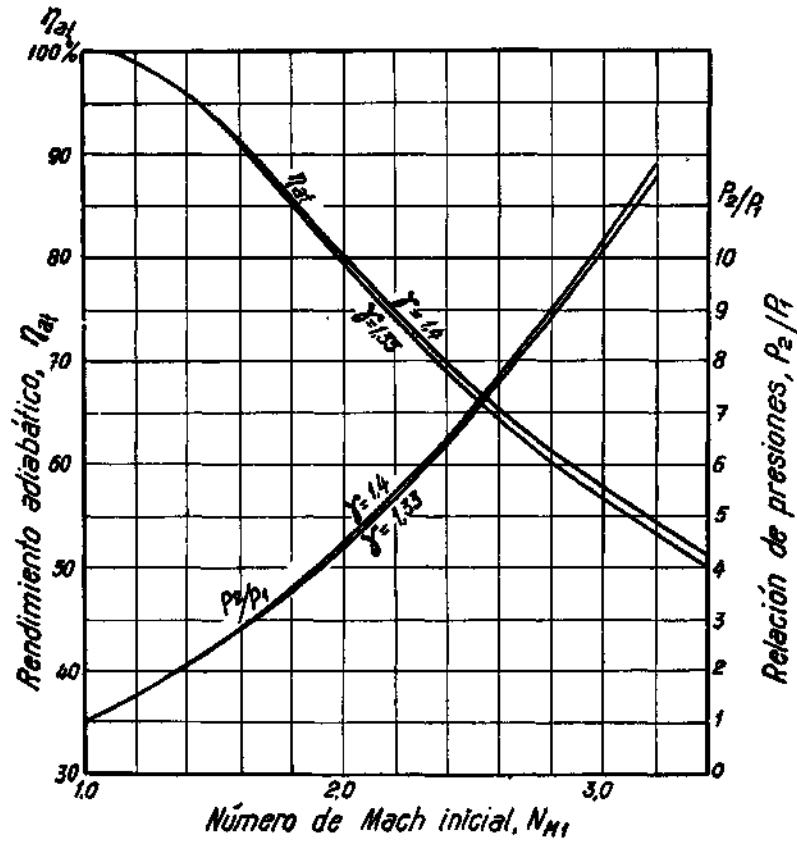


Fig. 9-III.—Rendimiento adiabático de las ondas de choque. (Ref. 4.)

En la expresión [13-III], despejando  $N_{M2}$  en función de  $N_{M1}$ , se obtiene:

$$N_{M2}^2 = \frac{2 + (\gamma - 1) N_{M1}^2}{1 - \gamma + 2\gamma N_{M1}^2}, \quad [31-III]$$

y sustituyendo resulta, por último:

$$\eta_{st} = \frac{(\gamma + 1)^2 N_{M1}^2 \left[ 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (N_{M1}^2 - 1) \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 4\gamma N_{M1}^2 + 2(\gamma - 1)}{2\gamma(\gamma - 1) N_{M1}^4 - (\gamma - 1)^2 N_{M1}^2} \quad [32-III]$$

En la figura 9-III está representada la variación de este rendimiento en función del número de Mach inicial. Hay dos clases de curvas: una para  $\gamma = 1,4$ , que viene a corresponder con las condiciones existentes durante la fase de compresión en los turborreac- tores, y otra para  $\gamma = 1,33$ , de acuerdo con las condiciones en la expansión.

Puede observarse cómo el rendimiento disminuye rápidamente a partir de  $N_{M1} = 2$ . Según la fórmula [32-III], el rendimiento no se anula para ningún valor finito de  $N_{M1}$  superior a la unidad, tendiendo únicamente a valer cero cuando el número de Mach tendie- se a infinito.

En el choque oblicuo se determina en forma análoga su rendi- miento, sin que exista ninguna dificultad esencial en el cálculo una vez determinadas las fórmulas que nos proporcionan los saltos de presión y temperatura, solamente que, debido a la complejidad de estas últimas, resultan extremadamente laboriosos.

En la referencia 4 se expresa este rendimiento como una fun- ción de los ángulos  $\mu$  y  $\delta$ , resultando:

$$\eta_{st} = \frac{[\text{sen}(2\mu - \delta) - \gamma \text{sen} \delta] \text{sen} \mu}{(\gamma - 1) \cos(\mu - \delta)} \left\{ \left[ \frac{\text{sen}(2\mu - \delta) + \gamma \text{sen} \delta}{[\text{sen}(2\mu - \delta) - \gamma \text{sen} \delta]} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right\} + \left\{ \left[ \frac{\text{sen}(2\mu - \delta) - \gamma \text{sen} \delta}{\text{sen}(2\mu - \delta) + \gamma \text{sen} \delta} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\text{sen} 2\mu}{\text{sen} 2(\mu - \delta)} \right\} \quad [33-III]$$

Expresándose también el número de Mach inicial en función de  $\mu$  y  $\delta$  mediante la fórmula:

$$N_{M1}^2 = \frac{2 \cos(\mu - \delta)}{[\text{sen}(2\mu - \delta) - \gamma \text{sen} \delta] \text{sen} \mu} \quad [34-III]$$

Para cada pareja de valores de  $\mu$  y  $\delta$  se obtiene un valor del

rendimiento (fig. 10-III) y otro del número de Mach. Puede imponerse la condición de que dicho rendimiento sea máximo, y en este caso, para cada número de Mach inicial, corresponde un valor determinado del ángulo  $\delta$  que verifica esta condición (fig. 10-III), quedando igualmente impuesto el ángulo  $\mu$ .

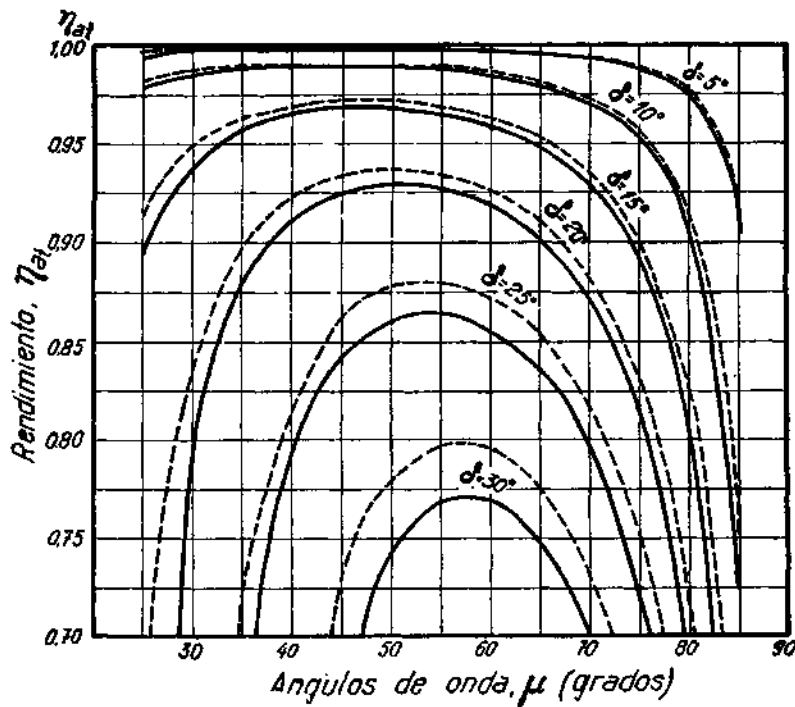


Fig. 10-III.—Rendimiento adiabático de las ondas de choque oblicuas. (Ref. 4.)

— — —  $\gamma = 1,33$   
 - - - - -  $\gamma = 1,4$

Puede observarse cómo el choque oblicuo es de mucho mayor rendimiento que el normal, siéndolo mucho más ventajoso pasar del régimen supersónico al subsónico a través de una o varias ondas de choque oblicuas, que no mediante un único choque normal. Por tanto, habrán de dimensionarse las toberas u órganos en donde ha de pasar un fluido del régimen supersónico al subsónico, para que, siempre que se pueda, este tránsito se realice a través de dichas ondas de choque oblicuas.

## TOBERAS Y DIFUSORES

## TOBERAS DE EXPANSIÓN

**Fórmulas generales**

Las fórmulas ya establecidas por las que se rige el movimiento de un gas por una conducción, en el caso general de una evolución politrópica, son las siguientes:

$$p_1 v_1 = R T_1; \quad [35\text{-III}]$$

$$p_2 v_2 = R T_2; \quad [36\text{-III}]$$

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n; \quad [37\text{-III}]$$

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = J c_p (T_1 - T_2); \quad [38\text{-III}]$$

$$G = \frac{w_1 \sigma_1}{v_1} = \frac{w_2 \sigma_2}{v_2}. \quad [39\text{-III}]$$

Se comprueba fácilmente que conocidas las condiciones iniciales en la sección 1:  $p_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$ ,  $w_1$ , y el gasto en peso  $G$ , quedan determinados los valores de todas las variables en otra sección 2, en cuanto se fije el valor de una cualquiera de ellas en dicha sección.

El primer problema a resolver será el de calcular el dimensionado de una tobera para que, partiendo de unas ciertas condiciones iniciales prefijadas y con un gasto conocido, se produzca una expansión correcta del gas hasta las condiciones finales que se quieran obtener. Generalmente se toma la presión como variable independiente, indicando con el valor final de ella el grado de expansión que se desea conseguir, pero en su lugar podría tomarse sin dificultad cualquier otro parámetro.

En cualquier sección  $i$ , en función de la presión  $p_i$  y de las condiciones iniciales, resultan las fórmulas siguientes:

$$\frac{T_i}{T_1} = \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}; \quad [40\text{-III}]$$

$$\frac{v_i}{v_1} = \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{-\frac{1}{n}}; \quad [41-III]$$

$$\frac{w_i}{w_1} = \sqrt{1 + 2 g J c_p \frac{T_1}{w_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}; \quad [42-III]$$

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_1} = \frac{\left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{-\frac{1}{n}}}{\sqrt{1 + 2 g J c_p \frac{T_1}{w_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}}. \quad [43-III]$$

El gasto es función del volumen específico, área de la sección y velocidad iniciales; pero en el caso particular de ser esta última nula ( $w_1 = 0$ ), es imprescindible fijarlo, resultando para las dos últimas fórmulas anteriores:

$$w_i = \sqrt{2 g J c_p T_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]} \quad [44-III]$$

$$\sigma_i = \frac{G v_1}{\sqrt{2 g J c_p T_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{2}{n}} - \left( \frac{p_i}{p_1} \right)^{\frac{n+1}{n}}}}. \quad [45-III]$$

### Curvas de expansión

#### a) Variación de la velocidad.

Supongamos nula la velocidad inicial. De acuerdo con la fórmula [44-III] la velocidad aumenta uniformemente a medida que  $p_i/p_1$  disminuye. Cuando  $p_i/p_1 = 0$ , o sea, para una expansión hasta el vacío, se obtiene la mayor velocidad que es posible alcanzar partiendo de unas condiciones dadas. Resulta:

$$w_{\max} = \sqrt{2 g J c_p T_1} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}} w_{s1} = \sqrt{5} w_{s1} \quad (\gamma = 1.4). \quad [46-III]$$

La curva de velocidades presenta un punto de inflexión para un valor de la presión que denominaremos crítico, aunque, como veremos a continuación, solamente corresponderá exactamente a las ya definidas condiciones críticas cuando la expansión sea isentrópica.

b) *Gasto por unidad aérea.*

Viene dado por:

$$\frac{G}{\sigma_i} = \frac{1}{v_1} \sqrt{2 g J c_p T_1} \sqrt{\left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}}, \quad [47-III]$$

que también puede ponerse en la forma:

$$\frac{G}{\sigma_i} = \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \sqrt{\frac{2 \gamma}{\gamma - 1} \left[ \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]} = K \Phi \left( \frac{p_i}{p_1} \right), \quad [48-III]$$

en la que K es una constante, que no depende más que de las condiciones iniciales, y siendo:

$$\Phi \left( \frac{p_i}{p_1} \right) = \sqrt{\frac{2 \gamma}{\gamma - 1} \left[ \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]}. \quad [49-III]$$

Esta función se anula para  $\frac{p_i}{p_1} = 1$ , o cuando  $\frac{p_i}{p_1} = 0$ ; presentando un máximo para el valor:

$$\frac{p_i}{p_1} = \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \quad [50-III]$$

estando representada, para  $n = \gamma$ , en la figura 15-III.

La variación de las áreas de paso de la tobera es inversa a la de gasto por unidad de área. Por tanto, para este valor de la presión el área será mínima, denominándose «sección crítica de la tobera».

TABLA 1-III.— *Valores de la presión crítica en función del exponente de la evolución*

$n$	$p_c/p_1$	$n$	$p_c/p_1$
1,20	0,567	1,34	0,539
1,25	0,557	1,36	0,534
1,30	0,549	1,38	0,531
1,32	0,544	1,40	0,528

En ella están determinadas todas las variables que intervienen en el problema, obteniéndose:

$$\frac{T_c}{T_1} = \frac{2}{n+1}; \quad [51\text{-III}]$$

$$\frac{v_c}{v_1} = \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{1-n}}; \quad [52\text{-III}]$$

$$w_c = \sqrt{2 g J c_p T_1 \frac{n-1}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \frac{n-1}{n+1}} w_{s1}. \quad [53\text{-III}]$$

La velocidad del sonido en estas condiciones viene dada por:

$$w_{s,c} = \sqrt{g \gamma R T_c}.$$

Pudiendo ponerse:

$$w_c = \sqrt{\frac{n-1}{\gamma-1}} w_{sc}. \quad [54\text{-III}]$$

Cuando la expansión es isentrópica es  $n = \gamma$ , y entonces la velocidad crítica es igual a la del sonido, de acuerdo con la definición que se hizo anteriormente para las condiciones críticas.



c) *Curvas de temperaturas y volúmenes específicos.*

De acuerdo con la fórmula [40-III] la temperatura decrece uniformemente a medida que la presión disminuye, anulándose al mismo tiempo que ella. Por el contrario, el volumen específico aumen-

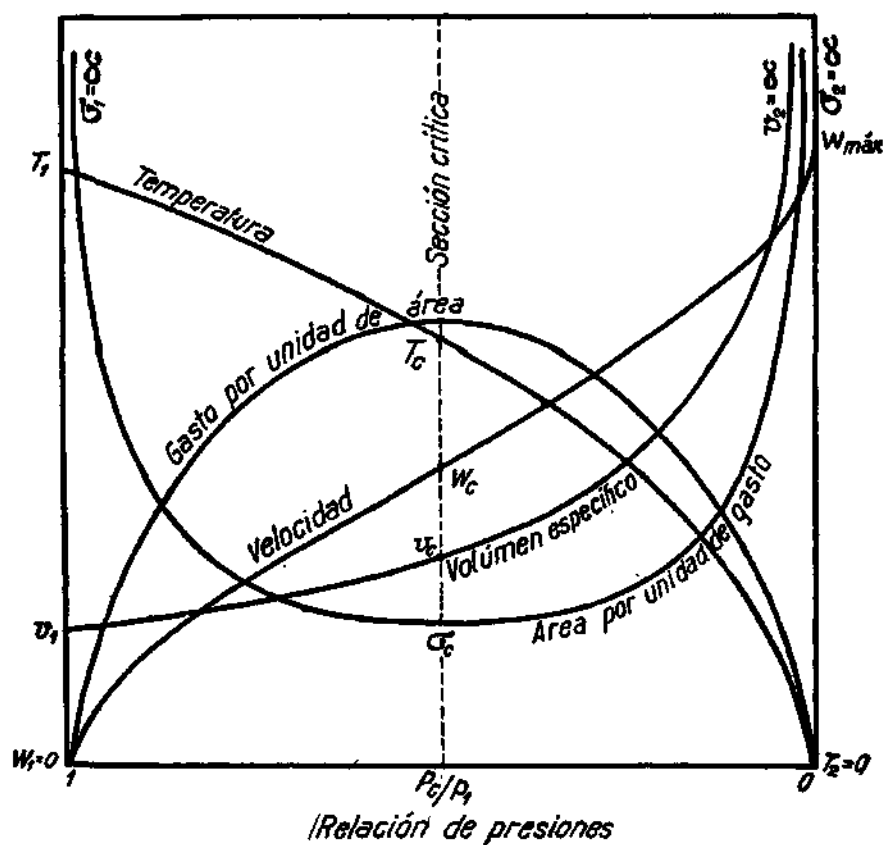


Fig. 11-III.—Curvas de expansión.

ta (fórmula [41-III]), tendiendo a valor infinito, cuando la presión es igual a cero, lo que equivale a establecer que la densidad de un gas tiende a cero cuando se expande hasta una presión nula. En la figura 11-III están representadas las formas generales de estos tipos de curvas.

### Forma general de la tobera

De acuerdo con lo expuesto, si se desea expansionar un gas hasta una presión inferior a la crítica, la tobera tendrá una forma convergente-divergente, mientras que será convergente en el caso contrario.

Cuando la velocidad inicial es distinta de cero, puede resolverse el problema directamente con las fórmulas que se establecieron, o bien, reducirlo al caso general, determinando las condiciones de remanso del gas y calculando desde él las curvas de expansión. La forma de la tobera dependerá entonces del valor de la velocidad de partida. Si  $w_1 < \sqrt{\gamma R T_1}$ , hay sección crítica y la tobera tendrá forma inicial convergente; y si  $w_1 \geq \sqrt{\gamma R T_1}$ , no existe dicha sección o la tobera comienza en ella, pero en todo caso será divergente.

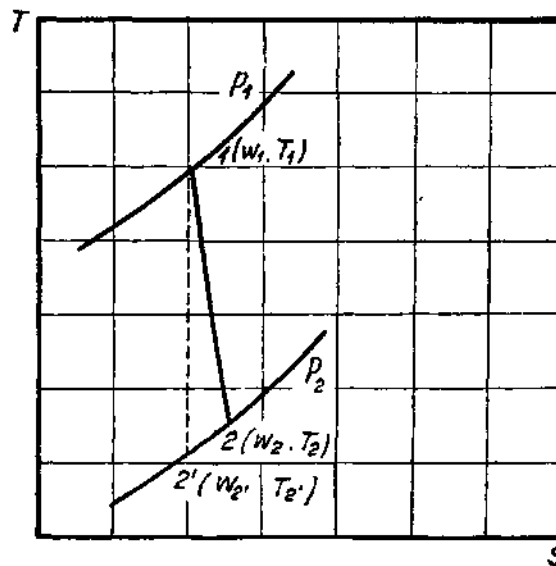


Fig. 12-III. — Rendimiento adiabático de una tobera.

### Rendimiento de una tobera

El rendimiento adiabático de una tobera se define en la forma acostumbrada, es decir, será igual a (fig. 12-III):

$$\eta_{ia} = \frac{H_1 - H_2}{H_1 - H_{2'}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2'}} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_{2'}^2 - w_1^2} \quad [55-III]$$

Con frecuencia se utiliza para definir el rendimiento de una tobera la expresión:

$$\eta_b = \frac{\frac{w_2^2}{2g}}{\frac{w_1^2}{2g} + J(H_1 - H_2)} = \frac{w_2^2}{w_{2'}^2}, \quad [56-III]$$

que es igual al cuadrado del llamado coeficiente de velocidad  $c_v$ :

$$c_v = \frac{w_2}{w_{2'}} = \sqrt{\eta_b}. \quad [57-III]$$

Más adelante se insertarán datos de los valores que se presentan en la práctica de este coeficiente.

### Dimensionado de una tobera

Cuando se trata de dimensionar una tobera interviene una nueva variable—la longitud—, debiendo buscarse una relación conveniente entre la presión y ella.

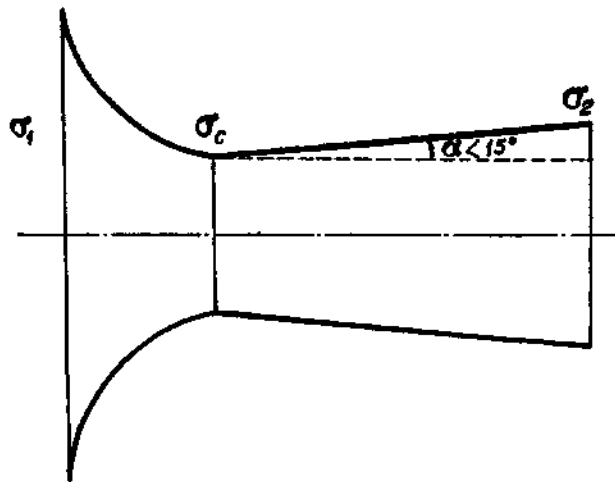


Fig. 13-III. —Tobera Laval.

La resolución, en general, de este problema, así como el del dimensionado de difusores, no puede abarcarse por completo, ya que comprende una infinidad de casos particulares: álabes de compre-

sores y turbinas, difusores de compresores centrífugos, directrices, toberas de entrada, etc.; problemas en los que su solución depende esencialmente de las características peculiares de cada caso. Por esta razón, se irán resolviendo sucesivamente cuando se estudien los órganos que los comprendan.

Pueden darse algunas reglas generales para el dimensionado de las toberas de expansión, como, por ejemplo, que en la zona super-

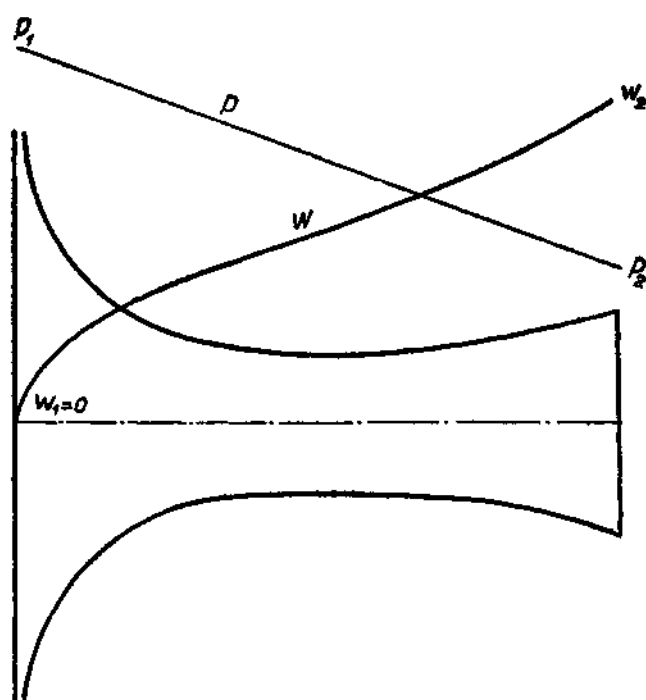


Fig. 14-III Tobera con gradiente de presión constante.

sónica han de utilizarse pequeños ángulos de divergencia, de unos  $8^\circ$  a  $15^\circ$ , para evitar que la corriente general del fluido se desprenda de las paredes, formándose una zona estancada con gran formación de torbellinos. En cambio, en la parte convergente no hay inconveniente en que las variaciones de las secciones sean muy acusadas, pues la corriente del gas se adapta perfectamente a las paredes, que cada vez se van estrechando más.

En la figura 13-III está representada una tobera convergente-divergente tipo Laval, con su parte inicial formada por arcos de

circunferencia, y con su parte divergente en forma tronco-cónica. Con ella se tiende a aproximarse a la forma que resulta en las toberas de expansión con gradiente de presión constante (fig. 14-III).

### Expansión en una tobera

Hasta ahora hemos considerado el problema directo de la determinación de las curvas de expansión y de la forma de la tobera en

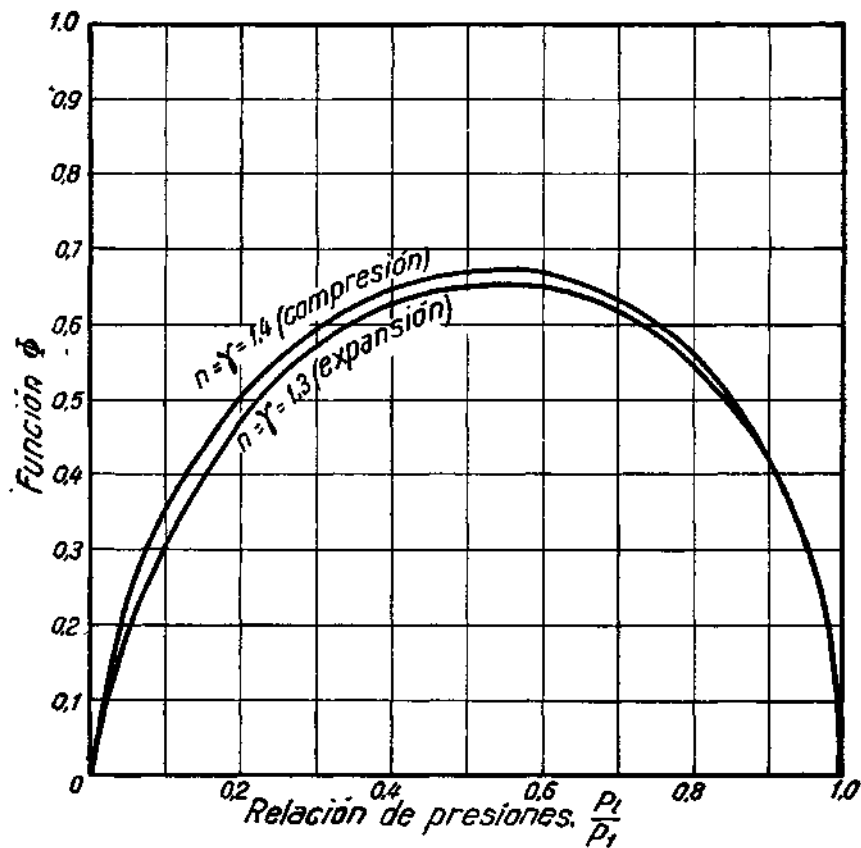


Fig. 15-III.—Función  $\Phi \left( \frac{p_t}{p_1} \right)$ .

función de un parámetro característico del gas tomado como variable independiente, y ahora vamos a proceder al estudio del caso inverso, o sea, analizar las condiciones en que se produce la expansión en una tobera ya construída.

Como datos, tenemos las condiciones iniciales  $p_1$  y  $T_1$ , la forma de la tobera y la presión ambiente en la salida, que denominaremos contrapresión  $p_a$ .

El gasto no puede imponerse también, pues es función de la contrapresión y de las condiciones iniciales. Ya sabemos que se relaciona con el área de paso y la relación de presiones mediante la fórmula:

$$G = \frac{\sigma_i}{v_1} \sqrt{2 g J c_p T_1} \sqrt{\left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}} = \sigma_i \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \Phi\left(\frac{p_i}{p_1}\right). \quad [58\text{-III}]$$

Estando representada la función  $\Phi$  en la figura 15-III.

Por otra parte, sabemos que la presión final  $p_2$  del gas habrá de ser igual a la presión ambiente, excepto en el caso en que la velocidad en esta sección de salida sea supersónica, en cuyo caso pueden presentarse discontinuidades en los valores de la presión.

### 1.º Tobera convergente

a)  $p_a > p_c$ .

En este caso (fig. 16-III) es  $p_2 = p_a$ . En función de este valor,

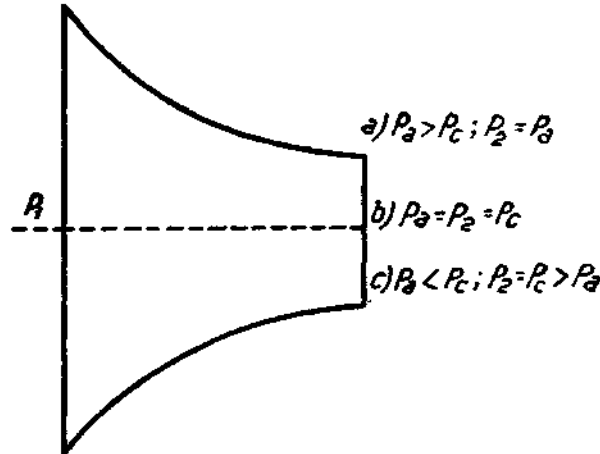


Fig. 16-III.—Expansión en una tobera convergente.

con el del área de la sección de salida y con  $p_1$  y  $T_1$  se determina el gasto. Una vez determinado éste, pueden calcularse las presiones

en cualquier sección de la tobera con ayuda de la figura 15-III. Hay dos valores posibles de la presión para cada  $\sigma_1$ , pero deberán tomarse los correspondientes a la rama de  $\Phi$  comprendida entre

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 \text{ y } \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_c}{p_1}.$$

$$b) \quad p_a < p_c.$$

Cuando disminuye la contrapresión y, por tanto, la presión de salida  $p_2$ , el gasto aumenta en la misma forma que lo hace la fun-

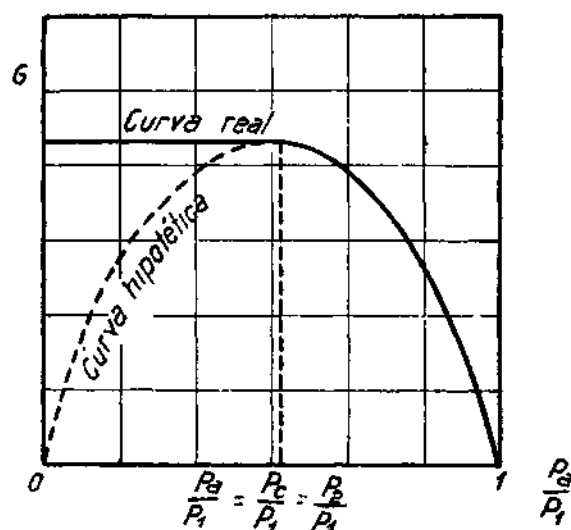


Fig. 17-III.—Variación del gasto en función de la contrapresión en una tobera convergente.

ción  $\Phi$ . Cuando es  $p_a = p_c$ , el gasto toma su valor máximo, y a partir de este punto permanece constante en vez de disminuir de acuerdo con la rama descendente de la función  $\Phi$ . En efecto, al ser  $p_a < p_c$ , no puede ser  $p_2 = p_a < p_c$ , pues, en este caso, la velocidad del sonido tendría que haberse producido en una sección mínima, inexistente en el interior de la tobera. Lo que sucede es que la presión de salida  $p_2$  se mantiene constante e igual a la presión crítica. El gas se expansiona en el exterior, conservándose el mínimo de la

sección de la vena en la salida. Esta expansión exterior no se produce correctamente, sino que se producen ondas de rarefacción

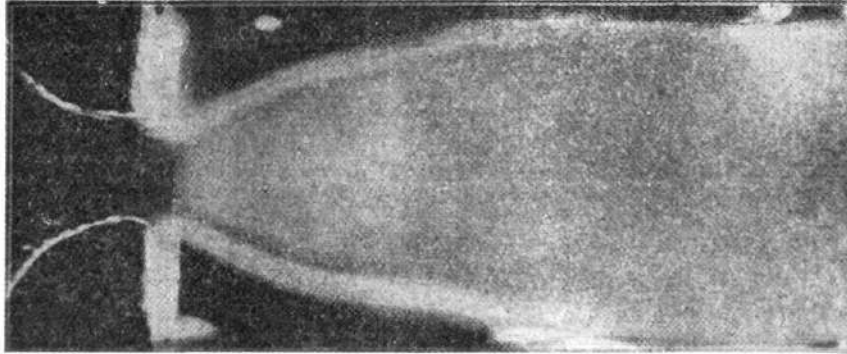


Fig. 18-III.—Salida de un gas en una tobera convergente con formación de ondas de expansión o rarefacción. (Ref. 11.)

(fig. 18-III) con un proceso claramente irreversible. Por esta razón, para una misma presión exterior se consigue una energía cinética

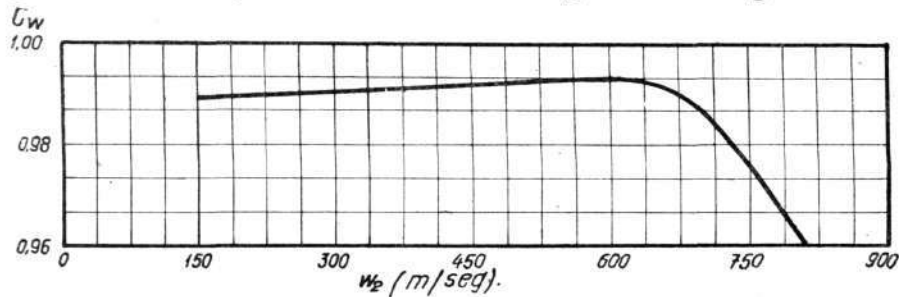


Fig. 19-III. —Variación del coeficiente de velocidad en función de la velocidad de salida en una tobera convergente. (Ref. 11.)

menor que si se hubiera utilizado en este caso una tobera divergente (fig. 19-III).

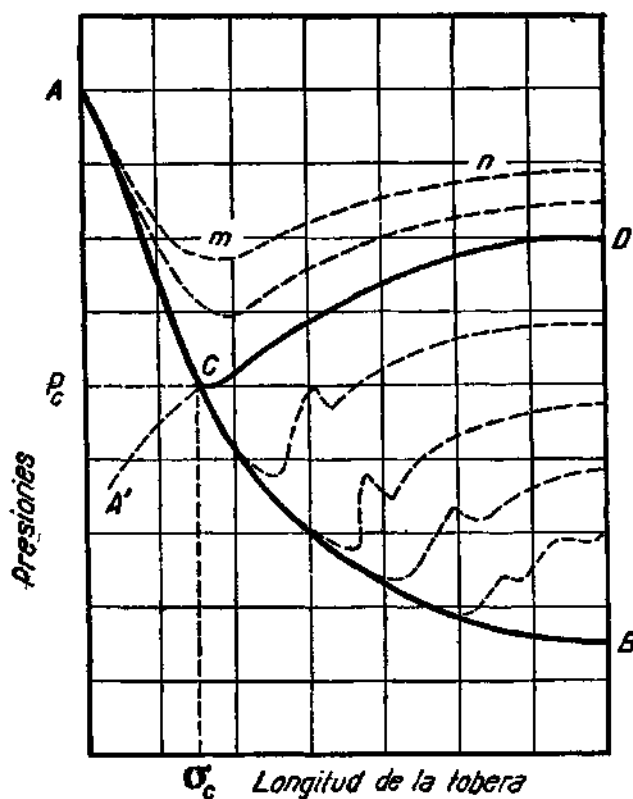
## 2.º Tobera divergente

Supongamos que en la sección crítica  $c$ , de la tobera, existe la presión crítica  $p_c$ , siendo AC la curva de presiones entre la sección inicial y ella (fig. 20-III). En este caso, el gasto  $G$  queda determina-



do, y con este valor y con ayuda de la función  $\Phi$  podrían calcularse dos curvas de presiones entre la sección crítica y la de salida, vieniendo representadas por las ramas CD y CB de la figura (1).

Sean  $p_d$  y  $p_b$  los valores de las presiones finales en D y B.



**Fig. 20-III.—Curvas de expansiones en una tobera convergente-divergente.**

Con esto, supongamos  $p_a > p_d$ . En este caso, es  $p_2 = p_a$  y la curva de expansión es tal como la A-m-n de la figura, funcionando en parte la tobera como un difusor.

Al disminuir  $p_a$ , decrece con ella  $p_s$ , y el gasto aumenta (hasta

(1) La rama A'C dibujada de puntos correspondería a otra curva de presiones entre la sección inicial y la crítica sólo matemáticamente posible, pues el valor de  $p$ , impone la rama AC.

que  $p_a$  llega a ser igual a  $p_d$  (fig. 21-III). En este punto se alcanza la presión crítica y el gasto llega a su valor máximo, pues no podrá superarse ya la velocidad crítica en la sección mínima, con todas las variables en ella determinadas e independientes de las condiciones en la salida.

Como vemos, en las toberas divergentes el gasto se hace más pronto independiente de la contrapresión que en las convergentes. El valor de  $p_d$  es del orden de 0,82 de  $p_1$ .

Cuando  $p_c < p_a < p_d$ , entre la sección crítica y la de salida se producen ondas de choque, puesto que la presión ha de aumentar y, en consecuencia, habrá de disminuir la velocidad desde un régimen supersónico a otro subsónico. Esto también sucede en parte si  $p_b < p_a < p_c$ , pues, debido a la forma de la

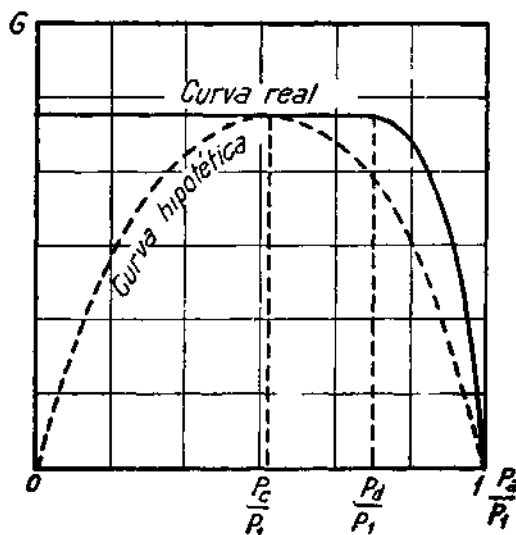


Fig. 21-III.—Variación del gasto en función de la contrapresión en una tobera convergente-divergente.

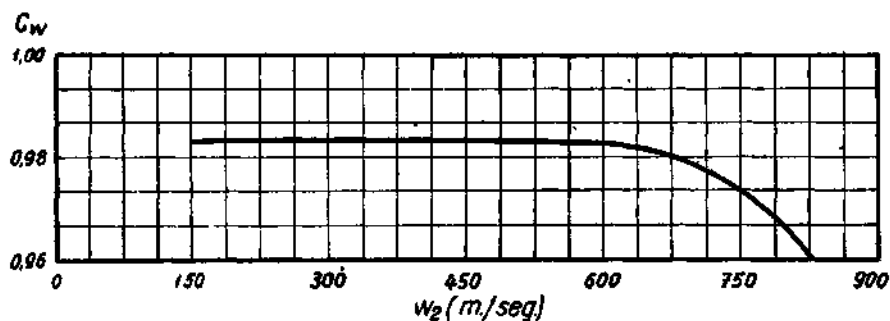


Fig. 22-III.—Variación del coeficiente de velocidad en función de la velocidad en una tobera convergente-divergente. (Ref. 11.)

tobera, el gas tiende a expansionarse detrás de la sección crítica, alcanzando velocidades mayores que las que les corresponderían en la sección de salida.

Obsérvese que en toda la zona  $p_b < p_a < p_d$  no puede determinarse directamente el gasto en función de  $p_2$  y  $\sigma_2$ , por no ser válida la ecuación [58 III] para este régimen de ondas de choque.

Por último, en la figura 22-III se incluyen los valores del coeficiente de velocidad correspondiente a este caso.

## DIFUSORES

Aunque las ecuaciones generales que ligan las variables características del estado de un gas sean las mismas para la compresión y la expansión, existen dos diferencias fundamentales entre uno y otro proceso.

Una de ellas es que el paso del régimen supersónico a subsónico se produce a través de una onda de choque. Por tanto, no pueden existir difusores convergentes en los que sean válidas las ecuaciones generales que se establecieron.

La otra diferencia esencial estriba en el estudio de la estabilidad de cada una de estas transformaciones. Una expansión siempre es estable, mientras que una compresión puede llegar a ser inestable, ya que en ella el gradiente de presión es contrario a la marcha general de la corriente, con efecto perjudicial máximo en la capa límite, en donde la energía cinética tiene valores más reducidos. Por esta razón, no puede pensarse en conseguir fuertes gradientes de presión, ya que si el difusor se proyecta con grandes ángulos de divergencia la corriente se separa de las paredes. Únicamente con dispositivos de succión de la capa límite pueden lograrse estos incrementos rápidos de la presión del gas.

Cuando se estudien los compresores veremos cómo esta inestabilidad característica del proceso de la compresión puede dar lugar a un retorno o cambio de sentido de la dirección general de la corriente del fluido.

### Difusores rectos (1)

Se ha comprobado experimentalmente que los mejores difusores en cuanto a su rendimiento son los de forma tronco-cónica. Pueden

---

(1) Los datos que se insertarán a continuación están tomados de las referencias números 6, 7 y 8.

proyectarse con un ángulo en el vértice  $2\theta$  (fig. 23-III), comprendido entre  $5^\circ$  y  $8^\circ$ , aumentando rápidamente las pérdidas de presión cuando el ángulo de divergencia supera los  $10^\circ$ .

En los difusores de sección cuadrada no debe sobrepasarse de un ángulo de  $2\theta = 6^\circ$ , mientras que en difusores de sección rectangular y dos caras paralelas el ángulo de divergencia de las dos caras que no lo son puede llegar a valer unos  $11^\circ$ .

Cuando se necesita proyectar los difusores con un fuerte ángulo de divergencia, se mejoran sus características haciendo que el incremento de sección sea gradual al principio, aumentando después rápidamente el ángulo de divergencia.

Hay dispositivos que permiten aumentar el grado de difusión. Ya se mencionó el proceso de succión de la capa límite, sustituyendo el fluido estancado por otro de gran energía cinética. De esta forma se han conseguido difusores de gran rendimiento y con ángulos de divergencia de hasta  $50^\circ$ .

En los difusores cónicos se consigue una gran mejora en sus características introduciendo, mediante unos álabes helicoidales, una rotación del fluido superpuesta a la dirección general de su marcha. De esta forma se suministra mayor energía a la capa límite y puede aumentarse el ángulo de difusión. También se ha comprobado que la turbulencia en la sección de entrada mejora las características del difusor.

Los difusores de eje curvo se estudian considerando el «ángulo de divergencia equivalente», que es igual al de un difusor cónico y recto de igual longitud, medida sobre el eje, e iguales secciones de entrada y salida.

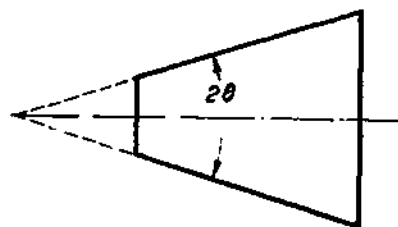


Fig. 23-III.—Difusor cónico.

### Tuberías curvadas

Cuando una corriente circula por un conducto acodado se producen en ella unas inevitables pérdidas de presión. Estos conductos son necesarios cuando hay que conducir las corrientes de un sitio a otro, y se presentarán con gran frecuencia en los turborreactores.

tores, como, por ejemplo, en las conducciones desde la salida del difusor de un compresor centrífugo a las cámaras de combustión.

Cuando el ángulo de curvatura  $\beta$  (fig. 24-III) es menor de  $25^\circ$ , las pérdidas son insignificantes. Para valores de este ángulo, inferiores a los  $90^\circ$ , se ha comprobado que la mejor manera de cambiar la dirección de la corriente es con una tubería acodada de eje circular. En cambio, para  $\beta = 90^\circ$ , conviene un acoplamiento en ángulo recto (fig. 25-III), con álabes guías en el codo de unión. En todos

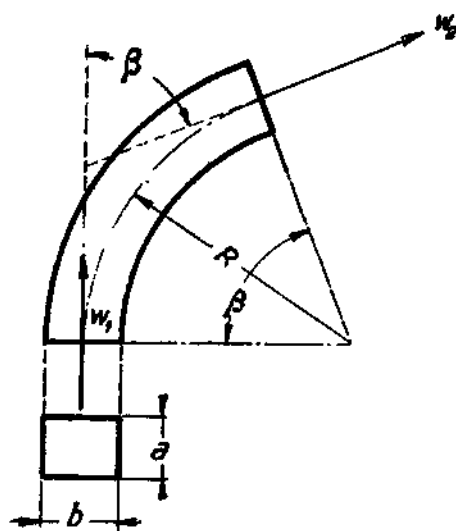


Fig. 24-III.—Conducción curvada.

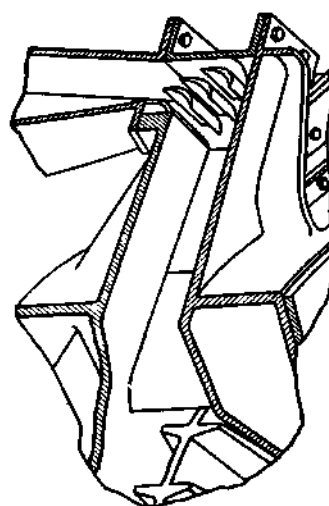


Fig. 25-III.—Codo en ángulo de  $90^\circ$  a la salida de un difusor.

los casos, estos álabes guías mejoran notablemente el comportamiento de la conducción, produciendo una distribución homogénea de presiones y velocidades en sus secciones transversales.

En las conducciones de eje curvo se disminuyen notablemente las pérdidas de presión aumentando la relación  $\frac{R}{b}$ , que si es inferior a  $2,5 : 1$  puede dar lugar a grandes valores de ellas. Por otra parte, aumentando también la relación  $\frac{a}{b}$ , decrecen en gran forma dichas pérdidas; por ejemplo, pasando de  $a/b = 1$  a  $a/b = 6$ , disminuyen en más del 60 %.

# SALIDA DE UN GAS POR INTERSTICIOS. JUNTAS DE LABERINTO

## Salida de un gas por una ranura

Cuando un gas se expansiona, pasando a través de una ranura, desde un recinto en el que está a una presión  $p_1$  y sin velocidad inicial (fig. 26-III) hasta otro recinto en el que existe la presión  $p_2$ , la corriente adopta la forma indicada en dicha figura. En ella,  $\sigma_m$  es el área mínima de la vena, que puede estar antes o después del área  $\sigma_2$ , en la cual la presión de la corriente coincide ya con la presión  $p_2$  del recinto final.

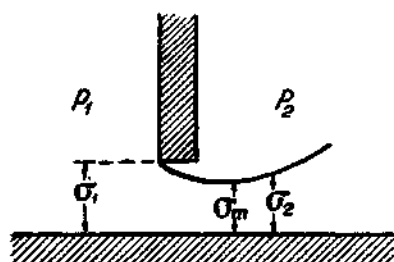


Fig. 26-III.—Salida de un gas por una ranura.

El gasto de gas vendrá dado por la ecuación [47-III], que la expresamos en la forma ya conocida:

$$G = \sigma_2 \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \Phi \left( \frac{p_2}{p_1} \right). \quad [59-III]$$

Si designamos por  $\alpha$  el coeficiente de gasto, definido por la relación:

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}. \quad [60-III]$$

Podemos poner la ecuación [59-III] en la forma:

$$G = \alpha \sigma_1 \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \Phi \left( \frac{p_2}{p_1} \right). \quad [61-III]$$

Este coeficiente  $\alpha$  es función de la forma de la ranura y del número de Reynolds; pero esta última dependencia solamente se verifica para valores muy reducidos de dicho número, inferiores a  $10^3$ . En la figura 27-III se muestran los valores experimentales del coeficiente  $\alpha$ .

La forma de la función  $\Phi$  ya nos es conocida. No obstante,

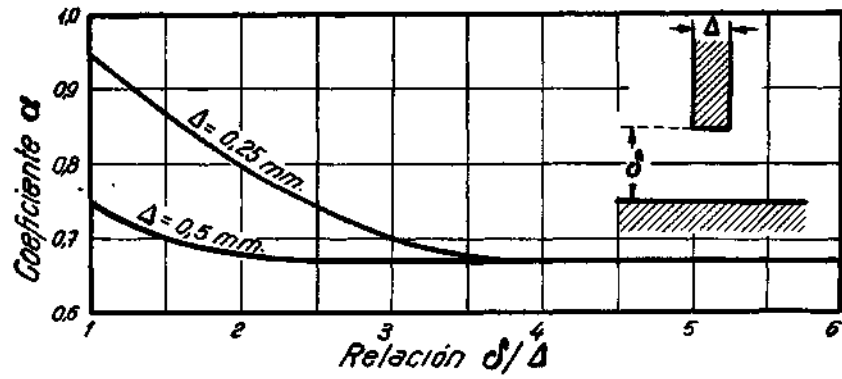


Fig. 27-III.—Valor experimental del coeficiente  $\alpha$ . (Ref. 9.)

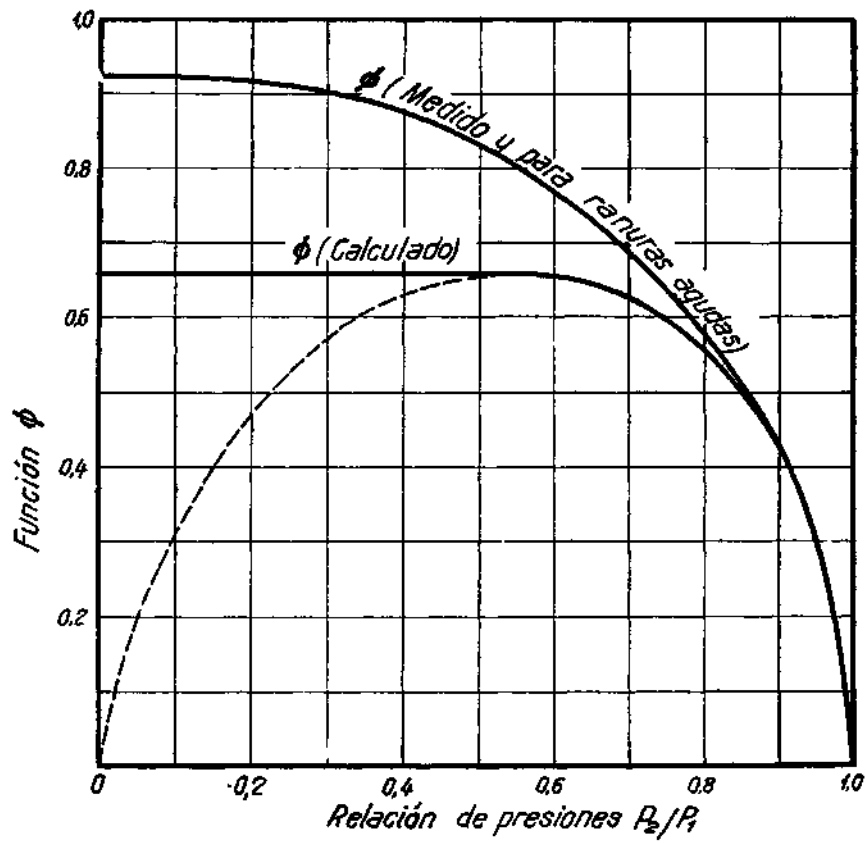


Fig. 28-III.—Valores de la función  $\phi$ . (Ref. 9.)

muestra la experiencia que para ranuras de bordes agudos, y debido a cierta irreversibilidad del fenómeno, no concuerdan exactamente los valores teóricos con los obtenidos experimentalmente. En la figura 28-III están indicados los valores de esta función, según experimentos realizados por W. Schiller. En ella puede apreciarse que para relaciones de presiones por encima de 0,8 coinciden los resultados teóricos y los experimentales. También puede verse en ella que para estas ranuras de bordes agudos no existe realmente una presión crítica.

La figura está trazada para un valor de  $\gamma = 1,3$  (vapor sobrecalentado), siendo perfectamente aplicable a los gases en la fase de expansión de una turbina de gas, e incluso para el aire de la fase de compresión, debido a la poca influencia del exponente  $\gamma$  para estas pequeñas variaciones de su valor.

Para juntas de bordes redondeados pueden aplicarse los valores teóricos de la función  $\Phi$ .

### Juntas de laberinto

En todas las máquinas rotativas, turbinas y compresores especialmente, se presenta el problema de la circulación de un gas entre una pared fija y otra móvil. En este caso se reducen las inevitables pérdidas de gas mediante la instalación de una junta o cierre de laberinto (fig. 29-III). En ella se le obliga al gas a pasar a través de una serie de estrechamientos, seguidos cada uno de ellos de una cámara de expansión. En condiciones de funcionamiento ideal, después de pasar por cada ranura, aumentando su velocidad y disminuyendo la presión, el gas pierde su energía cinética al expandirse, transformándose exclusivamente mediante un proceso irreversible en aumento de su temperatura hasta alcanzar la del escalón anterior, comenzando, pues, la expansión en el escalón siguiente con velocidad inicial nula.

Si  $T$ , y  $w$ , son la temperatura y velocidad en la ranura del esca-

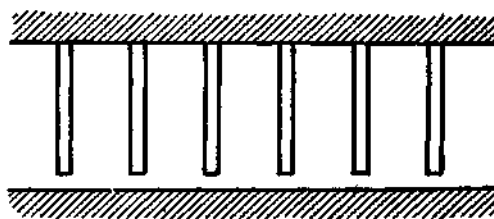


Fig. 29-III.—Juntas de laberinto.



lón  $i$ , la ecuación de conservación de la energía nos suministra la relación:

$$J c_p (T_1 - T_i) = \frac{w_i^2}{2g}, \quad [62 \text{ III}]$$

en la que  $T_1$  es la temperatura inicial del gas antes de penetrar en el cierre de laberinto.

A su vez, la ecuación de continuidad se expresará del modo siguiente:

$$G = \frac{\alpha \sigma w_i}{v_i}, \quad [63 \text{ III}]$$

siendo  $\sigma$  el área de paso, igual para todas, de las ranuras. Admitiendo la constancia del coeficiente  $\alpha$  y eliminando la velocidad entre las ecuaciones anteriores, se llega a la expresión:

$$\frac{G}{\alpha \sigma} = \frac{1}{v_i} \sqrt{2g J c_p (T_1 - T_i)} \quad [64 \text{ III}]$$

fórmula de una curva de Fanno, que liga la temperatura y el volumen específico en función de las condiciones iniciales y del gasto en peso del gas.

Según esto, el gas evolucionará siguiendo la línea en zig zag representada en la figura 30-III, pasando desde la presión inicial  $p_1$  hasta la final  $p_n$ , mediante sucesivas transformaciones isentrópicas e isobáricas comprendidas entre la isoterma inicial y la correspondiente curva de Fanno. La última rama hasta la presión  $p_n$  dibujada en la figura, corresponde al caso de una caída de presión en el último escalón superior a la crítica.

La cantidad de gas que pasa por un laberinto, o bien la determinación del número de escalones necesarios para que las pérdidas de gas tengan un valor determinado, puede calcularse gráficamente en el diagrama entrópico, en función de las condiciones iniciales, datos constructivos del laberinto y relación total de presiones. También puede resolverse analíticamente el problema mediante la ecuación [61-III] y procediendo paso a paso. En efecto, para el primer escalón tendríamos:

$$G = \alpha \sigma \sqrt{g \frac{p_1}{v_1} \Phi_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)}$$

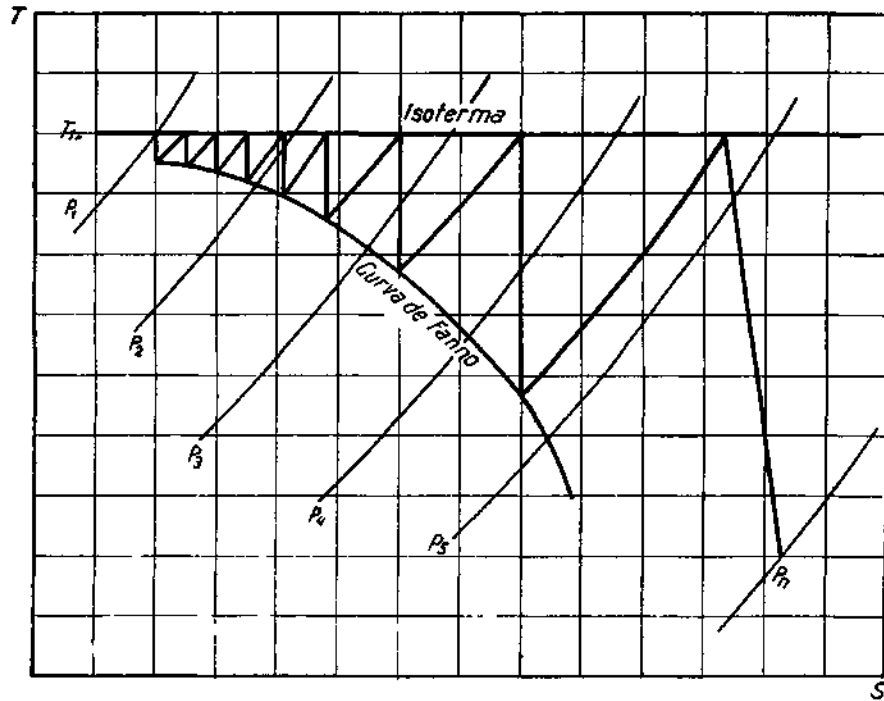


Fig. 30-III.—Expansión de un gas en una junta de laberinto.

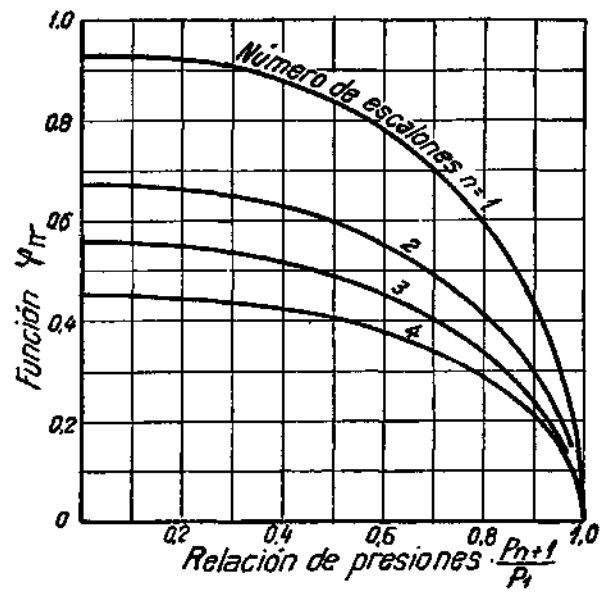


Fig. 31-III.—Valores de la función  $\psi_n$ . (Ref. 9.)

y para el segundo, tomando igual coeficiente de gasto  $\alpha$  e igual área de paso  $\sigma$  entre ranuras:

$$G = \alpha \sigma \sqrt{g \frac{p_2}{v_2}} \Phi_2 \left( \frac{p_3}{p_2} \right).$$

Igualando y teniendo en cuenta que  $p_1 v_1 = p_2 v_2$ , resulta:

$$\Phi_2 \left( \frac{p_3}{p_2} \right) = \Phi_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \frac{p_1}{p_2}. \quad [65-III]$$

Para cada valor de la relación  $\frac{p_2}{p_1}$  puede determinarse el valor de  $\Phi_1$  con ayuda de la figura 28-III, y a partir de él, el de  $\Phi_2$ , del que se obtiene inmediatamente el de  $p_3/p_2$  y, finalmente, el de  $p_3/p_1$ .

Podemos, pues, poner:

$$G = \alpha \sigma \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \Phi_2 \left( \frac{p_3}{p_2} \right) \frac{p_2}{p_1} = \alpha \sigma \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \varphi_2 \left( \frac{p_3}{p_1} \right), \quad [66-III]$$

estando representada esta función  $\varphi_2$  en la figura 31-III, que nos resuelve el caso del laberinto de dos escalones, una vez que se determine el área  $\sigma$  y el coeficiente de gasto  $\alpha$ .

Análogamente, para  $n = 3$  escalones tenemos:

$$\Phi_3 \left( \frac{p_4}{p_3} \right) = \Phi_2 \left( \frac{p_3}{p_2} \right) \frac{p_2}{p_3} = \Phi_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \frac{p_1}{p_3}, \quad [67-III]$$

pudiéndose calcular sucesivamente  $\Phi_1$  y  $\Phi_3$  a partir de las relaciones  $\frac{p_2}{p_1}$  y  $\frac{p_4}{p_3}$ ; determinándose  $p_4/p_1$  con los valores obtenidos de  $\Phi_3$ . Asimismo, podemos poner:

$$G = \sigma \alpha \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \varphi_3 \left( \frac{p_4}{p_1} \right), \quad [68-III]$$

estando representada esta función, así como para  $n = 4$ , en la misma figura anterior.

Por este procedimiento puede calcularse un laberinto de cualquier número de escalones mediante la ley de recurrencia:

$$\Phi_n \left( \frac{p_{n+1}}{p_n} \right) = \Phi_{n-1} \left( \frac{p_n}{p_{n-1}} \right) \frac{p_{n-1}}{p_n}, \quad [69-III]$$

pero este método resulta laborioso y se presta a la acumulación de errores para un número de escalones mayor de cuatro. Por esta razón se ha establecido una fórmula que proporciona directamente el valor de la función  $\varphi$  para cualquier número de escalones, con la única condición de que la relación de presiones  $p_{n+1}/p$ , entre dos escalones contiguos, sea igual o mayor que 0,8.

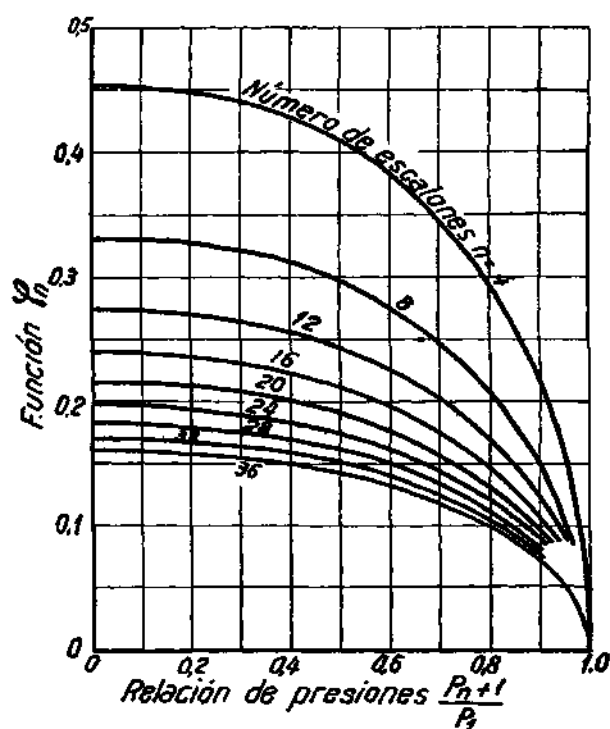


Fig. 82-III.—Valores de la función  $\varphi_n$ . (Ref. 9.)

En la referencia 9 se calcula esta fórmula, basándose en las ecuaciones de continuidad y conservación de la energía, relacionando la presión y volumen específico mediante la ecuación del derrame adiabático en cada ranura y con la relación de las isothermas,  $p v = \text{cte.}$ , entre ensanchamientos. De esta manera, mediante un desarrollo en serie de las expresiones de la velocidad y volumen específico en función de la presión, del que solamente se toman los términos li-

neales, se llega a la expresión conocida como fórmula de M. Martín:

$$\varphi_n = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_{n+1}}{p_n}\right)^2}{n + \log_e \frac{p_1}{p_{n+1}}}}, \quad [70\text{-III}]$$

en la que se ha efectuado la corrección empírica de tomar  $\gamma = 2$ . En esta fórmula,  $p_{n+1}$  es la presión siguiente al escalón número  $n$

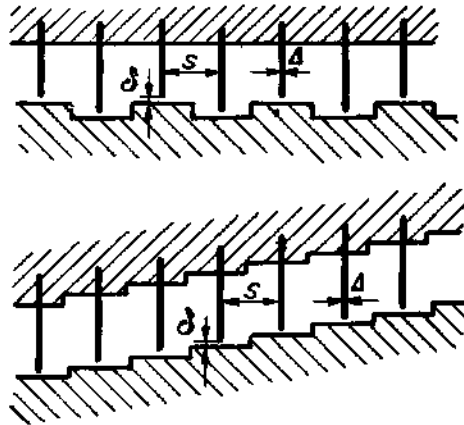


Fig. 33-III.—Laberintos en escalera.

o presión exterior, y es válida aunque en la última ranura sea  $p_{n+1}/p_n$  mayor que el salto crítico; caso el más frecuente en la práctica.

Con esta expresión están trazadas las curvas de la figura 32-III, obteniéndose inmediatamente el gasto con la fórmula:

$$G = a \sigma \sqrt{g \frac{p_1}{v_1} \varphi_n \left( \frac{p_{n+1}}{p_n} \right)}. \quad [71\text{-III}]$$

Con la misma figura se determina la distribución de presiones a lo largo del laberinto. Vienen dadas por la intersección de la línea horizontal del valor de  $\varphi_n$  calculado, con las diversas curvas de valores de  $n$ .

### Corrección de los resultados anteriores

Los cálculos y datos que acaban de incluirse se refieren al caso de un laberinto ideal, en el que la energía cinética queda por completo amortiguada en cada ensanchamiento. Esta condición se cum-

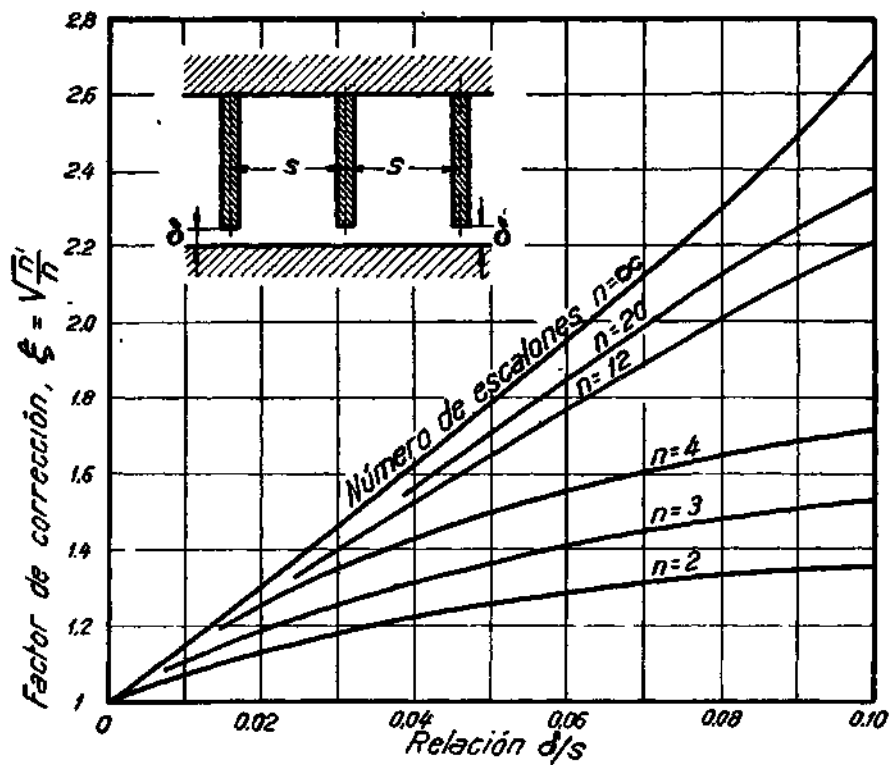


Fig. 34-III.— Factor de corrección  $\xi = \sqrt{\frac{n'}{n}}$  para laberintos de tipo recto. (Ref. 9.)

ple muy aproximadamente en los laberintos de «escalera» (figura 33-III), siendo para ellos válidos todos los cálculos insertados. En la práctica estos cierres de laberinto son caros y difíciles de construir, utilizándose con más frecuencia en las turbinas de gas los del tipo recto, tales como el de la figura 29-III. En este caso, y al no amortiguarse por completo la energía cinética, hay que introducir un factor de corrección. El gas no recupera la temperatura

inicial, disminuyendo progresivamente la temperatura de escalón en escalón y necesitándose un mayor número de ellos para que resulten las mismas pérdidas de gas que en un laberinto de escalera.

Para la obtención de este gasto se introduce un factor  $\xi$ , mayor que la unidad, en la fórmula [71-III]:

$$G = a \sigma \xi \sqrt{g \frac{p_1}{v_1}} \varphi_n \left( \frac{p_{n+1}}{p_n} \right), \quad [72-III]$$

siendo:

$$\xi = \sqrt{\frac{n'}{n}} \quad [73-III]$$

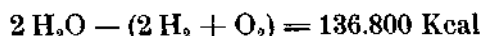
y  $n'$  es el número de escalones de un laberinto tipo recto que equivaldría a otro ideal. El valor de  $\xi$  viene dado en la figura 34-III, obtenida mediante experiencias, efectuándose todos los demás cálculos en la forma indicada.

#### MOVIMIENTO DE UN GAS EN UNA TOBERA EN LA QUE SE VERIFICA UN PROCESO DE COMBUSTIÓN

##### Calores de combustión

Cuando se verifica la combustión completa de un combustible cualquiera se realiza una reacción química que modifica la composición de los cuerpos que intervienen en la transformación. Asimismo, la energía interna de los cuerpos cambia. Si las temperaturas inicial y final son las mismas y el proceso se realiza a volumen constante, la diferencia entre las energías internas, antes y después de la transformación, mide el «calor de combustión a volumen constante» de la reacción. Si el proceso se verifica a presión constante es la diferencia de entalpías la que mide el «calor de combustión a presión constante» de la reacción.

Las energías internas o entalpías hay que referirlas a un mismo estado inicial, físico y químico, es decir, que si, por ejemplo, tenemos la reacción de combustión a presión constante:



puede tomarse un estado arbitrario de referencia de temperatura y presión  $T_0$  y  $p_0$ , en el que pueden atribuirse valores nulos o cualesquiera a las entalpías del oxígeno y del hidrógeno. Las entalpías iniciales de la transformación de estos dos elementos vendrán dadas por los correspondientes cambios de entalpía entre el estado inicial  $T_1$  y  $p_1$  y el estado arbitrario  $T_0$  y  $p_0$  que se tomó de referencia. Análogamente, la entalpía del vapor de agua formado hay que referirla al estado de origen, en el que sus componentes estaban separados y en las condiciones  $T_0, p_0$ .

Como ya hemos indicado, las energías internas o entalpías son la suma de las de cada uno de los constituyentes. Si éstos no forman fases separadas, sino que están mezclados íntimamente, la suma de estas energías coincide casi exactamente con la suma de ellas cuando los cuerpos están dispuestos separadamente en fases bien definidas.

El calor de combustión a presión constante depende en cierto grado de cómo se verifique la operación. Suelen tomarse unas condiciones tipo correspondientes a la presión constante de 1 Kg/cm<sup>2</sup> y temperatura normal de laboratorio (20°). En todo caso, la influencia de la temperatura es notablemente escasa.

Como este calor de combustión a presión constante no resulta fácil de medir, se determina el calor de combustión a volumen constante haciendo arder en una bomba calorimétrica, herméticamente cerrada, una cantidad determinada del combustible mezclado con oxígeno seco. Se mide el calor transmitido por la bomba a un calorímetro o baño refrigerante, en el que se la sumerge, mientras se verifica la combustión completa, en la que se parte de las condiciones iniciales dadas (1 Kg/cm<sup>2</sup> y 20 °C) y se llevan los compuestos resultantes a la temperatura inicial. Para estas mismas condiciones iniciales y finales la diferencia entre los calores de combustión a presión y a volumen constante es pequeñísima, del orden del 1 ‰. Determinado en esta forma, y referido a la unidad de peso, se denomina usualmente al calor de combustión «poder calorífico del combustible».

Para un combustible que no tenga hidrógeno queda así definido su poder calorífico, pero no acontece lo mismo para otro que dé lugar a la formación de agua durante la combustión, ya que ésta podemos considerarla en estado líquido o en fase de vapor. Cuando se toma en la primera forma, que correspondería al caso de haberse efectuado el proceso de combustión en la bomba calo-



TABLA 2-III.—*Poderes caloríficos de algunos combustibles*

Combustible	Poder calorífico superior — Kcal/Kg	Poder calorífico inferior — Kcal/Kg
Alcohol absoluto.....	7.100	6.400
Benzol.....	10.000	9.590
Octano.....	11.500	10.650
Bencina (valor medio).....	11.000	10.200
Keroseno americano.....	11.163	—
Keroseno «Royal Daylight».....	11.167	10.340
«Russolene».....	10.907	10.500
Petróleo ruso de Bakú.....	11.270	—
Keroseno inglés de aviación.....	—	10.310

rimétrica en la forma descrita, se obtiene el denominado «poder calorífico superior», mientras que cuando se considera el agua en estado final de vapor, el calor desprendido corresponde al caso del «poder calorífico inferior». Este último se determina con los calorímetros Junker, que separan el agua producida en la combustión. La diferencia entre ambos se debe al calor de condensación del vapor de agua, siendo del orden del 6-8 por 100 para las gasolinas y kerosenos empleados en aviación.

### Calor utilizable y energía libre de un combustible

Consideremos el sistema indicado en la figura 35-III. Consiste en una tobera en la cual penetra por la sección 1 una corriente de aire y de combustible, que arde en una cámara y salen los productos gaseosos por la sección 2.

Imaginemos primeramente que la cámara de combustión está rodeada por un baño refrigerante a la temperatura ambiente. El calor máximo que puede transmitirse a este baño corresponderá al caso en que los gases salgan por la sección 2 con la temperatura ambiente, y que la entalpía de los gases quemados sea precisamente la entalpía mínima a la temperatura citada. Esta entalpía mí

mínima se produce para el estado más estable del sistema, correspondiendo al caso de combustión completa del combustible.

El valor de este calor cedido al exterior coincide con gran aproximación con el poder calorífico del combustible, determinado en la forma que hemos visto. La mayor fuente de error puede ser debida al hecho de que en la bomba calorimétrica el combustible se quema en una atmósfera de oxígeno, mientras que aquí se utiliza el aire ambiente, siendo diferente, por tanto, la composición de los gases quemados. No obstante, las diferencias son de muy poca consideración.

Supongamos ahora que a continuación de dicha cámara de combustión existe un mecanismo que absorba un trabajo exterior  $\mathfrak{A}$ .

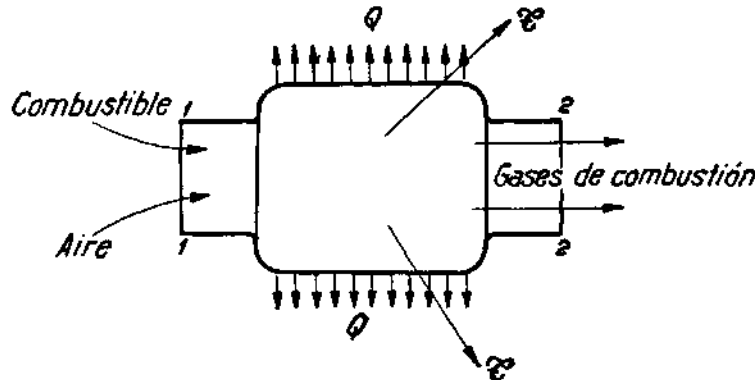


Fig. 35-III. Producción de calor o trabajo mediante la combustión continua de un combustible.

Este trabajo será máximo cuando el gas salga por la sección 2 a la presión y temperatura ambientes, pues si saliese con temperatura o presión superiores podría producirse una cantidad suplementaria de trabajo entre este estado y el correspondiente a dichas condiciones, que se tomaría como estado final. Según el teorema de la energía libre (1), el trabajo máximo que podría obtenerse en estas

(1) El teorema de la energía libre dice: «La máxima cantidad de trabajo útil que un sistema puede producir cuando cambia entre dos estados, en cada uno de los cuales su temperatura y presión están en equilibrio con el medio que le rodea, es igual al decrecimiento de la función  $\Psi = H - TS$ ». Se deduce de la expresión:

$$J dQ = d\mathfrak{A} - J dH$$

y de

$$dS \geq \frac{dQ}{T}.$$

condiciones vendrá dado por:

$$\mathfrak{A} \leq J (\Psi_1 - \Psi_2). \quad [74\text{-III}]$$

Siendo:

$$\Psi = H - TS \quad [75\text{-III}]$$

la energía libre del sistema.

Supuesta la transformación a la temperatura ambiente, tendremos:

$$\Psi_1 - \Psi_2 = H_1 - H_2 - T(S_1 - S_2). \quad [76\text{-III}]$$

En esta expresión el término  $T(S_1 - S_2)$ , en el que la diferen-

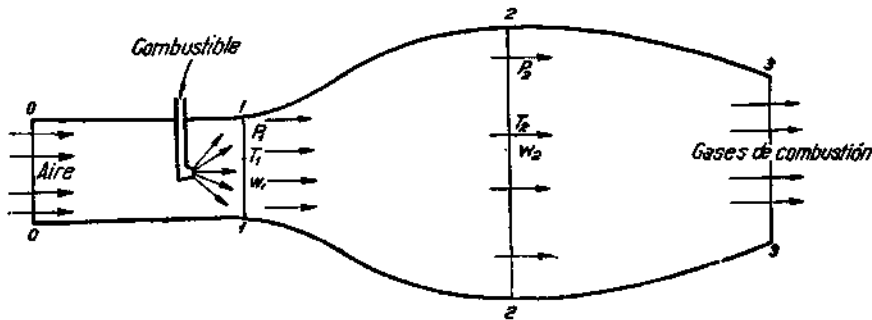


Fig. 36-III. —Tobera de combustión.

cia de entropías es la debida al cambio de estado, es muy pequeño en comparación con la diferencia de entalpías, que corresponden aproximadamente al poder calorífico del combustible. Por tanto, puede tomarse también como expresión aproximada del trabajo útil máximo el valor del poder calorífico del combustible, que en nuestro caso tomaremos siempre igual al poder calorífico inferior.

#### **Movimiento de un gas en una tobera en la que se verifica un proceso de combustión**

##### *Consideraciones previas*

Consideremos la tobera representada en la figura 36-III. En ella penetra por la sección 0 una corriente de aire, más adelante se añade un chorro de combustible pulverizado, y finalmente salen por

la sección 3 los productos gaseosos de la combustión. El sistema lo supondremos térmicamente aislado, en régimen estacionario, y admitiremos que es despreciable la viscosidad del gas.

Fijemos nuestra atención en las secciones 1 y 2. En la primera es en la que se inicia la combustión, y admitiremos que en ella el combustible se ha vaporizado, o bien se ha mezclado íntimamente

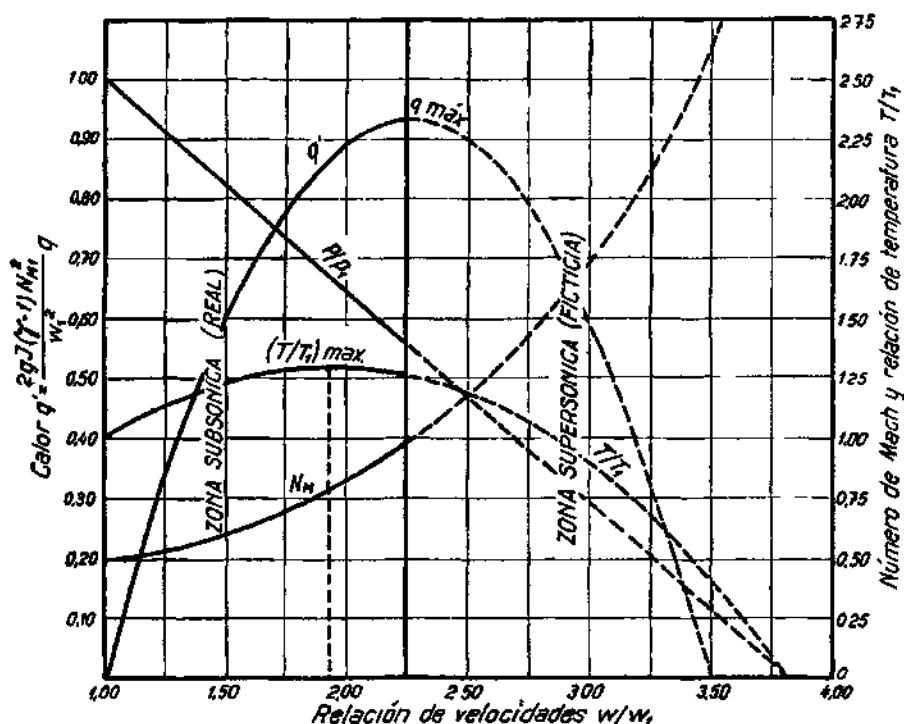


Fig. 37-III. —Curvas características en una tobera cilíndrica con proceso de combustión para velocidad inicial subsónica.

con el aire. La sección 2 corresponde al punto en que ha terminado por completo la combustión.

Entre las secciones 0 y 1 ó 2 y 3 el movimiento del gas obedece a leyes ya estudiadas, por lo cual no interesa considerar el problema nada más que entre dichas secciones 1 y 2.

A fin de facilitar los cálculos, supondremos que el estado químico del gas, antes y después de la combustión, corresponde al del aire. Ésto equivale a suponer que el calor de combustión, que real-

mente proviene de este cambio de estado químico, es suministrado desde una fuente exterior; es decir, que se admite que el proceso verdadero de la combustión puede sustituirse, para el planteamiento de las ecuaciones generales, por otra transformación en la que no se realiza ningún cambio de estado químico.

Esta hipótesis se justifica teniendo en cuenta que los gases de combustión, o bien la mezcla inicial aire/combustible, tienen una composición química casi análoga a la del aire, debido a los grandes valores de la relación aire/combustible que existirán en todos los procesos que consideraremos posteriormente. Por tanto, excepto para el calor desarrollado, la variación de propiedades del gas durante la combustión es pequeña, pudiendo tomarse los mismos valores para los calores específicos, constante  $R$  del gas y entalpías, teniendo bien entendido que las variaciones de estas últimas magnitudes entre las secciones 1 y 2 hay que considerarlas como debidas únicamente al cambio de temperatura, pero no al cambio de estado químico del gas.

Por último, tampoco tendremos en cuenta la variación de los calores específicos con la temperatura, suponiendo que el gas es perfecto o que se toma un valor medio de ellos entre las temperaturas inicial y final.

### Tobera cilíndrica

Vamos a considerar primeramente el caso de una tobera de sección constante.

De acuerdo con las hipótesis admitidas, las ecuaciones generales del impulso, continuidad y conservación de la energía entre las secciones 1 y 2, se expresarán del modo siguiente:

$$p_2 - p_1 + \frac{p_1}{g R T_1} w_1 (w_2 - w_1) = 0 \quad [77\text{-III}]$$

$$\frac{p_1 w_1}{T_1} = \frac{p_2 w_2}{T_2} \quad [78\text{-III}]$$

$$J \eta_c \frac{L}{1 + r} = J c_p (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} . \quad [79\text{-III}]$$

En esta última expresión,  $L$  es el poder calorífico inferior del combustible,  $r$  es la relación aire/combustible en peso y  $\eta_c$  es el

rendimiento de la combustión, ya que en la práctica nunca se aprovecha totalmente el calor que podría suministrar el combustible.

A fin de poder plantear estas ecuaciones entre la sección inicial 1 y otra cualquiera  $i$  comprendida entre aquella y la sección final 2, admitiremos que durante la transformación que se realiza entre dichas secciones se va desarrollando una cierta cantidad de calor por unidad de peso  $q$ . Para esta nueva variable no se fijan más condiciones sino que varía de un modo continuo entre las secciones 1 y 2, y que toma los valores extremos:

$$q_1 = 0 \quad q_2 = \gamma_c \frac{L}{1 + r} . \quad [80\text{-III}]$$

Designando las variables sin subíndice cuando están comprendidas entre las secciones 1 y 2, tendremos:

$$p - p_1 + \frac{p_1 w_1}{g R T_1} (w - w_1) = 0 \quad [81\text{-III}]$$

$$\frac{p w}{T} = \frac{p_1 w_1}{T_1} \quad [82\text{-III}]$$

$$J q = J c_p (T - T_1) + \frac{w^2 - w_1^2}{2 g} . \quad [83\text{-III}]$$

Expresando las temperaturas en función del número de Mach, mediante las fórmulas:

$$T = \frac{w^2}{g \gamma R N_M^2} \quad J c_p = \frac{R \gamma}{\gamma - 1}$$

se obtiene:

$$\frac{p}{p_1} = 1 - \gamma N_{M1}^2 \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right) \quad [84\text{-III}]$$

$$\frac{p N_M^2}{w} = \frac{p_1 N_{M1}^2}{w_1} \quad [85\text{-III}]$$

$$g J q = \frac{1}{\gamma - 1} \left( \frac{w^2}{N_M^2} - \frac{w_1^2}{N_{M1}^2} \right) + \frac{w^2 - w_1^2}{2} . \quad [86\text{-III}]$$

Si entre estas dos primeras ecuaciones se elimina la relación  $p/p_1$ , resulta:

$$N_M^2 = \frac{\frac{w}{w_1} N_{M1}^2}{1 - \gamma N_{M1}^2 \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right)}, \quad [87\text{-III}]$$

y sustituyendo esta expresión en la fórmula [86-III], se obtiene:

$$g J q = \frac{w_1^2}{(\gamma - 1) N_{M1}^2} \left[ -\frac{\gamma + 1}{2} N_{M1}^2 \frac{w^2}{w_1^2} + \right. \\ \left. + (1 + \gamma N_{M1}^2) \frac{w}{w_1} - \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right) \right].$$

En esta fórmula el término entre corchetes es una ecuación de segundo grado en  $w/w_1$ , que tiene una raíz para  $w/w_1 = 1$ . Expresándola como producto de dos factores, y con las fórmulas [87-III] y [84-III], podemos sustituir el sistema de ecuaciones [84-III], [85-III] y [86-III], por el sistema equivalente:

$$\frac{p}{p_1} = 1 - \gamma N_{M1}^2 \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right) \quad [88\text{-III}]$$

$$\frac{N_M^2}{N_{M1}^2} = \frac{\frac{w}{w_1}}{1 - \gamma N_{M1}^2 \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right)} \quad [89\text{-III}]$$

$$q = \frac{w_1^2}{2 g J (\gamma - 1) N_{M1}^2} \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right) \left[ -(\gamma + 1) N_{M1}^2 \frac{w}{w_1} + (\gamma - 1) N_{M1}^2 + 2 \right], \quad [90\text{-III}]$$

en el cual están expresados la presión, el número de Mach y el calor desarrollado, en función de las condiciones iniciales y de la relación  $w/w_1$ . Si se elimina la velocidad entre las dos últimas fórmulas, se obtiene una expresión que relaciona los números de Mach y el calor desarrollado:

$$\frac{\left( 1 + \frac{q}{c_p T_1} + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right) N_{M1}^2}{(1 + \gamma N_{M1}^2)^2} = \frac{\left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_M^2 \right) N_M^2}{(1 + \gamma N_M^2)^2}. \quad [91\text{-III}]$$

Finalmente, cuando interese considerar la variación de la temperatura en función de la velocidad, se determina inmediatamente con las fórmulas [82-III] y [88-III], resultando:

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p}{p_1} \frac{w}{w_1} = \left[ 1 - \gamma N_{M1}^2 \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right) \right] \frac{w}{w_1} . \quad [92-III]$$

### Condiciones iniciales subsónicas

Consideremos primeramente el caso  $N_{M1} < 1$ . En estas condiciones, la función  $q = f\left(\frac{w}{w_1}\right)$  es inicialmente creciente. Llega a un máximo cuando:

$$\frac{w}{w_1} = \frac{1 + \gamma N_{M1}^2}{(1 + \gamma) N_{M1}^2} \quad [93-III]$$

y luego decrece hasta anularse para:

$$\frac{w}{w_1} = \frac{2 + (\gamma - 1) N_{M1}^2}{(1 + \gamma) N_{M1}^2} . \quad [94-III]$$

La función  $N_M = f\left(\frac{w}{w_1}\right)$  crece uniformemente, tomando el valor  $N_M = 1$ , cuando la relación de velocidades viene dada por [93-III], o sea, con el valor que hacía máximo el calor desarrollado.

La presión decrece linealmente desde el valor inicial hasta llegar a ser nula cuando:

$$\frac{w}{w_1} = \frac{1 + \gamma N_{M1}^2}{\gamma N_{M1}^2} . \quad [95-III]$$

Por último, la temperatura aumenta cuando  $\frac{w}{w_1}$  crece. Llega a un máximo cuando:

$$\frac{w}{w_1} = \frac{1 + \gamma N_{M1}^2}{2 \gamma N_{M1}^2} \quad [96-III]$$



y se anula para el mismo valor que la presión. El valor máximo que puede alcanzarse para la temperatura, viene dado por:

$$\left(\frac{T}{T_1}\right)_{\max} = \frac{1 - \gamma^2 N_{M1}^4}{4 \gamma N_{M1}^2} . \quad [97\text{-III}]$$

Las curvas que acaban de analizarse están representadas en la figura 36-III.

En la práctica hay que considerar que el proceso se realiza a la inversa, es decir, que se comunica o se desarrolla calor en el fluido siendo la relación de velocidades  $w/w_1$  función de este calor producido.

Según esto, si el calor procediese de una fuente exterior, sería posible pasar de un modo continuo de un régimen subsónico a otro supersónico. Al principio, al ir añadiendo calor, el fluido se iría acelerando hasta alcanzar un número de Mach igual a la unidad, en cuyo caso el calor comunicado sería máximo. A partir de este punto, si se sustrajese calor, el fluido continuaría aumentando su velocidad hasta llegar al límite máximo e inaccesible en el que se anularía su presión y temperatura.

Ahora bien, en nuestro caso el proceso anteriormente descrito carece por completo de aplicación. Nos interesa considerar el caso en que el calor procede de un proceso de combustión, calor que habrá de desarrollarse en una cantidad determinada. En estas condiciones, o sea, para un valor dado de  $q$ , la ecuación  $w/w_1 = f(q)$  presenta dos soluciones matemáticamente posibles, pero la que corresponde a velocidad supersónica carece de sentido físico, ya que para llegar a ella tendría que haberse suministrado calor en proporción superior a la fijada, seguido de una sustracción, para nosotros imposible, de dicho calor.

Asimismo, en la ecuación [91-III], que proporciona dos valores, uno inferior y otro superior a la unidad, del número de Mach, la única solución compatible con la realidad es la correspondiente al valor subsónico. Obtenemos, pues, la siguiente conclusión de gran importancia:

«Mediante un proceso de combustión puede acelerarse un gas en una tobera cilíndrica hasta alcanzar un número de Mach igual a la unidad, pero nunca podrá llegarse a conseguir un régimen supersónico.»

La cantidad de calor necesaria para aumentar la velocidad del gas hasta su valor máximo ( $N_M = 1$ ), se obtendrá sustituyendo [93-III] en [90-III], resultando:

$$q_{\text{máx}} = \frac{w_1^2}{2gJ} \frac{(1 - N_{M1}^2)^2}{(\gamma^2 - 1) N_{M1}^4} = \frac{c_p T_1}{2} \frac{(1 - N_{M1}^2)}{(\gamma + 1) N_{M1}^2} . \quad [98\text{-III}]$$

Consideremos ahora el caso de que la combustión pueda desarrollar un calor superior a  $q_{\text{máx}}$ , o que se le comunique al gas una cantidad superior a este valor. Las ecuaciones  $w/w_1 = f(q)$  y  $N_M = f(N_{M1})$  no tienen solución real, pareciendo indicar que el fluido no puede tomar más calor.

Si se estudia la variación de la entropía durante el proceso se llega a la conclusión de que alcanza su valor máximo cuando el gas tiene una velocidad igual a la del sonido, indicando con ello que no son posibles nuevas adiciones de calor. Ahora bien, esto no quiere decir que no sea posible que continúe la combustión en dichas condiciones, o que no sea posible comunicar más calor al gas. Lo que acontece es que se produce el denominado «choque térmico», que hace cambiar bruscamente las condiciones iniciales, modificando su velocidad y presión hasta permitir que el gas absorba todo el calor desarrollado durante la transformación. Este fenómeno se manifiesta en el momento en que el calor producido es superior al citado valor máximo, variando las condiciones iniciales a medida que se continúa desarrollando la combustión o adición de calor, por lo cual el proceso deja de ser estacionario. Puede observarse en la fórmula [98-III] que con números de Mach iniciales suficientemente pequeños podría absorberse cualquier cantidad de calor.

En la figura 38-III está representado el calor necesario para acelerar el aire hasta la velocidad del sonido para diferentes valores de las condiciones iniciales. Este calor disminuye rápidamente cuando el número de Mach aumenta, por lo cual es fácil que se presente el choque térmico en cámaras de combustión en las que el gas penetre con gran velocidad. En las cámaras de combustión de los turborreactores se está muy lejos de dichas condiciones, ya que su número de Mach de entrada es del orden de 0,2. En cambio, podría presentarse este fenómeno en los dispositivos de combustión dispuestos en la tobera de salida de los turborreactores y en

algunos tipos de termorreactores. Más adelante veremos cómo se mejoran las condiciones de la combustión mediante la utilización de toberas divergentes.

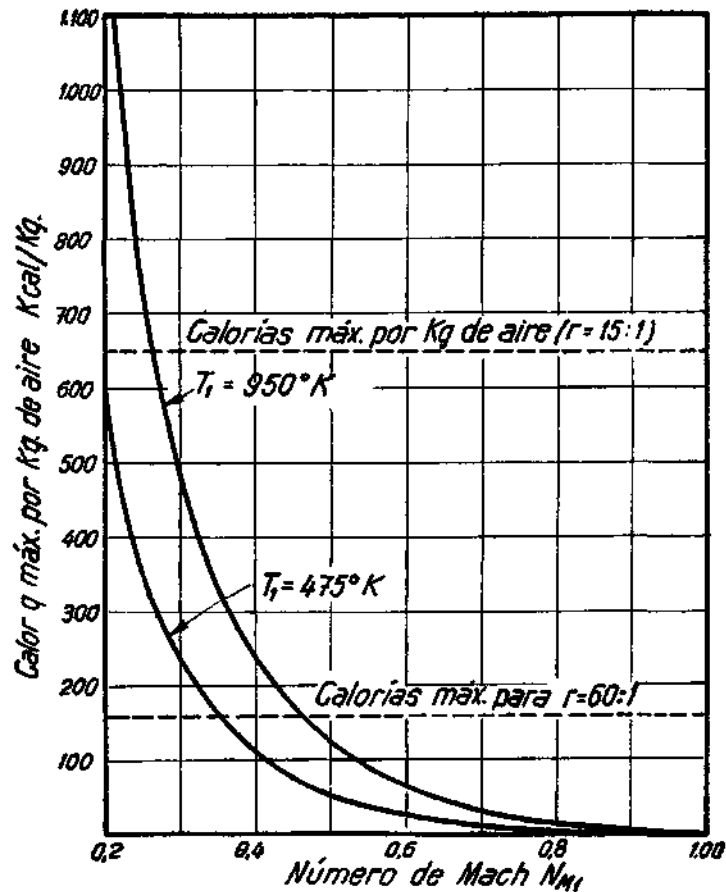


Fig. 38-III.—Calor necesario para acelerar un kilogramo de aire hasta la velocidad del sonido. ( $c_p \approx 0,280$ , poder calorífico inferior del keroseno  $\approx 10.000$  Kcal/Kg.)

### Condiciones iniciales supersónicas

Cuando el número de Mach inicial  $N_{M1}$  es superior a la unidad, con la fórmula [90-III] puede deducirse que al irse desarrollando calor la velocidad disminuye (fig. 39-III). Cuando se alcanza la velocidad del sonido se produce el máximo de calor, dado por

[98-III], y a partir de este punto habría que quitar calor al gas para que siguiese disminuyendo la velocidad, resultando, por tanto, ficticia la zona subsónica en un proceso de combustión que hubiera de realizarse mediante una transformación continua.

La presión aumenta linealmente a medida que el número de Mach disminuye. La temperatura también crece hasta llegar a un

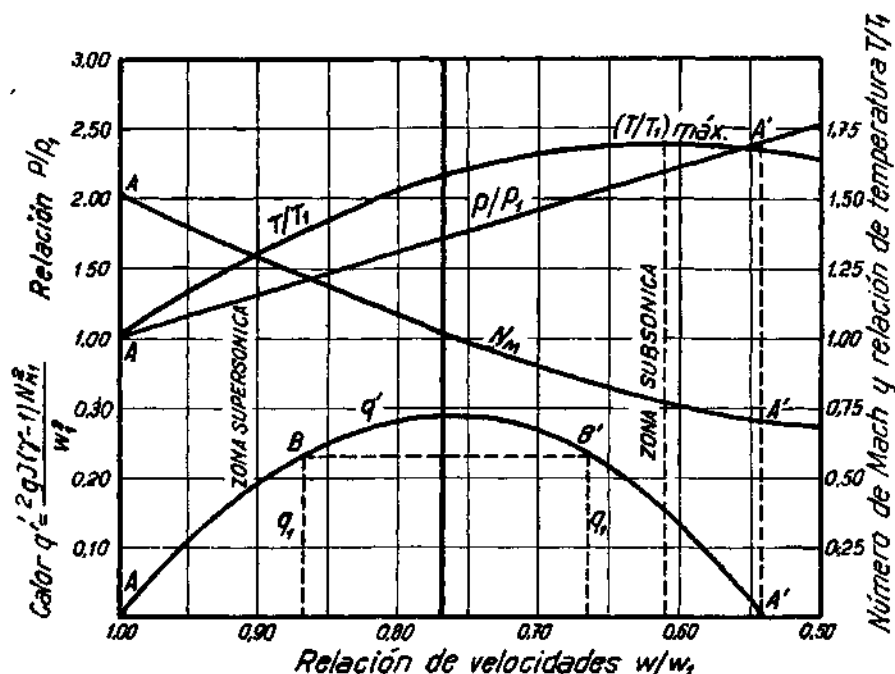


Fig. 39-III. Curvas características en una tobera cilíndrica con proceso de combustión para velocidad inicial supersónica.

máximo dado por [96-III], a partir del cual disminuye y llegaría a anularse cuando  $w/w_1$  fuese igual a cero.

Es posible acelerar un gas que tenga una velocidad inicial supersónica, pero no mediante un proceso de combustión, ya que hay que quitar calor al gas. Podría acelerarse, pero solamente hasta una velocidad dada por:

$$\frac{w}{w_1} = \frac{1 + \gamma N_{M1}^2}{\gamma N_{M1}^2},$$

pues por encima de este valor habría de ser nula la presión. Imposible.

niendo una cantidad fija al calor que ha de desarrollarse durante una combustión, la ecuación [90-III] proporciona dos valores, ambos inferiores a la unidad de  $w/w_1$ : uno supersónico y otro subsónico. Los dos son posibles puesto que aquí la solución discontinua tiene una significación real. Para  $q = 0$ , en el fluido podría producirse una onda de choque que cambiaría sus condiciones iniciales del estado A a las correspondientes al estado A' (fig. 39-III), pudiendo absorberse el calor fijado  $q_1$ , según el proceso AB o según el A'B'.

Si el calor desarrollado fuese superior a  $q_{\text{máx}}$  se produciría una onda de choque seguida de un choque térmico, que transformaría las condiciones subsónicas producidas por la onda de choque en otras capaces de que se pueda absorber por el gas el calor producido.

Obtenemos, pues, las siguientes conclusiones para condiciones iniciales supersónicas:

a) «Al comunicar calor al gas la velocidad disminuye, tendiendo a coincidir con la velocidad del sonido.»

b) «No puede pasarse de un modo continuo de régimen supersónico a subsónico mediante un proceso de combustión.»

c) «Es posible la realización del proceso anterior de una manera discontinua, mediante la formación de una onda de choque antes de iniciarse la combustión seguida de un aumento de la velocidad del gas, ya dentro de la zona subsónica.»

Como consecuencia final puede enunciarse que:

«Durante un proceso de combustión la velocidad del gas tiende siempre a la del sonido, cualesquiera que sean sus condiciones iniciales.»

### Observaciones

Cuando el número de Mach inicial es igual a la unidad, si se quita calor al gas éste podría aumentar o disminuir su velocidad, siendo posibles ambos procesos. Para comprobarlo basta tomar  $N_{M1} = 1$  en la fórmula [90-III], resultando:

$$q = \frac{w_1^2}{2gJ(\gamma - 1)} \left( \frac{w}{w_1} - 1 \right)^2. \quad [99-III]$$

Por otra parte, hemos visto que para velocidad inicial supersó-

nica puede haber dos procesos cuando se añade calor al gas: uno continuo y otro discontinuo. Al tener en cuenta las condiciones verdaderas de las transformaciones: rozamientos, viscosidad, fenómenos de transmisión del calor y manera de realizar la operación, la duplicidad desaparece, produciéndose siempre uno de los dos posibles procesos con preferencia al otro, pero no indiferentemente cualquiera de los dos.

### Combustión en una tobera de sección variable

Admitiendo las mismas hipótesis que en el proceso de combustión en una tobera cilíndrica, podemos plantear las siguientes ecuaciones diferenciales de la transformación:

Impulso:

$$\frac{w}{g} \frac{dw}{dv} + v \frac{dp}{dv} = 0. \quad [100\text{-III}]$$

Continuidad:

$$d \frac{v w}{v} = 0. \quad [101\text{-III}]$$

Energía:

$$J \, dq = J \, c_p \, dT + \frac{w}{g} \frac{dw}{dv}. \quad [102\text{-III}]$$

Las dos últimas expresiones pueden integrarse de un modo inmediato entre el estado inicial de sección  $\sigma_1$ , en el que comienza la combustión, y el estado final de sección  $\sigma_2$  en el que termina el proceso, resultando:

$$\frac{\sigma_2 w_2}{v_2} = \frac{\sigma_1 w_1}{v_1} \quad [103\text{-III}]$$

$$J \, q = J \, c_p (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}. \quad [104\text{-III}]$$

Despejando el volumen específico en [103-III], sustituyendo en [100-III] e integrando, se obtiene:

$$\frac{w_2 - w_1}{g} + \frac{v_1}{\sigma_1 w_1} \int_1^2 v \, dp = 0. \quad [105\text{-III}]$$

Podemos poner:

$$\sigma_m = \frac{1}{p_2 - p_1} \int_1^2 \sigma \, dp, \quad [106-III]$$

en la que la sección media  $\sigma_m$  será función de la distribución de presiones entre 1 y 2 y de la forma de la tobera. Admitiendo que la sección de ésta varía monótonamente, aumentando o disminuyendo desde el valor inicial al final, y que lo mismo acontece para la presión, tendremos:

$$\sigma_1 < \sigma_m < \sigma_2 \quad (\text{si } \sigma_2 > \sigma_1)$$

$$\sigma_1 > \sigma_m > \sigma_2 \quad (\text{si } \sigma_2 < \sigma_1).$$

Con esto, resulta para la ecuación [105-III]:

$$\frac{w_2 - w_1}{g} + \frac{v_1 p_1}{\sigma_1 w_1} \sigma_m \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = 0. \quad [107-III]$$

Con esta ecuación y las [103-III] y [104-III] efectuaremos una transformación análoga a la que se hizo con el sistema [81-III], [82-III] y [83-III], expresando previamente el volumen específico en función de la presión y temperatura y eliminando esta última variable mediante la introducción del número de Mach. Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 - \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \left( \frac{w_2}{w_1} - 1 \right) \quad [108-III]$$

$$N_{M2}^2 = N_{M1}^2 \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \frac{w_2}{w_1}}{1 - \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \left( \frac{w_2}{w_1} - 1 \right)} \quad [109-III]$$

$$q = \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} w_1^2}{g J (\gamma - 1) N_{M1}^2} \left[ \left( 1 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \right) \frac{w_2}{w_1} - \left( \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} - \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \frac{w_2^2}{w_1^2} - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_{M1}^2 \right) \right] \quad [110-III]$$

Resultando un sistema análogo al formado por las ecuaciones [88-III], [89-III] y [90-III] correspondiente al caso de tobera cilíndrica. Ambos sistemas coinciden cuando  $\sigma_1 = \sigma_m = \sigma_2$ .

Para las temperaturas se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{p_2}{p_1} \frac{w_2}{w_1} = \left[ 1 - \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \left( \frac{w_2}{w_1} - 1 \right) \right] \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{w_2}{w_1} . \quad [111-III]$$

### Condiciones iniciales subsónicas

Para este caso, único que se presentará en la práctica, vamos a comprobar que tendrá una ventaja especial la utilización de una tobera divergente, en forma análoga a la de un difusor.

El estudio vamos a efectuarlo tomando como parámetro de valor constante la relación  $\sigma_1/\sigma_2$ . Esto significará que solamente interesará considerar los estados inicial y final, variando este último de acuerdo con la cantidad de calor desarrollado durante la combustión. La sección media  $\sigma_m$  la tomaremos constante en algunos casos, aunque en realidad depende de las condiciones finales puesto que la distribución de presiones es función de ellas. No obstante, los resultados que se obtengan serán perfectamente válidos desde un punto de vista cualitativo, ya que  $\sigma_m$  es un parámetro acotado entre otros dos. Además, en la forma en que se efectuarán los cálculos podrá admitirse que también serán ciertas las conclusiones generales que se obtengan, aun en su aspecto cuantitativo.

La función  $q = f(w_2/w_1)$  presenta la misma forma general que la correspondiente al caso de tobera cilíndrica. Es una curva de segundo grado que tiene un máximo, dado por:

$$\left( \frac{w_2}{w_1} \right)_{q\text{máx}} = \frac{1 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m}}{2 \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} - (\gamma - 1) N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} . \quad [112-III]$$

Ahora bien, a diferencia de lo que acontecía en el caso de tobera de sección constante, para este valor de  $w_2/w_1$  no se alcanza la velocidad del sonido.



El valor de  $w_2/w_1$ , que hace el número de Mach igual a la unidad, se deduce de [109-III], resultando:

$$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)_{N_M=1} = \frac{1 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m}}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} N_{M1}^2 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m}}. \quad [113-III]$$

Expresando el denominador de la fórmula [112-III] en la forma:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} N_{M1}^2 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} + \gamma N_{M1}^2 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_m} - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)$$

se comprueba inmediatamente que si la tobera es divergente  $\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_m} > \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)$ , se alcanza antes el máximo del calor desarrollado que el número de Mach unidad. Por tanto, se obtiene la siguiente conclusión:

«En una tobera divergente y mediante un proceso de combustión que se inicie con velocidad subsónica, no podrá alcanzarse nunca la velocidad del sonido.»

Como es natural, el proceso es a la inversa en una tobera convergente.

Para  $w_2/w_1 = 1$ , se obtiene:

$$(q)_{w_2/w_1=1} = \frac{\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1\right) w_1^2}{g J (\gamma - 1) N_{M1}^2} = (\gamma - 1) c_p T_1 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1\right). \quad [114-III]$$

Como vemos, si la tobera es divergente se obtiene un valor positivo y, por tanto, real, del calor desarrollado. Esto significa que en una tobera divergente puede realizarse un proceso de combustión acelerando o decelerando el gas, según que su relación de secciones  $\sigma_2/\sigma_1$  sea menor o mayor que el deducido de la fórmula [114-III] en función del calor desarrollado. Para  $w_2/w_1 = 1$ , la fórmula [108-III] indica que la combustión se realiza a presión constante.

Puede comprobarse fácilmente que este calor dado por [114-III]

es inferior a  $q_{\text{máx}}$  en una tobera divergente, o bien que la relación de velocidades obtenida en [112-III] es superior a la unidad.

En la figura 40-III están representados en función del calor de combustión los valores de la relación  $\sigma_2/\sigma_1$  necesarios para que la combustión se verifique a presión constante, habiéndose tomado

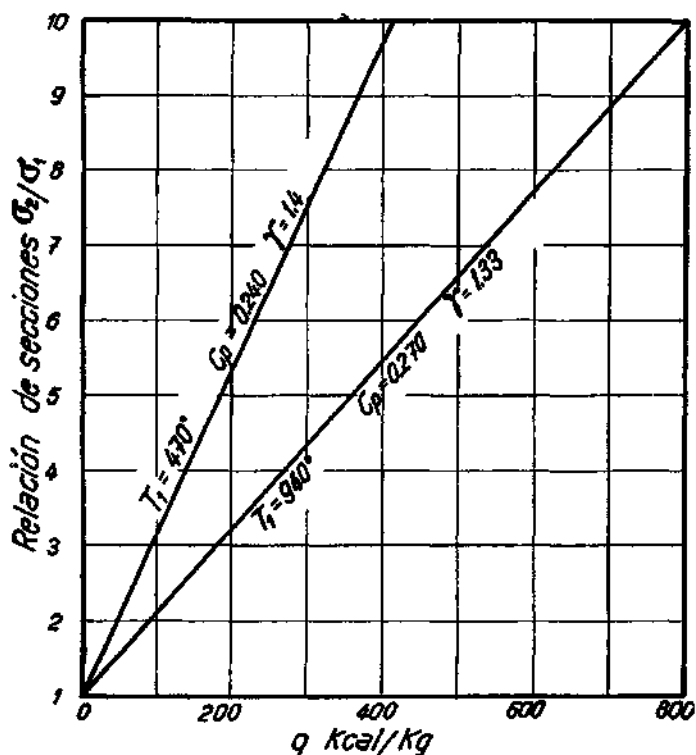


Fig. 40-III.—Relación de secciones en una tobera divergente para realizar una combustión a presión constante en función del calor desarrollado y para diferentes condiciones iniciales.

dos valores para la temperatura inicial: uno del orden de los existentes en la entrada de las cámaras de combustión de los turbo-reactores, y otro correspondiente a la temperatura de los gases a su salida de la turbina.

Esta es una de las grandes ventajas de las toberas divergentes, que permitiendo realizar la combustión a presión constante hacen que se invierta todo el calor de combustión en aumento de la tem-

peratura del gas, objeto generalmente buscado en las cámaras de combustión.

La otra ventaja, también de la mayor importancia, que presentan las toberas divergentes es que con ellas puede comunicarse al gas una mayor cantidad de calor que en una tobera de sección constante. Para comprobar esta cuestión compararemos los valores que se obtienen para  $q_{\max}$  en ambos casos. Sustituyendo el valor de  $w_3/w_1$  dado por [112-III] en la fórmula [110-III], se obtiene:

$$q_{\max} = \frac{w_1^2}{gJ(\gamma-1)N_{M1}^2} \left[ \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left( 1 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \right)^2}{2 \left[ 2\gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} - (\gamma-1) N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right]} - \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} N_{M1}^2 \right) \right]. \quad [115-III]$$

Bastando comparar el término:

$$\phi_d = \frac{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left( 1 + \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \right)^2}{2 \gamma N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} - (\gamma-1) N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \quad [116-III]$$

con el correspondiente al caso de tobera de sección constante:

$$\phi_c = \frac{(1 + \gamma N_{M1}^2)^2}{(1 + \gamma) N_{M1}^2}. \quad [117-III]$$

Para efectuar esta comparación hemos de considerar que en la expresión de  $\phi_d$  interviene un parámetro  $\sigma_1/\sigma_m$ , cuyo valor se desconoce, sabiendo únicamente que ha de estar comprendido entre  $\sigma_1/\sigma_2$  y la unidad. Esta cuestión se resolverá tomando en cada caso el valor de  $\sigma_1/\sigma_m$  que haga mínima la función  $\phi_d$ , con lo cual quedará probada la cuestión de un modo riguroso, independientemente del valor verdadero que pudiera tener dicho parámetro.

La función  $\phi_d(\sigma_1/\sigma_m)$  presenta un mínimo dado por:

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_m} \right)_{\phi_{d\min}} = \frac{1}{\gamma N_{M1}^2} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\sigma_1}{\sigma_2}. \quad [118-III]$$

Como ha de verificarse siempre que:

$$\sigma_1/\sigma_2 < \sigma_1/\sigma_m < 1,$$

solamente tendrá este mínimo un significado real cuando se cumplan dichas condiciones. Es fácil comprobar que la primera condición se cumple para todo valor, inferior a la unidad, del número de Mach inicial. En cambio, para que sea  $\sigma_1/\sigma_m < 1$ , habrá de verificarse:

$$N_{M1}^2 > \frac{1}{\gamma - (\gamma - 1) \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}. \quad [119-III]$$

Si no se verifica esta última condición, el mínimo se presentará fuera del intervalo de variación posible de  $\sigma_1/\sigma_m$ , siendo la función decreciente en dicho intervalo, ya que toma un valor infinitamente grande para:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_m} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

y es su derivada negativa entre este valor y el correspondiente al mínimo. Por tanto, en el mencionado intervalo el valor mínimo de  $\phi_d$ , como caso más desfavorable, se obtendrá tomando  $\sigma_1/\sigma_m = 1$ . En estas condiciones tenemos:

$$\phi_d = \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} (1 + \gamma N_{M1}^2)^2}{2\gamma N_{M1}^2 - (\gamma - 1) N_{M1}^2 \frac{\sigma_1}{\sigma_2}} = \frac{1}{2\gamma \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - (\gamma - 1) \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2} \frac{(1 + \gamma N_{M1}^2)^2}{N_{M1}^2}.$$

Como para cualquier valor de  $\sigma_1/\sigma_2$ , menor que la unidad, se verifica:

$$2\gamma \frac{\sigma_1}{\sigma_2} - (\gamma - 1) \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 < 1 + \gamma,$$

resulta:

$$\phi_d > \phi_c$$

como quería demostrarse.

Por el contrario, si el número de Mach inicial y la relación  $\sigma_1/\sigma_2$  verifican la condición [119-III], efectuaremos la comparación tomando el valor mínimo de  $\phi_d$ , que se obtiene substituyendo [118-III] en [116-III], resultando:

$$\phi_{d\min} = 2 \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - (\gamma - 1) N_{M1}^2. \quad [120-III]$$

Es fácil comprobar que se verifica:

$$2 \frac{\sigma_2}{\sigma_1} - (\gamma - 1) N_{M1}^2 > \frac{(1 + \gamma N_{M1}^2)^2}{(1 + \gamma) N_{M1}^2}$$

para toda pareja de valores de  $N_{M1}$  y  $\sigma_1/\sigma_2$  que satisfagan la rela-

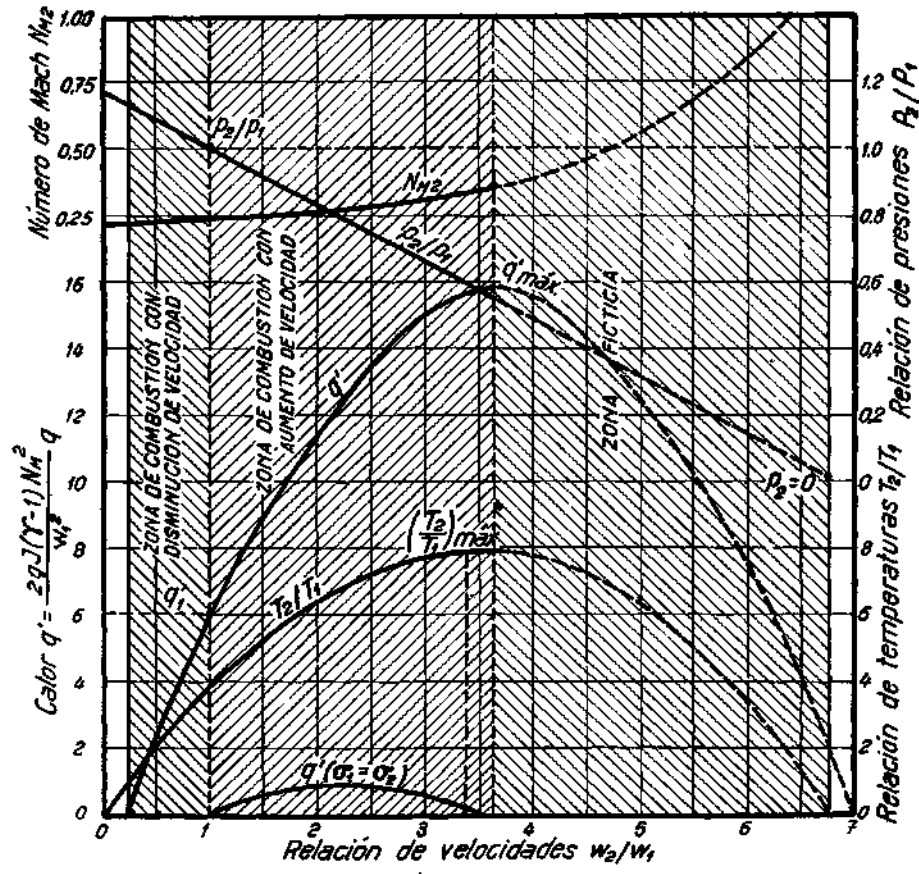


Fig. 41-III. Curvas representativas del estado final en un proceso de combustión en una tobera

divergente ( $N_{M1} = 0,5$ ,  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 0,25$ ,  $\frac{\sigma_1}{\sigma_m} = 0,50$ ).

ción [119-III]. En el caso límite  $\sigma_1/\sigma_2 = 1$ ,  $N_{M1} = 1$  coinciden ambos valores, como ya podía esperarse.

Una vez hechas estas consideraciones previas podemos analizar en conjunto el proceso de combustión en una tobera divergente.

En la figura 41-III están representadas las curvas correspondientes al estado final del proceso, expresadas las variables en función de la relación de velocidades  $w_2/w_1$ . Estas curvas no deben considerarse más que como una aproximación del proceso verdadero, ya que se han tomado para su cálculo valores constantes del parámetro  $\sigma_1/\sigma_m$  para diferentes condiciones finales.

En dichos gráficos puede apreciarse que cuando el calor de combustión sea inferior al valor  $q_1$ , correspondiente al caso de velocidades y presiones constantes, la combustión se realizará con disminución de la velocidad y aumento de la presión del gas, mientras que sucederá el caso contrario si el calor desarrollado es superior a dicho valor. Análogamente a lo que acontecía en una tobera de sección constante, todos los valores de  $w_1/w_2$  superiores al que corresponde a  $q_{m\max}$ , pertenecen a una zona que no tiene significado físico real, pues para alcanzarla tendría que haberse desarrollado un calor superior al máximo.

Cuando el calor es igual a  $q_1$  se invierte totalmente en aumentar la entalpía del gas. La presión y velocidad permanecen constantes mientras que la temperatura alcanza en nuestro caso un valor cuatro veces superior al inicial, dando esto origen a una disminución del número de Mach, que desde el valor inicial de 0,5 ha pasado a valer 0,25 solamente.

En la misma figura está dibujada la curva de calores que correspondería a una tobera de sección constante con iguales condiciones iniciales. Puede observarse cómo el calor que puede absorberse en la tobera divergente es del orden de quince veces mayor que el obtenido en la tobera cilíndrica.

Como vemos, en todo caso la tobera divergente es mucho más conveniente que una tobera de sección constante, razón por la cual se utiliza en las cámaras de combustión de los turborreactores, que tienen esta forma en su parte anterior, y en los dispositivos de combustión detrás de la turbina. La forma y disposición más conveniente de estas toberas dependen de las condiciones particulares de cada caso, interviniendo esencialmente en su estudio los métodos experimentales. En los capítulos en que se traten las cámaras de combustión y sistemas de recalentamiento volverá a insistirse sobre estas cuestiones.

Las toberas convergentes tienen un funcionamiento de características opuestas al de las divergentes. El gas se acelera rápida-

mente en ellas no absorbiéndose apenas calor, con lo cual se obtienen efectos contrarios a los que normalmente se buscan en las cámaras de combustión.

### **Condiciones iniciales supersónicas**

El caso correspondiente a condiciones iniciales supersónicas no presenta interés para nosotros, pues en todos los procesos de combustión que hemos de considerar la velocidad inicial será subsónica, con una posible formación de onda de choque antes de la cámara de combustión si la velocidad exterior a ella fuese supersónica (estatorreactores, por ejemplo). En todo caso, puede estudiarse sin dificultad el problema en forma análoga a como se ha hecho en el caso subsónico. Las principales conclusiones que se obtienen son las siguientes:

«Si se utiliza una tobera convergente el gas disminuye rápidamente de velocidad, alcanzándose prontamente el estado sónico y no absorbiendo el fluido apenas calor.»

«Con una tobera divergente no puede alcanzarse nunca la velocidad del sonido, ya que en ella se produce antes el máximo de calor desarrollado. La combustión se efectúa normalmente con una disminución de la velocidad, aunque en ciertas condiciones podría llegarse a una aceleración del mismo.»

TABLA 3-III.—*Temperaturas y presiones de remanso en función del número de Mach.*

$N_M$	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{T}{T_0}$	$N_M$	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{T}{T_0}$
0,00	1,0000	1,0000	2,10	0,1094	0,5313
0,10	0,9930	0,9980	2,20	0,0935	0,5081
0,20	0,9725	0,9921	2,30	0,0800	0,4859
0,30	0,9395	0,9823	2,40	0,0684	0,4647
0,40	0,8956	0,9690	2,50	0,0585	0,4444
0,50	0,8430	0,9524	2,60	0,0501	0,4252
0,60	0,7840	0,9328	2,70	0,0430	0,4068
0,70	0,7209	0,9107	2,80	0,0368	0,3894
0,80	0,6560	0,8865	2,90	0,0317	0,3729
0,90	0,5913	0,8606	3,00	0,0272	0,3571
1,00	0,5283	0,8333	3,10	0,0234	0,3422
1,10	0,4684	0,8052	3,20	0,0202	0,3281
1,20	0,4124	0,7764	3,30	0,0175	0,3147
1,30	0,3609	0,7474	3,40	0,0151	0,3019
1,40	0,3142	0,7184	3,50	0,0131	0,2899
1,50	0,2724	0,6897	3,60	0,0114	0,2784
1,60	0,2353	0,6614	3,70	0,0099	0,2675
1,70	0,2026	0,6337	3,80	0,0086	0,2572
1,80	0,1740	0,6068	3,90	0,0075	0,2474
1,90	0,1492	0,5807	4,00	0,0066	0,2381
2,00	0,1278	0,5556			



TABLA 4-III.—*Números de Mach y presiones en el choque normal*

$N_{M1}$	$N_{M2}$	$\frac{P_2}{P_1}$	$\frac{P_{02}}{P_{01}}$	$N_{M1}$	$N_{M2}$	$\frac{P_2}{P_1}$	$\frac{P_{02}}{P_{01}}$
1,00	1,0000	1,000	1,0000	2,55	0,5083	7,420	0,4793
1,05	0,9531	1,120	0,9998	2,60	0,5039	7,720	0,4601
1,10	0,9118	1,245	0,9989	2,65	0,4996	8,026	0,4416
1,15	0,8750	1,376	0,9967	2,70	0,4956	8,338	0,4236
1,20	0,8422	1,514	0,9928	2,75	0,4918	8,656	0,4062
1,25	0,8126	1,656	0,9871	2,80	0,4882	8,980	0,3895
1,30	0,7860	1,805	0,9794	2,85	0,4847	9,310	0,3733
1,35	0,7618	1,960	0,9697	2,90	0,4814	9,645	0,3577
1,40	0,7397	2,120	0,9582	2,95	0,4782	9,986	0,3428
1,45	0,7196	2,286	0,9448	3,00	0,4752	10,33	0,3283
1,50	0,7011	2,458	0,9298	3,05	0,4723	10,69	0,3145
1,55	0,6841	2,636	0,9132	3,10	0,4695	11,05	0,3012
1,60	0,6648	2,820	0,8952	3,15	0,4669	11,41	0,2885
1,65	0,6540	3,010	0,8760	3,20	0,4643	11,78	0,2762
1,70	0,6405	3,205	0,8557	3,25	0,4619	12,16	0,2645
1,75	0,6281	3,406	0,8346	3,30	0,4596	12,54	0,2533
1,80	0,6165	3,613	0,8127	3,35	0,4573	12,93	0,2425
1,85	0,6057	3,826	0,7902	3,40	0,4552	13,32	0,2322
1,90	0,5956	4,045	0,7674	3,45	0,4531	13,72	0,2224
1,95	0,5862	4,270	0,7442	3,50	0,4512	14,13	0,2129
2,00	0,5773	4,500	0,7209	3,55	0,4492	14,54	0,2039
2,05	0,5691	4,736	0,6975	3,60	0,4474	14,95	0,1953
2,10	0,5613	4,978	0,6742	3,65	0,4456	15,38	0,1871
2,15	0,5540	5,226	0,6511	3,70	0,4439	15,81	0,1792
2,20	0,5471	5,480	0,6281	3,75	0,4423	16,24	0,1717
2,25	0,5406	5,740	0,6055	3,80	0,4407	16,68	0,1645
2,30	0,5344	6,005	0,5833	3,85	0,4392	17,13	0,1576
2,35	0,5286	6,276	0,5615	3,90	0,4377	17,58	0,1510
2,40	0,5231	6,554	0,5401	3,95	0,4363	18,04	0,1448
2,45	0,5179	6,836	0,5193	4,00	0,4350	18,50	0,1388
2,50	0,5130	7,125	0,4990				

# REFERENCIAS

1. ROBERT SAUPE: *Introduction to Theoretical Gas Dynamics*. J. W. Edwards, Ann Arbor, Michigan, 1947.
2. ANTONIO FERRI: *Elements of Aerodynamics of Supersonic Flows*. Mc Millan Company, New York, 1949.
3. EDWARD R. C. MILES: *Supersonic Aerodynamics* Mc. Graw-Hill Book, New York, 1950.
4. A. W. MORLEY: *The Efficiency of Compression in a Single Adiabatic Shock* «Aircraft Engineering», octubre 1949.
5. G. MILLÁN BARBANY: *Introducción a la Aerodinámica moderna* Conferencias pronunciadas en la Facultad de Ciencias de Madrid, 1949 y 1950.
6. D. G. SHEPHERD: *An Introduction to the Gas Turbine*. Constable & Company, London, 1949.
7. G. N. PATTERSONS: *Modern Diffuser Design* «Aircraft Engineering», septiembre 1938.
8. G. N. PATTERSONS: *Note on the Design of Corners in Duct Systems* «Aeronautical Research Committee. Report and Memoranda», núm. 1.773, London, 1936.
9. ADOLF EGLI: *The Leakage of Steam Through Labyrinth Seals* «Transactions of the American Society of Mech. Eng.», vol. 57, núm. 3.
10. ECK KEARTON: *Undichtigkeitsverluste in Labyrinthdichtungen* Del libro «Turbo-Geblase und Kompressoren». Berlín, 1929.
11. J. H. KEENAN: *Thermodynamics* John Wiley and Sons, New York, 1946.
12. ROBINSON and DICKSON: *Applied Thermodynamics*. Sir Isaac Pitman, London, 1945.
13. E. T. VINCENT: *The Theory and Design of Gas Turbines and Jet Engines* Mc Graw-Hill Book, New York, 1950.
14. MAURICE ROY: *Thermodynamique des Systemes Propulsifs a Réaction et de la Turbine a Gas* Dunod, París, 1947.

## CAPITULO IV

### ESTUDIO DEL FUNCIONAMIENTO MOTOR DE LOS TURBORREACTORES

#### NOTACIÓN DEL CAPÍTULO

$T_i$  = temperatura absoluta correspondiente al punto  $i$  del ciclo real.

$T_i'$  = temperatura absoluta correspondiente al punto  $i'$  del ciclo teórico.

$T_i''$  = temperatura absoluta de un punto  $i''$  de igual presión que el  $i$  o  $i'$ .

$p_i, p_i'$  y  $p_i''$  = ídem ídem para las presiones.

$\theta_i, \theta_i'$  y  $\theta_i''$  = ídem ídem para las temperaturas relativas en °C.

$w_i, w_i'$  y  $w_i''$  = ídem ídem para las velocidades de circulación de los gases dentro del motor.

$V$  = velocidad de vuelo.

$w_a$  = velocidad de aspiración del compresor.

$w$  = velocidad de salida de los gases de escape.

$L$  = poder calorífico inferior del combustible, en Kcal/Kg.

$r$  = relación aire/combustible en peso.

$\Delta T_d$  = incremento de temperatura en la tobera de entrada.

$\Delta T_c$  = incremento teórico de temperatura en el compresor.

$\Delta T_{cr}$  = incremento real de temperatura en el compresor.

$\Delta T_q$  = incremento de temperatura durante la combustión.

$m$  = relación de compresión.

$m_0$  = relación de compresión nominal.

$a$  = altura de vuelo (en metros).

$T_a$  = temperatura exterior, correspondiente a la altura  $a$ .

$p_a$  = presión exterior, correspondiente a la altura  $a$ .

$\eta_t$  = rendimiento del ciclo teórico.

$c$  = subíndice o exponente que denotará compresión.

- $q$  = subíndice o exponente que denotará combustión.  
 $e$  = subíndice o exponente que denotará expansión.  
 $s$  = subíndice o exponente que denotará la fase de enfriamiento de los gases fuera del turborreactor.  
 $\eta_1$  = rendimiento adiabático de la toma dinámica.  
 $\eta_2$  = rendimiento adiabático del compresor.  
 $\eta_3$  = rendimiento adiabático de la turbina.  
 $\eta_4$  = rendimiento adiabático de la tobera de salida.  
 $\eta_c$  = rendimiento adiabático de la compresión.  
 $\eta_q$  = rendimiento de la combustión.  
 $\eta_e$  = rendimiento adiabático de la expansión.  
 $\lambda$  = relación entre el incremento de temperatura en la toma dinámica y el incremento teórico de temperatura en el compresor.  
 $\nu$  = relación entre la temperatura ambiente y el incremento teórico de temperatura en el compresor.  
 $\mu$  = relación entre los saltos teóricos de temperatura en la tobera de salida y en la turbina.  
 $\eta_r$  = rendimiento del ciclo real, o rendimiento termodinámico del motor.  
 $\eta_k$  = rendimiento de calidad.  
 $\alpha$  = relación entre las temperaturas de combustión.  
 $\beta$  = relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión.  
 $n$  = régimen del motor.  
 $G_0$  = gasto de aire al nivel del mar y velocidad de avance nula.  
 $G_{v, a}$  = gasto de aire correspondiente a la velocidad  $V$  y altura de vuelo  $a$ .  
 $G$  = gasto de aire en general (en peso).  
 $C_0$  = consumo de combustible al nivel del mar y velocidad de avance nula.  
 $C_{v, a}$  = consumo de combustible a la velocidad  $V$  y altura  $a$ .  
 $C$  = consumo de combustible en general (en peso).  
 $N_M$  = número de Mach correspondiente a la relación entre la velocidad de vuelo y la velocidad del sonido a la temperatura ambiente.  
 $P$  = potencia del motor (CV.).  
 $C_e$  = consumo específico de combustible en gr/CV. hora.

## CICLO TEÓRICO DE LOS TURBORREACTORES

### Definiciones

En un motor de combustión no existe realmente un ciclo de trabajo. Los gases durante el proceso que experimentan en el interior del motor cambian de composición, no volviendo en ningún caso a restablecerse su estado inicial. Es frecuente en la práctica el admitir la sustitución del funcionamiento de un motor de combustión por el de un motor térmico, en el cual en vez de una fase de combustión se introduce un calentamiento equivalente del aire que circula, existiendo entonces un verdadero ciclo de trabajo. En este ciclo pueden admitirse algunas modificaciones, como el considerar que la masa de los gases aumenta durante la combustión, pero conservando las mismas propiedades del aire.

Por extensión, seguiremos denominando «ciclo» al funcionamiento térmico de los turborreactores, justificándose también esto porque en los cálculos prácticos admitiremos la sustitución antes mencionada.

El ciclo teórico de una máquina es aquel que se produciría cuando se trabajase en condiciones ideales de funcionamiento. En este caso no existirían más pérdidas que las de calor por el escape, es decir, las pérdidas debidas a la concepción termodinámica del motor, sin que se tengan en cuenta las que realmente han de producirse por la imperfección de los mecanismos. Es un ciclo límite al que nunca podrá llegarse, pero que sirve para juzgar la bondad de la idea que preside la concepción del motor, así como del perfeccionamiento conseguido en su realización práctica, de acuerdo con lo que su funcionamiento real discrepe más o menos del teórico.

El ciclo que consideraremos primeramente será el del motor térmico equivalente, admitiendo que en el motor evoluciona la unidad de peso de aire puro, y no teniendo en cuenta la diferencia de gastos entre la admisión y el escape. Asimismo, supondremos que el aire se comporta en todas las fases como un gas perfecto.

Debido a los grandes valores de la relación aire/combustible con que normalmente se funciona en los turborreactores, se justifican las hipótesis anteriores. La diferencia relativa entre los gastos de la compresión y expansión es pequeña, así como la diferencia de

propiedades entre los gases de combustión y el aire ambiente. Por la misma razón anterior, las temperaturas funcionales no son muy elevadas, por lo cual, las variaciones de los calores específicos no son de mucha consideración. No obstante, también se incluirá un estudio breve del ciclo teórico, en el que se prescindirá de estas simplificaciones, a fin de tener una idea del error cometido, y más adelante comprobaremos que para muy grandes velocidades de vuelo se cometerían errores de importancia si no se tuviese en cuenta la masa adicional del combustible.

Finalmente, indicaremos que en todo este estudio termodinámico de los turborreactores consideraremos todas las velocidades y energías referidas a ejes relativos ligados al propio sistema motor.

### Fases del ciclo

En la descripción que se hizo del funcionamiento de los turborreactores ya pudo verse el ciclo que seguían los gases en su evo-

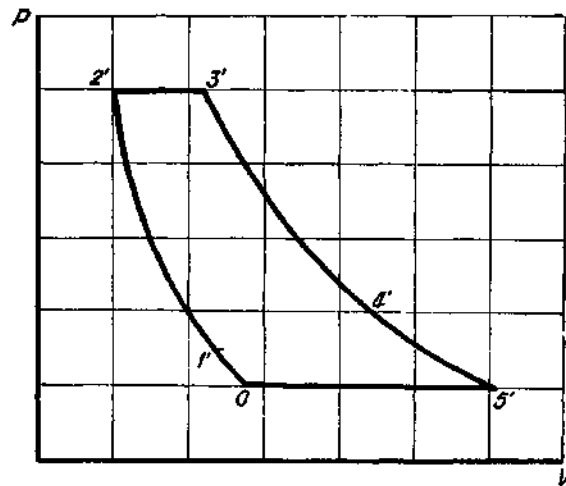


Fig. 1-IV.—Ciclo teórico en el diagrama  $p-v$ .

lución en el interior del motor. En condiciones teóricas sus fases son las siguientes:

Fase 0 - 1' — toma dinámica; compresión isentrópica en la tobera de entrada.

Fase 1' - 2' — compresión isentrópica en el compresor.

Fase 2' - 3' — combustión a presión constante.

Fase 3' - 4' — expansión isentrópica en la turbina.

Fase 4' - 5' — expansión isentrópica en la tobera de salida.

En las figuras 1-IV y 2-IV está representado el ciclo en los diagramas  $p-v$  y  $T-S$ .

A fin de conservar el criterio que se seguirá en el estudio del ciclo real, los puntos se insertan acentuados por tratarse de condiciones teóricas. Por comodidad de notación, se indicarán con  $T_i$  o  $p_i$  la temperatura o presión en el estado  $i$ , en vez de poner  $T_r$  o  $p_r$ .

### Estudio de la toma dinámica

Consideremos primeramente las leyes que ha de seguir un gas cuando penetra en un motor en condiciones de toma dinámica. El problema consiste, en esencia, en averiguar qué acontece a una masa  $M_a$  de aire en reposo cuando penetra en un motor que se mueve con una velocidad absoluta  $V$  y acompaña finalmente a este último en su movimiento.

Supongamos de momento que las fuerzas propulsoras del avión sean en todo instante iguales a la resistencia al avance de éste, a fin de considerar un problema análogo al que sucedería si el avión se moviese con velocidad uniforme sin actuar ninguna fuerza exterior sobre él en el sentido del movimiento.

El problema se resuelve mediante las leyes del choque inelásti-

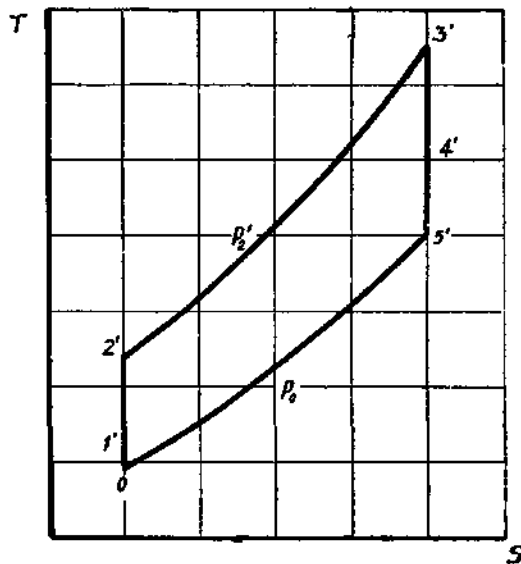


Fig. 2-IV.—Ciclo teórico en el diagrama entrópico.

co. Si  $M_t$  es la masa del avión, del teorema de la conservación de la cantidad de movimiento se obtiene la velocidad resultante  $V'$ :

$$(M_a + M_t) V' = M_t V; \quad V' = \frac{M_t}{M_a + M_t} V.$$

La energía cinética después del choque vale:

$$\frac{M_a + M_t}{2g} V'^2 = \frac{M_t^2}{2g (M_a + M_t)} V^2,$$

mientras que la inicial era:

$$\frac{M_t}{2g} V^2.$$

La disminución de energía cinética que resulta:

$$\frac{M_t V^2}{2g} - \frac{M_t^2 V^2}{2g (M_a + M_t)} = \frac{M_a M_t}{2g (M_a + M_t)} V^2$$

ha de ser igual al incremento de entalpía experimentado por el aire, a fin de que se cumpla el principio de conservación de la energía. Es decir, se tendrá:

$$J M_a \Delta H = \frac{M_a M_t}{2g (M_a + M_t)} V^2.$$

En realidad, el problema es diferente. El motor admite aire de un modo continuo en una cantidad de  $G$  Kg/seg. En condiciones de vuelo con velocidad uniforme existe una fuerza propulsora que, además de vencer la resistencia aerodinámica al avance, suministra un empuje suplementario para contrarrestar la variación de cantidad de movimiento experimentada. Esta fuerza o empuje suplementario, tendrá un valor dado por:

$$E_a = \frac{G}{g} V \quad [1-IV]$$

deducido del teorema del impulso.



En la unidad de tiempo, esta fuerza produce un trabajo:

$$F_a V = \frac{G}{g} V^2.$$

El incremento de energía cinética obtenido, también en la unidad de tiempo vale:

$$\frac{G}{2g} V^2.$$

Por tanto, la diferencia  $G V^2/2g$  con el trabajo realizado ha de invertirse en incrementar la entalpía del aire.

$$J G \Delta H = \frac{G V^2}{2g},$$

o sea, por kilogramo de aire admitido:

$$J \Delta H = \frac{V^2}{2g}. \quad [2\text{-IV}]$$

Este aumento de entalpía dará origen al consiguiente incremento de temperatura y presión.

Puede observarse que, tal y como está planteado el problema, el incremento de entalpía obtenido es independiente de la orientación y dimensionado de la tobera de entrada, ya que viene impuesto por las leyes del movimiento y de conservación de la energía. Para tomar aire en el motor a la presión y temperatura ambiente sería necesario disponer la toma dinámica de manera que su sección de entrada coincidiese con una zona de remanso de la corriente exterior, como, por ejemplo, detrás de un obstáculo o parte del avión. En este caso el aire tendría la velocidad de avance del motor y con una presión aproximadamente igual a la ambiente. La energía necesaria para el cambio de la cantidad de movimiento del aire provendría de las fuerzas propulsoras necesarias para superar la resistencia al avance del avión.

Para un fluido incompresible la disminución de energía cinética se manifiesta como un incremento en su presión exclusivamente. Aquí consideraremos el aire como un gas perfectamente compresible, de acuerdo con el criterio que se seguirá en todas las fases

del ciclo. En estas condiciones, el incremento de temperatura obtenido en el aire será independiente de la forma o dimensiones de la tobera. En cambio, estos factores serán fundamentales en cuanto al incremento de presión que pueda lograrse.

### Fase 0-1'. Compresión isentrópica en la tobera de entrada

En el caso de transformación isentrópica y gas perfecto que estamos considerando, de la fórmula [2-IV], que proporciona el incremento de entalpía obtenido en función de la velocidad de avance, se deducen inmediatamente los valores de la temperatura y presión. Pero no debemos olvidar que en la fase que se está estudiando, de compresión en la tobera de entrada, el aire no queda al final en reposo, sino que penetra en el compresor con una cierta velocidad.

Cuando el avión está parado, el aire entra en el motor debido a la velocidad propia de aspiración del compresor. Esto produce una depresión y un enfriamiento del aire, dados por las fórmulas:

$$T_a = T_0 - \frac{w_a^2}{2gJc_p} ; \quad p_a = p_0 \left( 1 - \frac{w_a^2}{2gJc_pT_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} ,$$

en las que  $w_a$  es la velocidad de aspiración y  $T_a$  y  $p_a$  la temperatura y presión del aire en la admisión del compresor.

La diferencia  $T_0 - T_a$  puede llegar a valer unos 9 °C y la presión  $p_a$  ser del orden de 0,9  $p_0$ .

Ahora bien, esta fase no es preciso incluirla en la práctica. Un compresor se define por su relación de presiones, o mejor aún, por su trabajo de compresión  $Jc_p \Delta T_c$  por unidad de peso de aire aspirado; pero tomándose como condiciones iniciales la presión  $p_0$  y temperatura  $T_0$  ambientes, y no las que existan en la admisión del rotor del compresor. De esta manera se tiene en cuenta que, si bien el compresor aspira en depresión, también le llega el aire con una energía cinética  $w_a^2/2g$  creada a expensas de aquélla que, posteriormente, volverá a transformarse en aumento de presión y temperatura, puesto que es una energía exterior que se suma al trabajo de compresión del propio rotor. Resulta por completo equi-

valiente aplicar el incremento de temperatura  $\Delta T_c$ , a partir de  $T_0$ , que contarle desde la temperatura  $T'_a$  y añadir la energía  $w_a^2/2g$  al trabajo de compresión del rotor, ya que evidentemente se verifica:

$$T_0 + \Delta T_c = T'_a + \Delta T_c + \frac{w_a^2}{2g},$$

con lo que se obtendría la misma temperatura final  $T'_2$ .

Cuando el avión está en marcha, el aire tiene una velocidad  $V$  respecto al motor, debiendo amortiguarse en la tobera de entrada hasta el valor con que penetre en el rotor del compresor. Suponiendo constante esta última velocidad, tendríamos:

$$\frac{V^2}{2g} - \frac{w_a^2}{2g} = J c_p (T'_{1a} - T_0)$$

$$\frac{p'_0}{p_0} = \left( 1 + \frac{V^2 - w_a^2}{2g J c_p T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},$$

pero análogamente a como se efectuó en el caso  $V = 0$ , tomaremos un punto ficticio  $p'_1, T'_1$  definido con:

$$\frac{V^2}{2g} = J c_p (T'_1 - T_0); \quad [3-IV]$$

$$\frac{p'_1}{p_0} = \left( 1 + \frac{V^2}{2g J c_p T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad [4-IV]$$

aplicando el trabajo de compresión  $J c_p \Delta T_c = J c_p (T'_2 - T'_1)$  a partir de este punto, y no el  $J c_p \Delta T_c + (V^2 - w_a^2)/2g$  desde las condiciones  $p'_{1a}, T'_{1a}$ , con lo que se obtiene el mismo resultado final en la fase de compresión.

La toma dinámica de aire que existe en los turborreactores es de gran importancia, ya que el ciclo del motor, y con él su rendimiento, van a depender de la velocidad de avance. Según esto, todas las actuaciones del motor serán función de dicha velocidad, experimentando, en general, una notable mejora cuando aquélla se incrementa.

Este efecto de toma dinámica actúa de dos maneras diferentes:

por una parte, hace que se eleve la presión y temperatura del aire en la admisión del compresor, y por otra, debido al aumento de densidad experimentado, se incrementa el gasto en peso del aire aunque el motor funcione a régimen constante. Solamente interesa considerar el primer efecto cuando se estudia el comportamiento termodinámico y rendimiento del motor. En cambio, en las características del empuje, aunque tienen influencia los dos, es de mayor importancia la del segundo efecto, como tendremos ocasión de ver en el capítulo V.

### Fase 1'-2'. Compresión isentrópica en el compresor

Como ya se dijo, a un compresor se le puede caracterizar por su relación de presiones o, lo que es mejor, por su trabajo de compresión por kilogramo de aire, ya que la primera magnitud depende de las condiciones iniciales de presión y temperatura, mientras que el trabajo de compresión o elevación de temperaturas en el compresor se mantiene aproximadamente constante mientras no se cambie el régimen de funcionamiento.

Siendo  $\Delta T_c$  el incremento teórico de temperatura que proporciona el compresor a un régimen dado, tenemos:

$$T_2' = T_1' + \Delta T_c, \quad [5-IV]$$

$$\frac{p_2'}{p_1'} = \left(1 + \frac{\Delta T_c}{T_1'}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad [6-IV]$$

Nótese cómo la relación de presiones varía con las condiciones iniciales, ya que  $T_1'$  es función de ellas. Frecuentemente, en vez de citar el  $\Delta T_c$  de temperatura se fija la relación de compresión nominal  $m_0$  (relación de compresión para régimen nominal,  $V=0$  y  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ ). En este caso se encuentra fácilmente dicho incremento de temperatura, bastando considerar que en la fórmula anterior para  $V=0$ , es  $T_1' = T_0$  y  $p_1' = p_0$ , es decir:

$$m_0 = \frac{p_2'}{p_0} = \left(1 + \frac{\Delta T_c}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},$$

resultando:

$$\Delta T_c = T_0 \left(m_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right). \quad [7-IV]$$

### Fase 2'-3'. Combustión a presión constante

Supondremos que no se producen cambios en la energía cinética de los gases, es decir, que la velocidad de entrada en la cámara es igual que la de salida. Ya se indicó que no se consideraría el incremento de gasto debido a la adición de combustible, y que se su-

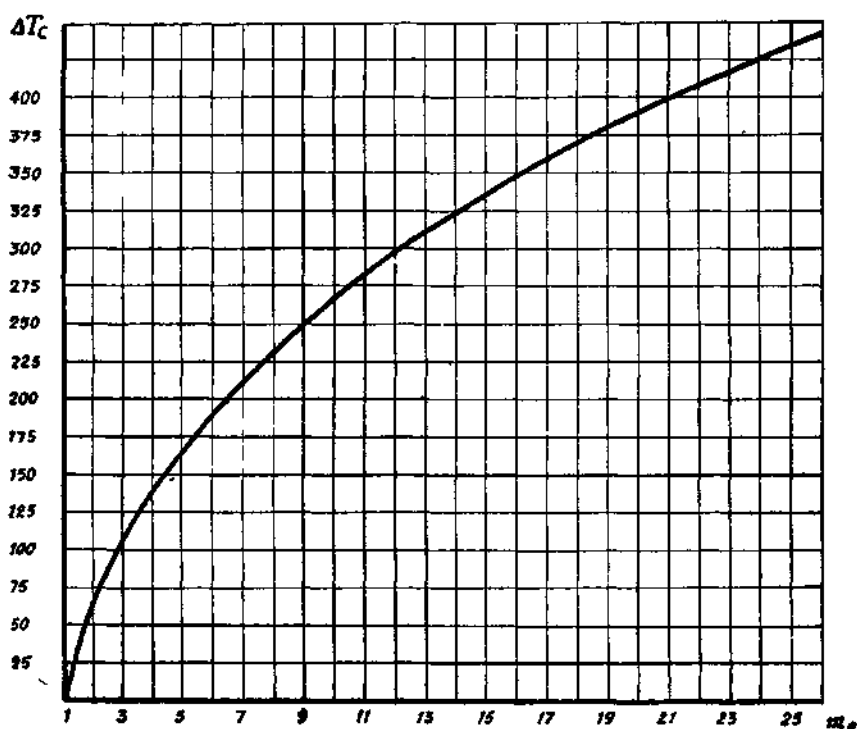


Fig. 3-IV.—Relación entre la relación de compresión nominal y el incremento de temperatura teórico en el compresor. ( $T_0 = 228^\circ \text{K}$ ).

pondría que los gases procedentes de la combustión seguirían comportándose como aire puro. En estas condiciones, si  $L$  es el poder calorífico inferior del combustible y  $r$  la relación aire/combustible en peso, se tendrá:

$$p'_3 = p'_2; \quad c_p (T'_3 - T'_2) = \frac{L}{r}. \quad [8\text{-IV}]$$

El incremento de temperatura  $T'_3 - T'_2$  será denominado con frecuencia  $\Delta T_q$ .

**Fase 3'-4'. Expansión adiabática en la turbina**

Igualando los trabajos por kilogramo de aire en la turbina y compresor, y teniendo en cuenta que se tomó  $w'_2 = w'_3$ , resultará:

$$J c_p (T'_2 - T'_1) = J c_p (T'_3 - T'_4) - \frac{w'^2_1}{2g},$$

siendo  $w'_4$  la velocidad teórica de salida de los gases en la turbina. Las presiones se determinan con:

$$\frac{p'_4}{p'_3} = \left( \frac{T'_4}{T'_3} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

**Fase 4' 5'. Expansión final en la tobera de salida**

Conocemos la presión final, teóricamente igual a la ambiente, y con ella resulta:

$$\frac{T'_5}{T'_4} = \left( \frac{p'_5}{p'_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{p_0}{p'_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

La velocidad de salida de los gases de escape se determina con:

$$\frac{w'^2_3}{2g} = J c_p (T'_4 - T'_5) + \frac{w'^2_4}{2g} = J c_p (T'_3 - T'_5) - J c_p (T'_2 - T'_1).$$

Las dos fases anteriores se incluyen en una sola a efectos de cálculo para determinar el rendimiento con la fórmula siguiente:

$$\frac{T'_5}{T'_3} = \left( \frac{p'_5}{p'_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{p_0}{p'_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad [9-IV]$$

En las condiciones en que hemos considerado el ciclo teórico, solamente necesitamos tres parámetros para definirlo de un modo completo:  $\Delta T_c$ ,  $L$  y  $r$ , pudiendo sustituirse los dos últimos por  $\Delta T_q$  o bien, por el cociente  $L/r$ . Prescindiendo de la fase de expansión intermedia en la turbina, que no interviene en ningún cálculo

esencial del ciclo, con las fórmulas comprendidas entre la [3-IV] y [9-IV], pueden determinarse todas las temperaturas y presiones, una vez fijadas las condiciones exteriores ( $V$  y  $T_0$ ) y los parámetros fundamentales.

### Cálculo del rendimiento

Se expresará con la fórmula:

$$\eta_u = \frac{Q_2^{s'} - Q_0^{s'}}{Q_2^{s'}} = 1 - \frac{Q_0^{s'}}{Q_2^{s'}},$$

en la que  $Q_2^{s'}$  es el calor comunicado durante la combustión y  $Q_0^{s'}$  el perdido por el escape. Ahora bien, como:

$$Q_2^{s'} = c_p (T_3' - T_2'); \quad Q_0^{s'} = c_p (T_5' - T_0),$$

resulta:

$$\eta_u = 1 - \frac{T_5' - T_0}{T_3' - T_2'},$$

y como:

$$\frac{T_3'}{T_5'} = \frac{T_2'}{T_0},$$

se obtiene finalmente:

$$\eta_u = 1 - \frac{T_0}{T_2'}, \quad [10-IV]$$

que no depende más que del parámetro fundamental  $\Delta T_c$  y de las condiciones en la admisión, representadas por la temperatura exterior  $T_0$  y velocidad de vuelo  $V$ . Se hace implícita esta dependencia expresándolo en la forma:

$$\eta_u = 1 - \frac{T_0}{T_0 + \frac{V^2}{2gJc_p} + \Delta T_c} = 1 - \frac{T_0}{T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c}, \quad [11-IV]$$

habiendo denominado  $\Delta T_d$  al incremento de temperatura que se produce en la toma dinámica.

Cuando el avión está parado, poniendo el rendimiento en función de la relación de compresión  $m_0$ , resulta:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{m_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - m_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad [12-IV]$$

En condiciones de toma dinámica, con  $m = p'_2/p'_1$ , se obtiene:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\Delta T_d}{T_0}\right)}. \quad [13-IV]$$

Pero esta relación de compresión  $m$  tampoco conviene tomarla como parámetro, pues también depende de las condiciones iniciales. En efecto, se expresa con la fórmula:

$$m = \left( \frac{T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c}{T_0 + \Delta T_d} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left( 1 + \frac{\Delta T_c}{T_0 + \Delta T_d} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad [14-IV]$$

y al ser  $\Delta T_c$  constante resultará que la relación de compresión  $m$  es función de la velocidad de vuelo y temperatura exterior. Puede observarse que su valor disminuye al aumentar la velocidad, aunque la relación total  $p'_2/p'_0$  crece. Al disminuir  $T_0$ , o sea, al aumentar la altura de vuelo, tanto  $m$  como  $p'_2/p'_0$  se incrementan.

Lo que sí puede tomarse como parámetro de cálculo es la relación de compresión nominal  $m_0$ , parámetro con que frecuentemente se caracterizan los compresores y que nos da una idea más intuitiva de sus propiedades que el incremento de temperatura.

Sustituyendo [7-IV] en [11-IV], resulta:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_0}{T_0 m_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \Delta T_d}. \quad [15-IV]$$

Ahora bien, los cálculos en función de  $\Delta T_c$  son siempre más sencillos, por lo cual utilizaremos con preferencia las fórmulas [10-IV] y [11-IV], aunque los resultados gráficos y numéricos los expresaremos generalmente en función de ambos parámetros.



Teniendo en cuenta que los turborreactores son unas máquinas destinadas a producir energía cinética, el rendimiento puede expresarse en la forma:

$$\eta_t = \frac{\frac{w'^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}}{\frac{JL}{r}} = \frac{r(w'^2 - V^2)}{2g J L} . \quad [16-IV]$$

Es decir, como la relación entre el incremento de energía cinética logrado y el calor de combustión. En realidad, esta fórmula es la misma que la [10-IV], puesta en otra forma. Se puede comprobar del modo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{w'^2}{2g} &= J c_p (T'_3 - T'_2) - J c_p (T'_2 - T'_1) \\ \frac{V^2}{2g} &= J c_p (T'_1 - T_0); \quad \frac{L}{r} = c_p (T'_3 - T'_2), \end{aligned}$$

y sustituyendo, resulta dicha expresión [10-IV].

Si en la fórmula [16-IV] quisiéramos tener en cuenta la influencia de la diferencia de gastos entre la compresión y expansión, debería ponerse:

$$\eta_t = \frac{(1 + r) w'^2 - r V^2}{2g J L} . \quad [17-IV]$$

### Estudio del rendimiento considerando el aire como un gas real

Vamos a efectuar un cálculo del rendimiento teórico del ciclo termodinámico de los turborreactores considerando el aire como un gas real y teniendo en cuenta la diferencia de gastos entre la compresión y expansión. En estas condiciones no se comete más error (en estudio teórico) que el debido a no tener en cuenta la energía necesaria para mover los mecanismos auxiliares imprescindibles para su funcionamiento, pero esta energía es insignificante, siendo del orden de unos 25 CV. en un motor de más de 3.000.

Para cada una de las fases de compresión, combustión y expansión, así como para la  $5' - 0$  de enfriamiento de los gases a presión

constante, se tomará un calor específico medio. En la primera se determinará para el aire y en las otras para los gases de combustión.

En un turborreactor de tipo usual, con relaciones estáticas de compresión comprendidas entre 4:1 y 4,25:1, y relaciones aire-combustible del orden de 60:1, las temperaturas del ciclo teórico pueden tomarse entre los valores siguientes:

$$\theta_0 = 15^\circ, \quad \theta'_2 = 150-180^\circ, \quad \theta'_3 = 800-880^\circ, \quad \theta'_5 = 450-470^\circ.$$

correspondiendo a temperaturas absolutas de:

$$T_0 = 288^\circ, \quad T'_2 = 423-453^\circ, \quad T'_3 = 1073-1153^\circ, \quad T'_5 = 723-743^\circ.$$

De acuerdo con estos valores y según los datos que se insertaron de las *Technical Data on Fuel*, resultan para el aire los siguientes calores específicos medios y exponentes de evolución:

Compresión: (0-2')	$c_p^c = 0,241$	$\gamma^c = 1,4$
Combustión: (2'-3')	$c_p^u = 0,260$	
Expansión: (3'-5')	$c_p^e = 0,270$	$\gamma^e = 1,34$
Enfriamiento: (5'-0)	$c_p^f = 0,247,$	

habiéndose tomado para la determinación de los calores específicos las temperaturas de principio y fin de sus respectivas fases.

A continuación, procederemos a calcular los calores específicos medios de los gases de combustión en las tres últimas fases. Para ello, haremos uso de la fórmula ya calculada:

$$c_{pM} = 0,77 \frac{r}{1+r} (c_p)_{N_2} + \frac{0,23r - 8 + \frac{16}{3}d}{1+r} (c_p)_{O_2} + \\ + \frac{11}{3} \frac{d}{1+r} (c_p)_{CO_2} + 9 \frac{1-d}{1+r} (c_p)_{H_2O}.$$

La mayoría de los kerosenos utilizados como combustible tienen una composición aproximada del 85 % de carbono y 15 % de hidrógeno. Por tanto,  $d = 0,85$  y  $1 - d = 0,15$ . Con  $r = 60$ , resulta:

$$c_{pM} = 0,758 (c_p)_{N_2} + 0,169 (c_p)_{O_2} + 0,051 (c_p)_{CO_2} + 0,22 (c_p)_{H_2O}.$$

Con los datos citados de las *Technical Data on Fuel* y con las temperaturas que fijamos, determinamos los siguientes calores específicos medios:

$$\begin{array}{lcl} \text{Combustión:} & \left\{ \begin{array}{l} (c_p^q)_{N_2} = 0,264 \\ (c_p^q)_{O_2} = 0,248 \\ (c_p^q)_{CO_2} = 0,270 \\ (c_p^q)_{H_2O} = 0,530. \end{array} \right. \\ \\ \text{Expansión:} & \left\{ \begin{array}{l} (c_p^e)_{N_2} = 0,273 \\ (c_p^e)_{O_2} = 0,256 \\ (c_p^e)_{CO_2} = 0,290 \\ (c_p^e)_{H_2O} = 0,543. \end{array} \right. \\ \\ \text{Enfriamiento:} & \left\{ \begin{array}{l} (c_p^s)_{N_2} = 0,253 \\ (c_p^s)_{O_2} = 0,232 \\ (c_p^s)_{CO_2} = 0,241 \\ (c_p^s)_{H_2O} = 0,347. \end{array} \right. \end{array}$$

Con estos valores nos resulta finalmente:

$$\begin{array}{ccc} c_{pM}^q = 0,267 & c_{pM}^e = 0,276 & c_{pM}^s = 0,250 \\ & \gamma = 1,33, & \end{array}$$

con valores muy próximos a los que se obtuvieron para el aire puro, como ya podía preverse.

Ahora que consideramos el ciclo comportándose el aire como un gas real y teniendo en cuenta la variación en sus propiedades durante la combustión, las fórmulas que se establecieron para la determinación del ciclo deben sustituirse por las siguientes:

Compresión: Las mismas, ya que la diferencia en los valores de  $c_p$  es inapreciable.

Combustión: Preseindiremos de la entalpía inicial del combustible; de valor muy pequeño, y admitiremos que las calorías suministradas se invierten en calentar una masa de gases de combustión igual a la masa inicial de aire incrementada en  $1/r$  kilogramos, y supuesta toda ella a la temperatura inicial  $T'_2$ . Tendremos:

$$\frac{L}{r} = J c_p^g \frac{1+r}{r} (T'_3 - T'_2),$$

o sea:

$$\frac{L}{1+r} = J c_p^g (T'_3 - T'_2). \quad [18-IV]$$

Expansión:

$$\frac{T'_3}{T'_2} = \left( \frac{p'_3}{p'_2} \right)^{\frac{r-1}{r}} = \left( \frac{p'_2}{p_0} \right)^{\frac{r-1}{r}} \quad [19-IV]$$

Rendimiento:

$$\eta_t = \frac{(1+r) w' s - r V s}{2 g J L} = \frac{(1+r) c_p^g (T'_3 - T'_2) - r c_p^g (T'_2 - T_0)}{(1+r) c_p^g (T'_3 - T'_2)}. \quad [20-IV]$$

A fin de poder efectuar una comparación, definiremos dos ciclos: en el primero considerando aire puro que se comporta como un gas perfecto, y el segundo en las condiciones reales ya enumeradas. Ambos los fijamos por sus relaciones de compresión nominales,  $m_0 = 4 : 1$ ; relación aire combustible,  $r = 60 : 1$ , y poder calorífico inferior del combustible,  $L = 10.300$  Kcal/Kg.

Para el ciclo hipotético tomaremos  $c_p = 0,240$  en todas las fases, y para el segundo los valores que ya se determinaron.

De acuerdo con estas consideraciones, se calcula el cuadro siguiente de valores:

	$T_0$	$T'_2$	$T'_3$	$T'_5$	$\eta_t$
Ciclo teórico hipotético.....	288°	428°	1140°	768°	0,327
Ciclo teórico verdadero.....	288°	428°	1120°	795°	0,308

Como puede observarse, las diferencias obtenidas no son de

mucha consideración, siendo el error máximo para las temperaturas del 3,5 % y para el rendimiento de 0,019. Dada la aproximación que se requiere en los cálculos sobre motores, resultará inútil en la mayoría de los casos tener en cuenta esta variación de los calores específicos y diferencia de gastos entre la compresión y expansión.

Ahora bien, en condiciones normales y para turborreactores de tipo usual es correcto el razonamiento que se ha hecho, pero podría presentarse el caso de estudiar su funcionamiento con muy elevadas temperaturas o con grandes diferencias de gastos. En estas condiciones podrían cometerse errores de consideración utilizando las simplificaciones señaladas, siendo ésta una de las razones por la que habremos de repetir los cálculos sin simplificar en el estudio del ciclo real.

#### **Variación del rendimiento en función de sus parámetros fundamentales**

Cuando se determinó la fórmula del rendimiento ya se indicó que era función de tres parámetros fundamentales: uno característico del motor, representado por el incremento de temperatura  $\Delta T_c$ , que puede sustituirse por la relación de compresión nominal  $m_0$ ; y dos dependientes de las condiciones exteriores, la velocidad y altura de vuelo, esta última expresada por la temperatura ambiente  $T_0$ .

La función  $\eta_t = f(\Delta T_c)$ , o  $\eta_t = f(m_0)$ , aumenta indefinidamente a medida que  $\Delta T_c$  o  $m_0$  crecen, tendiendo hacia la unidad para valores infinitamente grandes de ellos.

Con las fórmulas:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_0}{T_0 + \Delta T_c + \frac{V^2}{2gJc_p}}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{T_0}{T_0 m_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} + \frac{V^2}{2gJc_p}},$$

se estudian fácilmente sus leyes de dependencia.

En la figura 4-IV están representadas las curvas para  $V = 0$ ,  $T_0 = 288^\circ$ .

Las funciones  $\eta_t = f(V)$  y  $\eta_t = f(T_0)$  las analizaremos a régimen constante del motor.

Ahora puede observarse la ventaja de utilizar el parámetro  $\Delta T_c$ , independiente de la velocidad y altura de vuelo, ya que es conveniente estudiar la dependencia del rendimiento con cada una de sus variables tomando valores constantes para las otras dos.

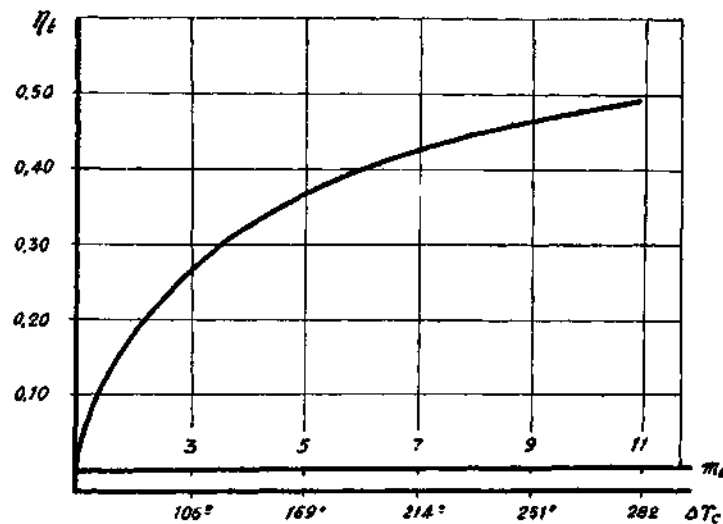


Fig. 4-IV.—Variación del rendimiento con la relación de compresión, para  $V = 0$ ,  $T_0 = 288^\circ \text{K}$ .

La curva  $\eta_t = f(V)$  es una cúbica. Parte del eje de las ordenadas con tangente horizontal y concavidad hacia los rendimientos positivos.

El rendimiento crece uniformemente tendiendo hacia el valor asintótico,  $\eta_t = 1$ , si la velocidad tomase valores infinitamente grandes (fig. 5-IV).

Para un valor de la velocidad dado por:

$$V = \sqrt{\frac{2gJc_p}{3}(T_0 + \Delta T_c)}$$

presenta la curva un punto de inflexión, que se encuentra situado

en una zona inaccesible de vuelo, ya que la velocidad para que esto suceda ha de ser del orden de los 500-550 m/seg.

En este análisis de la función  $\eta_t = f(V)$  para el ciclo teórico hemos prescindido de muchos fenómenos que habrán de presentarse en la realidad, como es el de la formación de ondas de choque a partir de la velocidad del sonido. Estas cuestiones se dejarán para más adelante, cuando se estudie esta dependencia en el ciclo real.

La función  $\eta_t = f(T_0)$  es hiperbólica, en cuya región positiva,

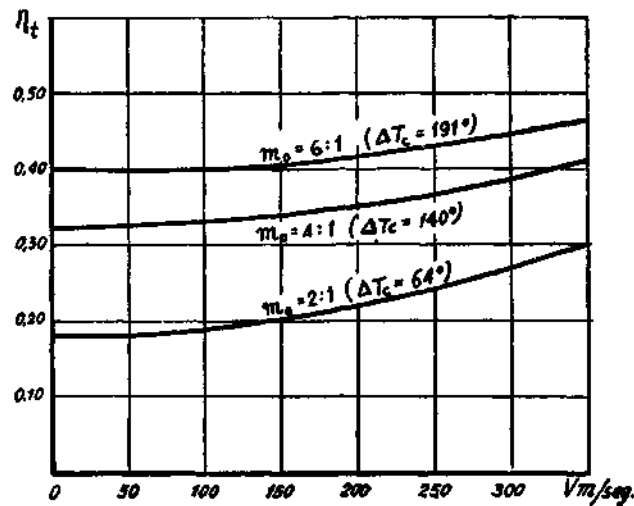


Fig. 5-IV.—Variación del rendimiento con la velocidad de vuelo al nivel del mar.

única que tiene sentido físico, el rendimiento crece a medida que la temperatura exterior disminuye. Si esta última pudiera anularse llegaría a tomar el rendimiento un valor igual a la unidad, independientemente de los que tuviesen los parámetros  $\Delta T_c$  y  $V$ .

Como la temperatura exterior disminuye con la altura de vuelo según la fórmula:

$$T_a = T_0 - 0,0065 a \quad (a \text{ en metros})$$

resulta que el rendimiento crece también hiperbólicamente cuando la altura de vuelo aumenta. Para las escalas con que suelen dibu-

jarse las curvas son de muy poca curvatura, representándose en forma aproximada por líneas rectas (fig. 6-IV).

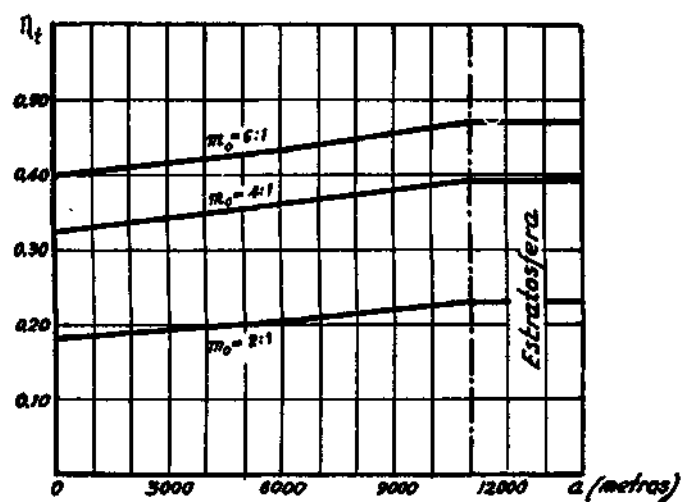


Fig. 6-IV.—Variación del rendimiento con la altura de vuelo ( $V = 0$ ).

Finalmente, en la figura 7-IV se representa la variación del rendimiento bajo el efecto combinado de la velocidad y altura de

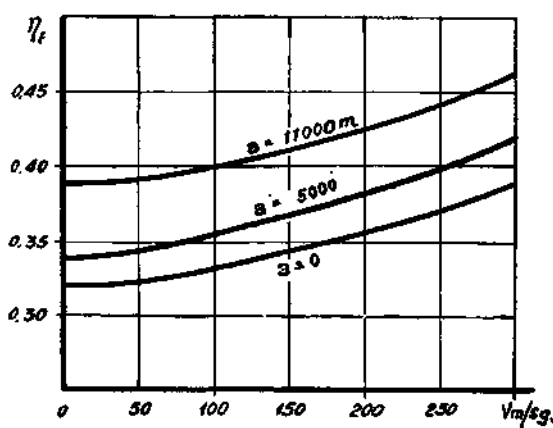


Fig. 7-IV.—Variación combinada del rendimiento con la velocidad y altura de vuelo ( $m_0 = 4:1$ ).

vuelo. En ella puede apreciarse cómo aumenta notablemente, debido al efecto beneficioso de ambas variables.



## CICLO REAL

### Consideraciones previas

Hasta ahora hemos considerado el funcionamiento de los turbo-reactores como el de una máquina térmica ideal, sin más pérdidas que las debidas a la idea básica de su ciclo de trabajo. En realidad, se producen aquéllas en todas las fases, haciendo que el ciclo se aparte más o menos del teórico según la perfección conseguida en la realización práctica del motor.

La evaluación exacta del rendimiento real de un motor no puede efectuarse más que experimentalmente una vez que esté construido y se mida directamente. No hay dificultad en establecer una fórmula tan aproximada como se quiera en función de diversos coeficientes que representen las distintas clases de pérdidas. No obstante, siempre existiría la indeterminación de los valores estimados, y hay que tener en cuenta también los errores que se cometen al utilizar teorías aproximadas de cálculo que generalmente hay que admitir. Es más, ni aun midiéndolo directamente puede esperarse que se obtenga una aproximación superior al 1 % en la mayoría de los casos, puesto que siempre hay que contar con los errores inevitables de los instrumentos de medida.

Por estas razones no son útiles fórmulas complicadas y de manejo laborioso, siendo por completo absurdo tener en cuenta factores de pérdidas inferiores a otros que puedan producirse por causas no incluidas en los cálculos, ya que con ello podría incluso aumentarse el error de la fórmula. Lo que sí debe conocerse en todo momento es la cuantía del posible error de los resultados, debiendo ser completamente correctos los análisis cualitativos.

Cuando no se trata de calcular el valor numérico del rendimiento de una máquina determinada, sino solamente de analizar las posibilidades que ofrece un cierto sistema motor, estudiando al mismo tiempo cómo afectan a sus características funcionales los parámetros que definen su ciclo de trabajo, tiene especial ventaja establecer una fórmula sencilla y de manejo cómodo que proporcione todos los datos que se estimen necesarios. De esta manera será como aquí se proceda, acomodando muchas veces la fórmula al tipo especial de cálculo que con ella quiera efectuarse.

Las fórmulas que se establezcan se compararán con datos rea-

les, señalando al mismo tiempo las causas de las discrepancias entre los resultados que se obtengan y los existentes en la realidad.

Al describir las fases del ciclo se irán destacando sucesivamente las simplificaciones que se adopten. Una común a todas ellas será la de no tener en cuenta las pérdidas de calor por las paredes, insignificantes en los turborreactores actuales, prácticamente desprovistos de refrigeración y con grandes velocidades de circulación de los gases (1). Tampoco tendremos en cuenta la energía absorbida para el accionamiento del aire de refrigeración, ni la diferencia de gastos entre la compresión y expansión que pudiera ocasionar esta refrigeración, si es que el aire se tomase del compresor, ya que, como acaba de mencionarse, estos términos son de escasa consideración en un turborreactor moderno.

Los cálculos del ciclo se harán tomando valores medios de los calores específicos en cada una de las fases. Su valor dependerá en cada caso de las temperaturas de funcionamiento, pero con un conocimiento aproximado de ellas pueden calcularse en la misma forma que se hizo en el ciclo teórico. Ya vimos en el estudio de este ciclo que no se cometía mucho error admitiendo que el aire se comportaba como un gas perfecto, pero para no perder generalidad y poder estudiar casos de turborreactores que funcionen con muy altas temperaturas de trabajo, considerando, por ejemplo, cómo afecta a sus características la disminución de la relación aire/combustible, incluiremos primeramente los cálculos en la forma mencionada, o sea, teniendo en cuenta la variación de los calores específicos con la temperatura.

De acuerdo con lo expuesto en capítulos anteriores seguiremos considerando lo que pudiera denominarse un turborreactor de tipo normal, dejando para más adelante el estudio de las modificaciones que pueden introducirse en su ciclo a fin de mejorar sus características.

Es de importancia señalar que tanto en este capítulo como en el siguiente supondremos siempre funcionando el motor en condiciones de régimen nominal (2). Por tanto, todos los valores que se in-

---

(1) En la cámara de combustión, por ejemplo, lugar donde estas pérdidas son mayores, no llegan al 1 % del calor total producido.

(2) Se entiende aquí por régimen nominal el de diseño del motor, generalmente el máximo tratándose de turborreactores.

serten para rendimientos y parámetros, así como para los resultados que se obtengan, deben considerarse que están referidos a dichas condiciones de funcionamiento.

Por último, indicaremos que para facilitar los cálculos se referirán las temperaturas reales del motor a otras teóricas de igual presión, indicándose estas últimas con acento e igual subíndice a fin de diferenciarlas fácilmente.

### DESCRIPCIÓN DE LAS FASES

#### Fase 0-1. Toma dinámica de aire

Ya vimos que, suponiendo situada la toma dinámica en una zona en la que la velocidad relativa del aire respecto al motor sea la de vuelo, la elevación de temperatura es independiente de la forma y dimensionado de la tobera de entrada, una vez que se tenga en cuenta que el aire se comporta como un fluido compresible. En cambio, para la presión hay que tener en cuenta los choques y rozamientos que inevitablemente han de producirse en los conductos de admisión hasta el compresor.

Análogamente a como se efectuó en el ciclo teórico tomaremos un punto ficticio definido por el total amortiguamiento de la energía cinética del aire. Con esto se comete un pequeño error, ya que el rendimiento de la toma dinámica afectará a una porción de la fase de compresión mayor de la que le corresponde en realidad, pero este efecto es por completo despreciable.

De acuerdo con lo establecido, tendremos:

$$T_1 - T_0 = \frac{V^2}{2gJc_p} \quad [21-IV]$$

Definiendo el rendimiento adiabático de la tobera de entrada en la forma (fig. 8-IV):

$$\eta_t = \frac{T'_1 - T_0}{T_1 - T_0},$$

resultará para la expresión de  $p_1$ :

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{p'_1}{p_0} \left( \frac{T'_1}{T_0} \right)^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}} = \left( 1 + \eta_t \frac{V^2}{2gJc_p T_0} \right)^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}} \quad [22-IV]$$

Para  $\eta_1$  pueden tomarse valores comprendidos entre 0,85 y 0,95, correspondiendo los mayores a turborreactores provistos de compresores centrífugos de una sola cara activa y con la tobera orientada en el sentido del movimiento.

### Fase 1-2. Compresión del aire en el compresor

El cálculo del ciclo ha de efectuarse en función de las condiciones exteriores y de los parámetros que caractericen el funcionamiento del motor. Para definir el compresor tomaremos su rendimiento adiabático y su incremento de temperatura teórico  $\Delta T_c$  necesario para conseguir la relación de compresión nominal  $m_0$ .

Como el incremento verdadero de temperatura en el compresor no depende más que del régimen, y admitiremos la misma condición para

el rendimiento adiabático, resultará que el incremento teórico  $\Delta T_c$  también resultará dependiente únicamente de aquél.

Tendremos (fig. 9-IV):

$$\eta_2 = \frac{T'_2 - T_1}{T_2 - T_1}; \quad T_2 = T_1 + \frac{\Delta T_c}{\eta_2}; \quad [23-IV]$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p'_2}{p_1} = \left( \frac{T'_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left( 1 + \frac{\Delta T_c}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad [24-IV]$$

### Fase 2-3. Combustión

En el capítulo anterior hemos visto que es posible realizar teóricamente una combustión continua a presión constante mediante la utilización de una tobera divergente. En la práctica se producen inevitablemente torbellinos y fenómenos de rozamiento que dan

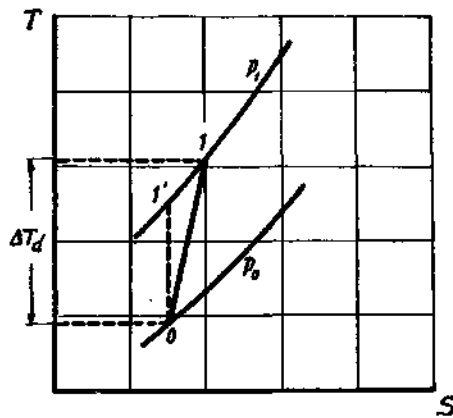


Fig. 8-IV.—Compresión en la tobera de entrada.

origen a una pérdida de presión aunque la velocidad media de circulación sea constante.

En las cámaras de combustión de los turborreactores se producen dos tipos de pérdidas de presión: unas debidas a los fenómenos mencionados, y las otras se producen por la conveniencia de acelerar los gases mediante un dimensionado adecuado de las porciones posteriores de dichas cámaras de combustión. Estas últimas no son pérdidas de presión total sino únicamente de presión estática, puesto que dan lugar a un aumento de la energía cinética de los gases a su entrada en la turbina.

En total, la caída de presión en las cámaras de combustión no sobrepasa del 6 % de la presión de entrada, lo que viene a representar unos 0,2 — 0,3 Kg/cm<sup>2</sup> para las relaciones de compresión con que normalmente funcionan los turborreactores, siendo con frecuencia bastante menor. De esta cifra vienen a corresponder unas dos terceras partes a las pérdidas de presión debidas a choques y fricción, o sea, a verdaderas pérdidas de presión.

En el cálculo del ciclo no tendremos en cuenta esta caída de presión, admitiendo que la combustión se realiza a presión constante y comenzando la fase de expansión en la turbina con la presión de salida del compresor. De esta manera se produce una compensación parcial de las pérdidas friccionales, puesto que la conversión de presión en energía cinética la suponemos realizada toda en la turbina, con un rendimiento menor que con el que realmente se produce en la última parte de las cámaras de combustión.

En todo caso, volvemos a insistir en que estas pérdidas son pequeñas, teniendo poca influencia en el rendimiento del ciclo. Por esta razón no interesa introducirlas en los cálculos, sobre todo al

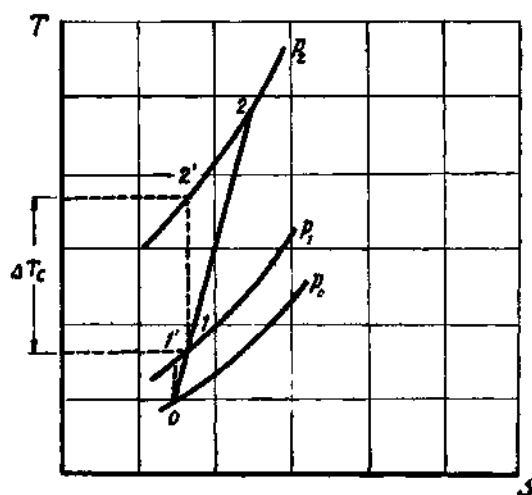


Fig. 9-IV.—Fase total de compresión.

considerar que son de difícil evaluación y que dan lugar a una mayor complicación de todas las fórmulas.

De otro tipo son las pérdidas por combustión incompleta y fenómenos de disociación, que producen el efecto de que el incremento de temperatura logrado sea menor del que teóricamente debería producirse. Ya vimos cómo estaban diseñadas las cámaras de combustión, tendiendo a conseguir un gran rendimiento térmico en ellas. Esto, unido a una bien estudiada inyección del combustible, hacen que se aproveche casi por completo éste y no se produzcan efectos de combustión prolongada, altamente perjudiciales para la turbina.

El rendimiento de la combustión  $\eta_q$ , definido como la relación entre el incremento real de temperatura y el teórico, viene a ser del orden de 0,97-0,98 en los turborreactores modernos y en condiciones de régimen nominal. Este rendimiento disminuye con la altura de vuelo, siendo muy marcado este efecto en algunos tipos de cámaras.

Como en el ciclo teórico, despreciaremos la entalpía inicial del combustible, suponiendo que todo el calor utilizable de éste se invierte en calentar una masa de gases igual a la inicial incrementada en  $1/r$  Kg., desde la temperatura  $T_2$  hasta la temperatura  $T_3$  de fin de combustión. Tendremos, pues,

$$p_3 = p_2; \quad \eta_q \frac{L}{1+r} = c_p^g (T_3 - T_2). \quad [25-IV]$$

A primera vista pudiera parecer que no es lógico despreciar la entalpía y las condiciones iniciales de temperatura del combustible mientras que se tiene en cuenta su masa, puesto que son magnitudes que parecen ser del mismo orden. Ciertamente es esto lo que sucede con velocidades normales de vuelo, para las cuales no tendremos en cuenta ninguna de estas magnitudes. Hay que tener presente que la entalpía del combustible es una cantidad fija de valor determinado, mientras que la masa del mismo puede llegar a tener una considerable energía cinética que, como veremos, podrá tener fundamental importancia en el balance energético del sistema motopropulsor cuando se considere el movimiento en ejes absolutos y para muy grandes velocidades de vuelo.

### Fase 3-4. Expansión en la turbina

Fijaremos como datos iniciales de la expansión en la turbina la temperatura  $T_3$  y presión  $p_3 = p_2$ , y supondremos, de momento, igual a la unidad el rendimiento de la transmisión turbina-compresor, así como despreciable la energía consumida por los mecanismos auxiliares. Igualando los trabajos de dichos órganos, resulta:

$$J c_p (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2}{2g} = \left[ J c_p (T_3 - T_4) + \frac{w_3^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \right] \frac{1+r}{r},$$

pero al haber tomado iguales las energías cinéticas en la entrada y salida de las cámaras de combustión, la fórmula se simplifica, resultando:

$$J c_p (T_2 - T_1) = \left[ J c_p (T_3 - T_4) - \frac{w_4^2}{2g} \right] \frac{1+r}{r}.$$

La velocidad  $w_4$  es considerable, pudiendo llegar a superar los 30° la diferencia de temperaturas debida a su correspondiente energía cinética. Si se desprecia el término en  $w_4$  se comete un error en la estimación de  $T_4$  del orden del 4 %. Pero este error es en cuanto a ella se refiere exclusivamente, ya que en el cálculo de los valores finales  $T_5$  y  $w_5$ , que son los que realmente interesan en el estudio del ciclo, es mucho menor. En efecto, en el ciclo teórico no dependen estos últimos valores del grado de expansión o temperatura  $T_4$  que se tome para la turbina, mientras que en condiciones reales, al ser  $T_5$  y  $w_5$  funciones de los rendimientos de la turbina y tobera de salida, sí influye la temperatura intermedia que se adopte, pues entonces intervendrán en mayor o menor grado dichos rendimientos. Ahora bien, dados los valores tan elevados y poco diferentes entre sí de ellos, el error final en la estimación de la temperatura y velocidad de salida es insignificante, como tendremos ocasión de ver con un ejemplo en el párrafo siguiente.

Tendremos, pues:

$$c_p (T_2 - T_1) = c_p (T_3 - T_4) \frac{1+r}{r}. \quad [26-IV]$$

La presión  $p_4$  se calculará en función de  $T_1$  y del rendimiento adiabático de la turbina, dado por:

$$\eta_s = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T'_4}.$$

Resultando (fig. 10-IV):

$$\frac{p_4}{p_3} = \frac{p'_4}{p_3} = \left( \frac{T'_4}{T_3} \right)^{\frac{r}{r-1}} = \left( 1 - \frac{T_3 - T_1}{\eta_s T_3} \right)^{\frac{r}{r-1}}. \quad [27-IV]$$

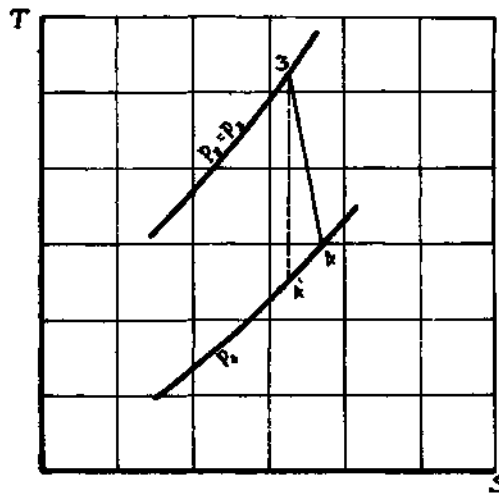


Fig. 10-IV. — Expansión en la turbina.

#### Fase 4-5. Expansión en la tobera de salida

En condiciones nominales de funcionamiento la presión final de los gases  $p_5$  es igual a la ambiente  $p_0$ . Si  $\eta_4$  es el rendimiento adiabático de la tobera, tendremos (fig. 11-IV):

$$\eta_4 = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T'_5}; \quad \frac{T'_5}{T_4} = \left( \frac{p'_5}{p_4} \right)^{\frac{r-1}{r}} = \left( \frac{p_0}{p_4} \right)^{\frac{r-1}{r}}$$

Resultando:

$$T_5 = T_4 \left[ 1 - \eta_4 \left( 1 - \left( \frac{p_0}{p_4} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right) \right]. \quad [28-IV]$$



Que también se puede poner en la forma:

$$T_3 = T_1 \left[ 1 - \eta_{11} \left( 1 - \frac{\left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{r-1}{r}}}{1 - \frac{T_3 - T_4}{\eta_{18} T_8}} \right) \right]. \quad [29-IV]$$

La velocidad de salida  $w_3$ , que designaremos simplemente  $w$ , se obtendrá de:

$$\frac{w^2}{2g} = J c_p^e (T_4 - T_5), \quad [30-IV]$$

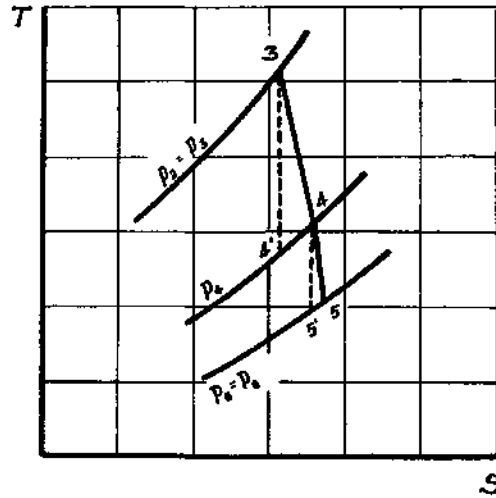


Fig. 11-IV — Fase total de expansión.

y con [26-IV] resulta:

$$\frac{w^2}{2g} = J c_p^e (T_3 - T_1) - J c_p^e (T_2 - T_1) \frac{r}{1+r}. \quad [31-IV]$$

Siendo válida esta fórmula aunque se hubiera considerado la velocidad  $w_1$ , pues entonces sería:

$$\begin{aligned} \frac{w^2}{2g} &= J c_p^e (T_4 - T_5) + \frac{w_1^2}{2g}; \\ J c_p^e (T_2 - T_1) &= \left[ J c_p^e (T_3 - T_1) - \frac{w_1^2}{2g} \right] \frac{1+r}{r}. \end{aligned}$$

Resultando de nuevo [31-IV], aunque en este caso la temperatura  $T_6$  tendría valor diferente.

Veamos ahora con un ejemplo que apenas si afecta a los valores de  $w$  y  $T_6$  la simplificación admitida en el párrafo anterior.

Se fijan los datos de partida siguientes:

Condiciones exteriores —  $V = 0$ ,  $T_0 = 288^\circ$

Datos del motor —  $m_0 = 4:1$ ,  $\eta_2 = 0,78$

$\eta_3 = 0,85$ ,  $\eta_4 = 0,95$

Datos de combustión —  $L = 10300$  Kcal/Kg

$r = 60:1$ ,  $\eta_q = 0,98$

Calores específicos:  $c_p^c = 0,241$ ,  $c_p^g = 0,260$

$c_p^s = 0,276$ .

Todos ellos son valores normales para un turborreactor de tipo común.

Con estos datos, se calcula:

$$T_1 = T_0; \quad \Delta T_c = 140^\circ; \quad T_3 - T_1 = \frac{\Delta T_c}{\eta_2} = \frac{140^\circ}{0,78} = 180^\circ;$$

$$T_3 = T_2 + \eta_q \frac{L}{(1+r) c_p^g} = 468 + 0,98 \cdot \frac{10300}{61 \cdot 0,260} = 1105^\circ \text{K}.$$

Utilizando la fórmula [26-IV], tenemos:

$$T_3 - T_4 = (T_3 - T_1) \frac{c_p^c}{c_p^s} \frac{r}{1+r} = 180 \frac{0,241 \cdot 60}{0,276 \cdot 61} = 155^\circ,$$

resultando  $T_4 = 950^\circ \text{K}$ .

Por otra parte:

$$\left( \frac{p_0}{p_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{1}{4} \right)^{\frac{1,33-1}{1,33}} = 0,71.$$

Con los valores que acabamos de obtener ya se pueden determinar  $T_5$  y  $w$ , mediante las fórmulas [29-IV] y [30-IV], resultando:

$$T_5 = 950 \left[ 1 - 0,95 \left( 1 - \frac{0,71}{1 - \frac{155}{1105 \cdot 0,85}} \right) \right] = 815^\circ \text{K}$$

$$W = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 427 \cdot 0,276 (950 - 815)} = 560 \text{ m/seg.}$$

Tomemos ahora  $w_1 = 280$  m/seg, valor del orden de los existentes en la práctica. En este caso habremos de poner:

$$T_3 - T_4 = \frac{c_p^e}{c_p^e} \frac{r}{1+r} (T_2 - T_1) + \frac{w_1^2}{2 g J c_p^e} = 155 + 34 = 189^\circ; \quad T_4 = 916^\circ K$$

$$T_5 = 916 \left[ 1 - 0,95 \left( 1 - \frac{0,71}{1 - \frac{189}{1105 \cdot 0,85}} \right) \right] = 820^\circ K$$

$$w = \sqrt{2 g J c_p^e (T_4 - T_5) + w_1^2} = \\ = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 427 \cdot 0,276 \cdot (916 - 820) + 280^2} = 550 \text{ m/seg.}$$

Se ha obtenido un valor mayor para la temperatura final  $T_5$  y menor para la velocidad  $w$ . Este resultado ya podía preverse, pues al ser  $\eta_s < \eta_d$ , al considerar la energía cinética residual de la turbina se produce mayor cantidad de expansión con peor rendimiento.

Las diferencias en los valores obtenidos son muy pequeñas, por completo insignificantes para las temperaturas y con sólo un error del orden del 2 % para las velocidades.

### Pérdidas mecánicas

Hasta ahora no se han tenido en cuenta las pérdidas mecánicas que pueden existir en el motor. Son de dos clases: las debidas al arrastre de los mecanismos auxiliares y las de rozamiento en los cojinetes del árbol de la transmisión. En estas últimas pueden incluirse las que se producen por la resistencia al giro que presentan los rodets de la turbina y compresor al rozar con el aire que los envuelve. Todas ellas son insignificantes, no llegando en conjunto a superar el 1 % de la potencia transmitida.

El efecto de estas pérdidas es hacer que la turbina suministre mayor energía que la necesaria para la compresión del aire. Puede definirse el rendimiento mecánico por la relación:

$$\eta_m = \frac{\text{Energía comunicada al aire por el compresor}}{\text{Energía de los gases de expansión absorbida por la turbina}}.$$

Este rendimiento, prácticamente igual a la unidad en los turbo-

reactores, tendrá mayor influencia en el funcionamiento de los turbohélices. Cuando quiera considerarse, la fórmula [26-IV] hay que modificarla, poniendo (1):

$$c_p^e (T_2 - T_1) = \eta_m c_p^e (T_3 - T_4) \frac{1+r}{r} . \quad [32-IV]$$

Viniendo afectadas las fórmulas siguientes de la fase de expansión por esta modificación introducida en el cálculo de  $T_4$ . En particular, para la velocidad de salida de los gases de escape, se obtiene:

$$\frac{w^2}{2g} = J c_p^e (T_3 - T_5) - J c_p^e (T_2 - T_1) \frac{r}{\eta_m (1+r)} . \quad [33-IV]$$

### Rendimiento del ciclo

Los parámetros que se han ido introduciendo en el estudio del ciclo pueden clasificarse en los grupos siguientes:

- a) Parámetros de funcionamiento, de los cuales dependen esencialmente las características del motor:  $\Delta T_c$ ,  $L$  y  $r$ , o bien  $m_o$ ,  $L$  y  $r$ .
- b) Parámetros que indican la mayor o menor perfección lograda en el motor:  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{13}$ ,  $\eta_{14}$ ,  $\eta_{15}$  y  $\eta_m$ .
- c) Parámetros que fijan las condiciones de vuelo:  $V$  y  $T_o$ .

En función de estos parámetros y con las fórmulas que se han ido estableciendo sucesivamente, estamos en condiciones de calcu-

---

(1) En realidad, de acuerdo con la definición dada para el rendimiento mecánico, debería ponerse:

$$\eta_m = \frac{J c_p (T_2 - T_1) + \frac{w_2^2}{2g}}{\left[ J c_p (T_3 - T_4) + \frac{w_3^2}{2g} - \frac{w_4^2}{2g} \right] \frac{1+r}{r}} ,$$

pero al despreciar las energías cinéticas resulta la fórmula que se ha insertado. Puede observarse que resulta absurdo despreciar dichas energías cinéticas, lo que proporciona mayor error que el prescindir del rendimiento mecánico, pero se ha hecho en esta forma para indicar cómo se efectuarían los cálculos con unas pérdidas mecánicas de mayor consideración.

lar todas las temperaturas y presiones del ciclo y, por tanto, su rendimiento. Este último se expresará con:

$$\eta_r = \frac{\text{Incremento de energía cinética obtenido}}{\text{Calor comunicado}} .$$

Es decir, que se tendrá:

$$\eta_r = \frac{\frac{1+r}{r} \frac{w^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}}{J \frac{L}{r}} = \frac{(1+r) w^2 - r V^2}{2g J L} . \quad [34\text{-IV}]$$

O bien:

$$\eta_r = \eta_q \frac{\frac{1+r}{r} c_p^e (T_3 - T_5) - \frac{1}{\eta_m} c_p^e (T_2 - T_1) - c_p^e (T_1 - T_0)}{c_p^q (T_3 - T_2) \frac{1+r}{r}} . \quad [35\text{-IV}]$$

La fórmula que se ha establecido para el rendimiento puede ser útil en aplicaciones numéricas, ya que proporciona bastante buena aproximación, pero intentar ponerla en función de los parámetros fundamentales y analizar la influencia que ejerce cada uno de ellos resultaría enormemente complicado. Por esta razón procuraremos establecer una fórmula mucho más sencilla y que nos dará también suficiente aproximación, con el único inconveniente de que se perderá generalidad, puesto que las simplificaciones que se admitirán sólo serán posibles para turborreactores de características normales.

### Estudio del ciclo en forma simplificada

La primera simplificación que se admitirá será la de suponer que el aire se comporta como un gas perfecto, sin tener en cuenta las modificaciones que introduce en sus propiedades el proceso de la combustión. También tomaremos iguales los gastos en las fases de compresión y expansión.

Con esto, las temperaturas y presiones se calcularán con las fórmulas ya establecidas, poniendo en ellas:

$$c_p^c = c_p^a = c_p^e = c_p^s = c_p; \quad \gamma^c = \gamma^e; \quad (1 + r) \approx r.$$

En lo sucesivo va a resultar ventajoso referir el ciclo real, y en especial su rendimiento, al ciclo teórico que seguiría el motor si

todos sus rendimientos orgánicos fuesen iguales a la unidad. Para ello habremos de tomar en ambos ciclos los mismos parámetros fundamentales, es decir: las condiciones exteriores  $p_0$ ,  $T_0$  y  $V_0$ ; el incremento de temperatura  $\Delta T_c$ , y los parámetros de combustión  $L$  y  $r$  (1).

En estas condiciones tendríamos el inconveniente que los ciclos estarían comprendidos entre distintas isóbaras. En efecto, las presiones y temperaturas de fin de compresión

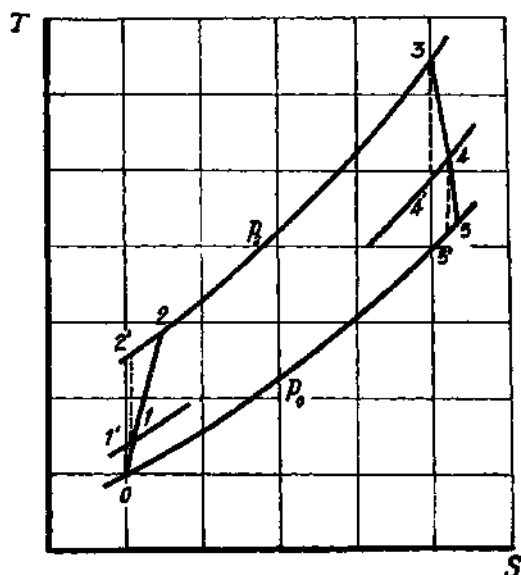


Fig. 12-IV.—Ciclo real.

de los ciclos teórico y real, vendrán dados por (fig. 13-IV):

$$T_2' = T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c \quad [36-IV]$$

$$T_2 = T_0 + \Delta T_d + \frac{\Delta T_c}{\eta_2} \quad [37-IV]$$

(1) Realmente, si a un compresor, por ejemplo, se le pudiese aumentar su rendimiento hasta ser igual a la unidad, funcionaría con la misma temperatura final, pero con mayor presión. Ahora bien, según la definición de rendimiento adiabático, el efecto útil es la presión final. Por esta razón se toma esta cantidad constante, disminuyendo el incremento de temperatura real hasta llegar a ser igual al teórico cuando el rendimiento tiende a valer la unidad. Este es el motivo de que deba tomarse como ciclo teórico de referencia uno de iguales presiones en vez de otro de iguales temperaturas finales.

$$p'_2 = p_0 \left( 1 + \frac{\Delta T_d + \Delta T_c}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad [38-IV]$$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_1}{p_0} \frac{p_2}{p_1}; \quad \frac{p_1}{p_0} = \left( 1 + \eta_1 \frac{\Delta T_d}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( 1 + \frac{\Delta T_c}{T_0 + \Delta T_d} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Resultando:

$$p_2 = p_0 \left[ \frac{T_0 + \eta_1 \Delta T_d}{T_0 + \Delta T_d} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left[ 1 + \frac{\Delta T_d + \Delta T_c}{T_0} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad [39-IV]$$

Comparando las expresiones [38-IV] y [39-IV] puede comprobarse que las presiones son diferentes, siendo  $p'_2 > p_2$  y coincidiendo ambos valores para  $\eta_1 = 1$ . Ahora bien, para el ciclo simplificado que estamos estudiando no consideraremos nunca velocidades supersónicas, y en este caso la influencia del rendimiento de la toma dinámica en la presión final y en el rendimiento global de la fase de compresión es notablemente escasa. Esto se debe a que en estas condiciones los rendimientos de la toma dinámica son muy elevados, por encima de 0,90 en la generalidad de los casos, y a que los incrementos de temperatura debidos a la velocidad de vuelo son muy inferiores a los que proporciona el compresor.

El rendimiento adiabático de la compresión hay que definirlo en la forma siguiente (fig. 13-IV):

$$\eta_c = \frac{T'_2 - T_0}{T_2 - T_0},$$

siendo:

$$T'_2 = (T_0 + \eta_1 \Delta T_d) \frac{T'_2}{T_1}.$$

Denominando  $\nu$  y  $\lambda$  a las relaciones:

$$\nu = \frac{T_0}{\Delta T_c} \quad [40-IV]$$

$$\lambda = \frac{\Delta T_d}{\Delta T_c}, \quad [41-IV]$$

teniendo en cuenta el valor de  $T_2$  y dividiendo por  $\Delta T_c$ , se obtiene como expresión del rendimiento de la compresión:

$$\eta_c = \frac{(\nu + \lambda \eta_{11}) \left( 1 + \frac{1}{\lambda + \nu} \right) - \nu}{\frac{1}{\eta_2} + \lambda} . \quad [42-IV]$$

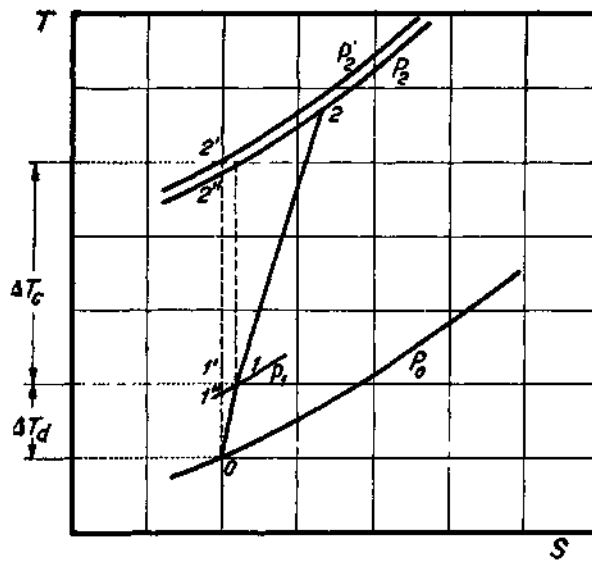


Fig. 13-IV.— Fase de compresión.

Para  $V = 0$ , es  $\lambda = 0$ , resultando  $\eta'_c = \eta_2$ . Para  $\eta_{11} = 1$ , tenemos:

$$\eta_c = \frac{(1 + \lambda) \eta_2}{1 + \lambda \eta_2} . \quad [43-IV]$$

Tomemos  $\Delta T_c = 140^\circ$ , lo que corresponde a una relación de compresión nominal  $m_0 = 4 : 1$ , no siendo frecuente utilizar en la práctica valores inferiores a éste. Con  $V = 950$  Km/hora, resulta  $\Delta T_d = 35^\circ$ ,  $\lambda = 0,25$ . Fijando un valor mínimo para  $\eta_{11}$  de 0,85, y con  $\eta_2 = 0,75$  y 0,85, calculamos el cuadro siguiente:



$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_c$	$T_2$	$p_2/p_0$	$p'_2/p_0$
0,85	0,75	0,76	510°	5,00	5,25
	0,85	0,84	488°	5,00	5,25
0,90	0,75	0,77	510°	5,05	5,25
	0,85	0,85	488°	5,05	5,25
0,95	0,75	0,78	510°	5,15	5,25
	0,85	0,87	488°	5,15	5,25
1,00	0,75	0,79	510°	5,25	5,25
	0,85	0,88	488°	5,25	5,25

Como puede verse, aun en el caso excepcionalmente desfavorable de tomar  $\eta_1 = 0,85$ , ya que en la práctica suele ser mayor, la influencia de este rendimiento en los resultados finales de la fase de compresión es de muy poca consideración. Tomando  $\eta_1 = 1$ , la temperatura final es la misma y la diferencia entre las relaciones de compresión es del 5 % como máximo, siendo todavía menor el error para el rendimiento de la compresión. En cuanto las velocidades de vuelo disminuyen de los 700 u 800 Km/hora los errores son insignificantes, siendo nulos para  $V = 0$ .

En resumen, de aquí en adelante y para velocidades subsónicas de vuelo tomaremos  $\eta_1 = 1$ , calculándose la fase de compresión mediante las fórmulas siguientes:

$$T_1 = T'_1 = T_0 + \frac{V^2}{2gJc_p}; \quad [44\text{-IV}]$$

$$p'_1 = p_1 = p_0 \left( 1 + \frac{V^2}{2gJc_p} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \quad [45\text{-IV}]$$

$$T_2 = T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c; \quad [46\text{-IV}]$$

$$p'_2 = p_2 = p_0 \left( 1 + \frac{\Delta T_d + \Delta T_c}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \quad [47\text{-IV}]$$

$$\eta_c = \frac{(1 + \lambda) \eta_{13}}{1 + \lambda \eta_{12}}; \quad [48-IV]$$

$$T_3 = T_0 + \frac{\Delta T_d + \Delta T_c}{\eta_c}. \quad [49-IV]$$

En este caso los ciclos teórico y real vienen comprendidos entre las mismas isóbaras, estando representados en la figura 14-IV.

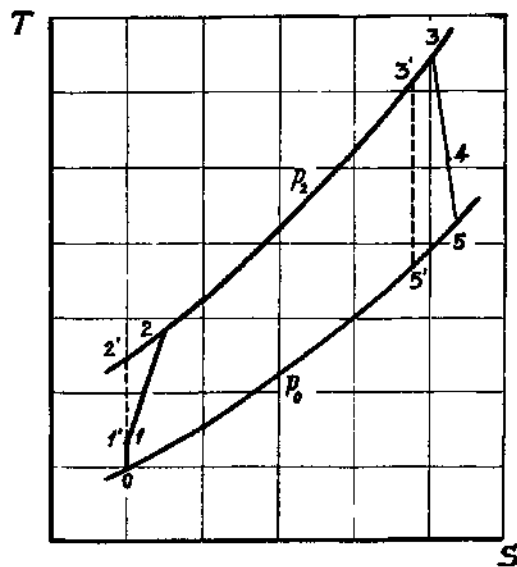


Fig. 14-IV.—Ciclo real y ciclo teórico de referencia.

### Fórmulas para la combustión

La temperatura  $T'_3$  de fin de combustión se calcula con:

$$T'_3 = T'_2 + \frac{L}{r c_p}, \quad [50-IV]$$

y la real viene dada por:

$$T_3 = T_2 + \eta_q \frac{L}{r c_p} = T_0 + \frac{T'_2 - T_0}{\eta_{1c}} + \eta_{1q} \frac{L}{r c_p}.$$

Valiendo la diferencia entre ellas:

$$T_3 - T'_3 = (\Delta T_d + \Delta T_c) \left( \frac{1}{\eta_c} - 1 \right) - \frac{L}{r c_p} (1 - \eta_q).$$

Vamos a efectuar la simplificación de tomar  $T_3 = T'_3$ . Con esto se comete un error de alguna consideración, que puede llegar a ser hasta de 40° ó 50° en la estimación de  $T_3$ , cuando  $\eta_c$  tenga valores reducidos (0,75) y  $\eta_q$  grandes (0,98). La influencia de esta simplificación en el rendimiento puede dar lugar a errores del orden del 2 ó 3 %, representando siempre una disminución en su valor verdadero, ya que normalmente es  $T_3 > T'_3$ . Para motores de tipo normal esta simplificación servirá para compensar en gran parte los errores debidos a las que anteriormente se adoptaron, y sobre todo presenta la gran ventaja de que serán los cálculos mucho más sencillos, lográndose muy buenas aproximaciones en la estimación de los rendimientos.

En definitiva, tomamos para la combustión:

$$p_3 = p_2; \quad T_3 = T'_2 + \frac{L}{r c_p} = T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c + \frac{L}{r c_p}. \quad [51-IV]$$

### Fórmulas para la expansión

Análogamente a como se efectuó para la compresión, definiremos un rendimiento adiabático de la expansión del modo siguiente (fig. 15-IV) (1):

$$\left. \begin{aligned} \eta_e &= \frac{T_3 - T_5}{T_3 - T'_5} = \frac{T_3 - T_4 + T_4 - T_5}{T_3 - T'_4 + T'_4 - T'_5} = \\ &= \frac{\eta_3 + \mu \frac{T_4 - T_5}{T'_4 - T'_5}}{1 + \mu} = \frac{\eta_3 + \frac{T_4}{T'_4} \mu \eta_4}{1 + \mu} \approx \frac{\eta_{34} + \mu \eta_4}{1 + \mu}, \end{aligned} \right\} \quad [52-IV]$$

---

(1) La temperatura  $T'_4$  no es la que existiría para el ciclo teórico de referencia en la salida de la turbina, ya que se calcularía poniendo simplemente:

$$T_3 - T'_4 = \Delta T_c.$$

Pero esto no influye para nada en los cálculos desarrollados.

Resulta para el valor de  $\mu$ :

$$\mu = \frac{T'_4 - T'_5}{T'_8 - T'_4} = \frac{T'_3 - T'_5}{T'_3 - T'_4} - 1 = \frac{T'_3 \left(1 - \frac{T_0}{T'_2}\right)}{T'_8 - T'_4} - 1 = \left. \begin{aligned} &= \frac{T'_3}{T'_2} (\Delta T_d + \Delta T_c) \\ &= \frac{\Delta T_c}{\eta_2 \eta_{i3}} - 1 = \alpha \eta_{i2} \eta_{i3} (1 + \lambda) - 1. \end{aligned} \right\} [53-IV]$$

**Fig. 15-IV.—Simplificaciones en la fase de expansión.**

$$T_0 = 288^\circ, \quad V = 0, \quad \Delta T_c = 140^\circ, \quad \eta_{12} = 0,78, \quad \eta_{13} = 0,85, \\ \eta_{14} = 0,95, \quad L = 10300 \text{ Kcal/Kg} \quad \text{y} \quad r = 60 : 1,$$
$$T_2=428^\circ\text{K}, \quad T_3=1130^\circ\text{K}, \quad T_4=919^\circ\text{K}, \quad T_1=950^\circ\text{K}, \quad T_2/T_1=1.03.$$

Obteniéndose:

$\eta_e = 0,90$  con la fórmula aproximada y  $\eta_e = 0,91$  con la exacta.

La principal ventaja del uso de la fórmula aproximada es que podemos calcular directamente  $T_5$  sin tener en cuenta la fase intermedia de la expansión, es decir, sin intervenir en los cálculos  $T_4$  y  $T_4'$ .

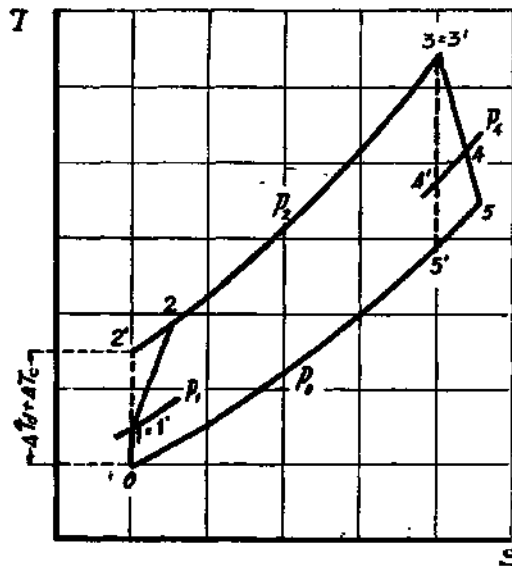


Fig. 16-IV.—Ciclo real simplificado y ciclo teórico de referencia.

Basta poner:

$$T_5 = T_3 - \eta_e (T_3 - T_5'); \quad T_5' = \frac{T_0 T_3'}{T_2'}.$$

Para el ejemplo anterior resulta  $T_5 = 788^\circ$ , mientras que con las fórmulas sin simplificar se obtiene un valor igual a  $784^\circ$ , resultando una diferencia insignificante.

En función de los parámetros fundamentales resulta para la temperatura  $T_5$ :

$$T_5 = T_3 - \eta_e (T_3 - T_5') = \left( T_0 + \Delta T_d' + \Delta T_c + \frac{L}{r c_p} \right) \cdot \left( 1 - \eta_e \frac{\Delta T_d + \Delta T_c}{T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c} \right). \quad [54-IV]$$

Para cuyo cálculo se obtiene  $\eta_e$  con la fórmula [52-IV] y  $\mu$  con la [53-IV].

La velocidad de salida de los gases de escape se obtiene del modo siguiente:

$$\begin{aligned} w &= \sqrt{2 g J c_p [(T_3 - T_5) - (T_2 - T_1)]} = \\ &= \sqrt{2 g J c_p \left[ \alpha \eta_e (\Delta T_d + \Delta T_c) - \frac{\Delta T_c}{\eta_3} \right]} \end{aligned} \quad [55-IV]$$

Teniendo en cuenta las simplificaciones admitidas, están representados en la figura 16-IV los ciclos que estamos considerando.

### Cálculo del rendimiento

Podemos obtenerlo mediante la expresión:

$$\begin{aligned} \eta_r &= \frac{\frac{w^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}}{J \frac{L}{r}} = \frac{J c_p (T_3 - T_5) - J c_p (T_2 - T_1) - J c_p (T_1 - T_0)}{J c_p (T_3 - T_2)} = \\ &= \frac{T_3 - T_5 - (T_2 - T_0)}{T_3 - T_2}, \end{aligned}$$

y sustituyendo:

$$\begin{aligned} \eta_r &= \frac{(T_3 - T_5) \eta_e - \frac{T_2 - T_0}{\eta_c}}{T_3 - T_2} = \frac{T_3 \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \eta_e - \frac{T_2 - T_0}{\eta_c}}{T_3 - T_2} = \\ &= \frac{\frac{T_3}{T_2} \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \eta_e - \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \frac{1}{\eta_c}}{\frac{T_3}{T_2} - 1} = \frac{\alpha \eta_e - \frac{1}{\eta_c}}{\alpha - 1} \eta_t. \end{aligned} \quad [56-IV]$$

En la que  $\alpha = T_3/T_2$  es la relación, ya definida, de las temperaturas de combustión, y  $\eta_t = 1 - T_0/T_2$  es el rendimiento del ciclo teórico.

La fórmula establecida presenta la ventaja, además de su sencillez, de darnos el rendimiento real del motor como el producto del teórico por otro factor. De esta forma, el término:

$$\eta_k = \frac{\alpha \eta_e - \frac{1}{\eta_c}}{\alpha - 1} \quad [57-IV]$$

servirá para indicar el grado de perfeccionamiento del motor, razón por la cual lo denominaremos rendimiento de calidad.

Poniendo la fórmula en función de los parámetros fundamentales con:

$$\alpha = \frac{T_3'}{T_2'} = 1 + \frac{L}{r c_p T_2'} = 1 + \frac{L}{r c_p (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c)},$$

resulta:

$$\eta_v = \left[ \eta_e - \frac{r c_p}{L} (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c) \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right) \right] \eta_t, \quad [58-IV]$$

estudiándose fácilmente en ella la influencia de cada una de las variables.

### Comparación de las fórmulas establecidas

Vamos a efectuar una comparación de los datos más importantes del ciclo, así como de su rendimiento, calculándolos con las fórmulas que se establecieron primeramente y después con las simplificadas. Tomaremos para ello datos reales de un turborreactor, del que se determinará también su rendimiento mediante la velocidad de salida de los gases de escape. De momento, efectuaremos la comparación para  $V = 0$  y  $T_0 = 288^\circ$ , aunque posteriormente analizaremos la variación del rendimiento con la velocidad y altura de vuelo y se insertarán datos reales sobre los valores susceptibles de alcanzarse.

Fijémonos en el turborreactor Rolls-Royce Derwent V—de características en cuanto a presiones, temperaturas, rendimientos, etc., completamente usuales y uno de los de más reciente construcción—. Destacamos de él los datos siguientes:

$$L = 10310 \text{ Kcal/Kg}; \quad r = 60 : 1; \quad w = 550 \text{ m/seg.}$$

Con ellos se calcula el rendimiento verdadero del motor, ya que para  $V = 0$  es (1):

$$\eta_v = \frac{(1 + r) w^2}{2 g J L} = \frac{61 \cdot 550^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 427 \cdot 10310} = 0,21.$$

(1) El rendimiento es el verdadero del motor si  $w$  es la velocidad media en la sección de salida.

Además incluimos los siguientes datos funcionales:

Condiciones exteriores:	$\theta_0 = 15^\circ$ ( $T_0 = 288^\circ$ ) $p_0 = 1,033 \text{ Kg/cm}^2$ .
Entrada en las cámaras de combustión:	$\theta_2 = 207^\circ$ ( $T_2 = 480^\circ$ ) $p_2 = 4,33 \text{ Kg/cm}^2$ .
Entrada en la directriz de la turbina:	$\theta_3 = 837^\circ$ ( $T_3 = 1110^\circ$ ) $p_3 = 4,08 \text{ Kg/cm}^2$ .
Salida de la turbina	$\theta_4 = 612^\circ$ ( $T_4 = 885^\circ$ ) $p_4 = 1,41 \text{ Kg/cm}^2$ .
Sección final de la tobera de salida:	$\theta_5 = 550^\circ$ ( $T_5 = 823^\circ$ ) $p_5 = p_0 = 1,033 \text{ Kg/cm}^2$ .

Para los rendimientos tenemos los siguientes valores ( $V = 0$ ):

$$\eta_c = \eta_s = 0,76; \quad \eta_s = 0,87; \quad \eta_{t1} = 0,96; \quad \eta_{t2} = 0,98.$$

De los datos anteriormente citados de temperaturas se deduce:

$$c_p^c = 0,241; \quad c_p^g = 0,260; \quad c_p^e = 0,276;$$

$$\gamma^c = 1,4; \quad \frac{\gamma^c - 1}{\gamma^c} = 0,285;$$

$$\gamma^e = 1,33; \quad \frac{\gamma^e - 1}{\gamma^e} = 0,248.$$

Por otra parte (1):

$$\Delta T_c = \left[ \left( \frac{4,33}{1,033} \right)^{0,285} - 1 \right] 288^\circ = 145^\circ.$$

Con estos valores ya tenemos todos los parámetros que intervienen en los cálculos del ciclo, tanto con las fórmulas exactas como con las simplificadas.

---

(1) También puede calcularse poniendo:

$$\Delta T_c = (T_2 - T_0) \eta_s = 192 \cdot 0,76 = 145^\circ.$$



En la expresión:

$$\eta_r = \eta_q \frac{\frac{1+r}{r} c_p^c (T_3 - T_5) - \frac{1}{\eta_m} c_p^c (T_2 - T_1) - c_p^c (T_1 - T_0)}{\frac{1+r}{r} c_p^q (T_3 - T_2)}$$

con  $\eta_m \approx 1$  y  $T_1 = T_0$ , no necesitamos calcular más que los valores de las temperaturas. Resulta:

$$T_0 = 288^\circ; \quad T_2 = T_0 + \frac{\Delta T_c}{\eta_2} = 480^\circ; \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 42^\circ$$

$$T_3 = T_2 + \frac{L}{(1+r) c_p^q} \eta_q = 480 + \frac{10310}{61 \cdot 0,260} 0,98 = 1116^\circ;$$

$$T_4 = T_3 - \frac{c_p^c}{c_p^e} (T_2 - T_0) \frac{r}{r+1} = 947^\circ;$$

$$\begin{aligned} T_5 &= T_4 \left( 1 - \eta_4 \left\{ 1 - \frac{\left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{r-1}{r}}}{1 - \frac{T_3 - T_4}{T_3 \eta_3}} \right\} \right) = \\ &= 947 \left( 1 - 0,96 \left\{ 1 - \frac{\left( \frac{1,033}{4,33} \right)^{0,248}}{1 - \frac{168}{1116 \cdot 0,87}} \right\} \right) = 808^\circ. \end{aligned}$$

Por último, sustituyendo estos valores en la fórmula del rendimiento, resulta:

$$\eta_r = 0,22.$$

En el caso de fórmulas simplificadas, tenemos:

$$T'_2 = T_0 + \Delta T_c = 433^\circ;$$

$$T'_3 = T_3 = T'_2 + \frac{L}{r c_p} = 433 + \frac{10310}{60 \cdot 0,241} = 1146^\circ;$$

$$\alpha = T'_3/T'_2 = 2,64;$$

$$\mu = \alpha \eta_s \eta_8 - 1 = 2,64 \cdot 0,76 \cdot 0,87 - 1 = 0,75;$$

$$\eta_e = \frac{\eta_8 + \mu \eta_4}{1 + \mu} = \frac{0,87 + 0,75 \cdot 0,96}{1 + 0,75} = 0,91$$

y con

$$\eta_t = 1 - \frac{T_0}{T'_2} = 1 - \frac{288}{433} = 0,335,$$

resulta:

$$\eta_r = \frac{\alpha \eta_e - \frac{1}{\eta_e}}{\alpha - 1} \eta_t = \frac{2,64 \cdot 0,91 - \frac{1}{0,76}}{2,64 - 1} \cdot 0,335 = 0,223.$$

Aunque no interviene en los cálculos del rendimiento, la temperatura  $T_5$  se obtiene con:

$$\begin{aligned} T_5 &= T'_8 - \eta_e (T'_8 - T'_5) = T'_8 - \eta_e T'_8 \left(1 - \frac{T_0}{T'_2}\right) = \\ &= T'_8 (1 - \eta_e \eta_t) = 1146 \cdot 0,688 = 796^\circ. \end{aligned}$$

Los datos más importantes del ciclo, resumen de los cálculos anteriores, se insertan en el siguiente cuadro comparativo:

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_5$	$\eta_r$
Datos reales del motor.....	288°	480°	1110°	823°	0,210
Resultados obtenidos con las fórmulas sin simplificar.....	288°	480°	1116°	808°	0,220
Idem con las simplificadas.....	288°	480°	1146°	796°	0,223

Como puede observarse, tanto con las fórmulas completas como con las simplificadas se consigue muy buena aproximación, siendo prácticamente iguales los resultados obtenidos para los rendimientos.

No merece la pena efectuar más comparaciones, ya que las características termodinámicas de la mayoría de los turborreactores construidos en la actualidad difieren poco unas de otras.

Si nos fijamos en las aproximaciones que se han ido admitiendo hasta llegar a la fórmula simplificada del rendimiento, veremos que

han sido establecidas para unas ciertas condiciones de los parámetros. Por esta razón, solamente se obtendrán buenas aproximaciones cuando los rendimientos orgánicos tengan valores elevados, las relaciones aire/combustible sean del orden de 60:1 y las relaciones de compresión estén comprendidas entre 3:1 y 6:1.

#### INFLUENCIA QUE EJERCEN EN EL RENDIMIENTO CADA UNO DE LOS PARÁMETROS FUNDAMENTALES DEL CICLO

Vamos a estudiar cómo varía el rendimiento del ciclo en función de los parámetros fundamentales que caracterizan el funcionamiento del motor. Los cálculos se harán tomando sucesivamente cada uno de ellos, a saber:

$$\eta_c, \quad \eta_c r, \quad L, \quad \Delta T_c$$

como variable independiente, mientras los demás permanecen constantes. La influencia de las condiciones exteriores, velocidad y altura de vuelo se estudiará posteriormente, no siendo posible efectuarlo en la forma señalada.

Un estudio de esta naturaleza puede efectuarse gráficamente, es decir, dando valores al parámetro que se haya escogido y dibujando por puntos la curva de rendimiento resultante, o bien analíticamente mediante el estudio de la función elegida. Este segundo procedimiento es mucho mejor que el primero, ya que trazando una curva por puntos nunca se llega a un completo conocimiento de la función.

Ahora bien, no es posible realizar en la práctica este estudio analítico con las fórmulas exactas, pues si la expresión verdadera del rendimiento (fórmula [35-IV]) se pone en función de los parámetros fundamentales resulta de una complejidad terrible. Por otra parte, hay que tener en cuenta que para estudios de este tipo no es necesaria una gran aproximación, bastando que los resultados sean ciertos desde el punto de vista cualitativo y que se obtenga un cierto grado de aproximación cuantitativa. Por esta razón, el estudio se efectuará con la fórmula simplificada del rendimiento, y pese a las limitaciones con que fué establecida, veremos posteriormente que se obtiene muy buena aproximación en todos los resultados, especialmente para los valores de los parámetros susceptibles de alcanzarse en la práctica.

### Variación del rendimiento termodinámico del motor con los de la expansión y compresión

Para el estudio de las funciones  $\eta_r = f(\eta_e)$  y  $\eta_r = f(\eta_c)$ , se utilizará la fórmula:

$$\eta_r = \frac{\alpha \eta_e - \frac{1}{\eta_c}}{\alpha - 1} \eta_i.$$

Como el rendimiento  $\eta_i$  no depende más que de las temperatu-

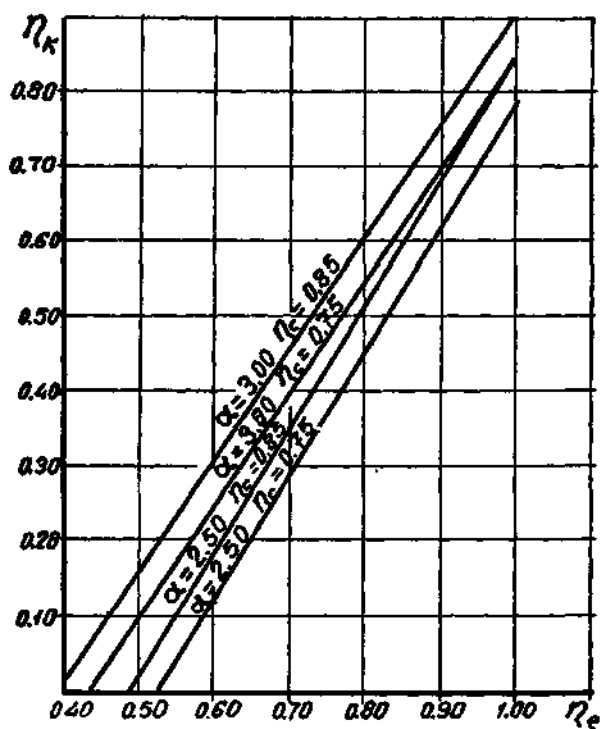


Fig. 17-IV.—Curvas  $\eta_k = f(\eta_e)$ , ( $T_0 = 288^\circ$ ,  $V = 0$ )

ras del ciclo teórico, podemos considerar únicamente para su estudio las funciones  $\eta_k = f(\eta_e)$  y  $\eta_k = f(\eta_c)$ . En cada una de ellas intervendrán como parámetros  $\alpha$ —también función de las temperaturas teóricas—y el otro rendimiento.

La función  $\eta_k = f(\eta_e)$  es lineal. La pendiente de la recta es igual a  $\alpha/(\alpha - 1)$ , y su ordenada en el origen tiene por valor  $-(1/\eta_c)/(\alpha - 1)$ . Si  $\eta_e$  llegase a tomar valores iguales o menores que  $1/\alpha \eta_c$ ,  $\eta_k$  se anularía y con él el rendimiento del motor (1).

La curva  $\eta_k = f(\eta_e)$  es hiperbólica, anulándose el rendimiento cuando  $\eta_c$  sea igual o menor que  $1/\alpha \eta_e$ .

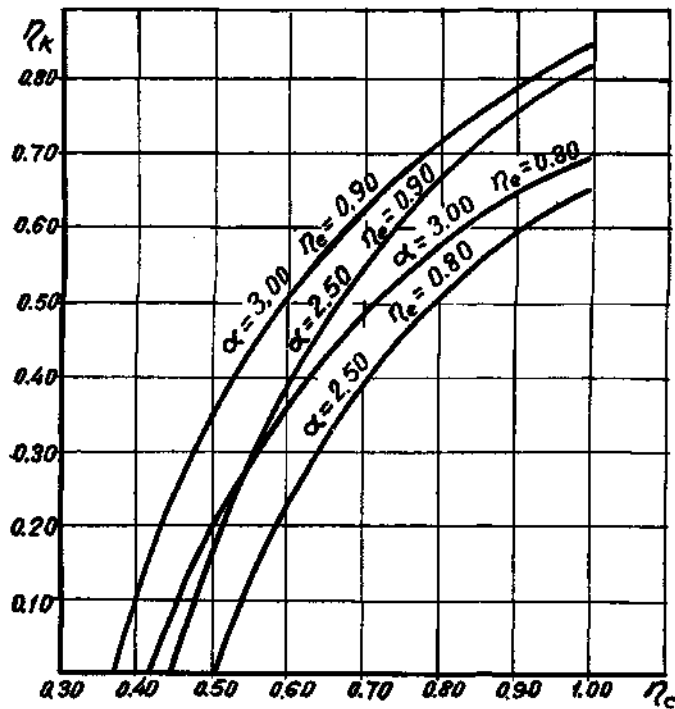


Fig. 18-IV.—Curvas  $\eta_k = f(\eta_e)$ , ( $T_s = 298^\circ$ ,  $V = 0$ ).

En las figuras 17-IV y 18-IV están representadas ambas funciones para distintos valores de los parámetros.

Puede destacarse la observación de que el rendimiento de la expansión ejerce mayor influencia en el del motor que el de la compresión. En efecto, la pendiente de la recta  $\eta_k = f(\eta_e)$  ya vimos

(1) Carece de sentido físico el considerar rendimientos negativos. Por esta razón, cuando fuese  $\eta_e < 1/\alpha \eta_c$ , indicaría que el motor es incapaz de funcionar, debiendo tomarse  $\eta_k = 0$  y no  $\eta_k < 0$ .

que tenía por valor  $\alpha/(\alpha - 1)$ , mientras que la de la hipérbola viene dada por:

$$\frac{d\eta_k}{d\eta_c} = \frac{1}{\eta_c^2 (\alpha - 1)},$$

siendo mayor la primera que la segunda, si  $\eta_c > 1/\sqrt{\alpha}$ .

Los valores de la relación  $\alpha$  de temperaturas teóricas suelen estar comprendidos entre 2,5 y 2,7. Por tanto, mientras que el rendimiento de la compresión se mantenga superior a valores del orden de 0,60, sus variaciones influirán menos en el del motor que las que experimente el de la expansión. Con un ejemplo numérico aclararemos esta cuestión:

Para  $\alpha = 2,6$ ;  $\eta_c = 0,80$ ;  $\eta_e = 0,80$ , resulta  $\eta_k = 0,52$ . Poniendo ahora  $\eta_e = 0,90$ , para los mismos valores de  $\alpha$  y  $\eta_c$ , resulta  $\eta_k = 0,68$ . En cambio, poniendo  $\eta_c = 0,90$  y manteniendo  $\alpha = 2,6$ ,  $\eta_e = 0,80$ , se obtiene solamente  $\eta_k = 0,60$ .

Como vemos, el incremento de  $\eta_k$  conseguido al mejorar el rendimiento de la expansión es doble que el obtenido al aumentar el de la compresión en la misma proporción. Al ser el rendimiento del motor proporcional al de calidad  $\eta_k$ , todo lo dicho se aplica inmediatamente a él.

Podría considerarse el caso de turborreactores funcionando con muy elevadas relaciones aire/combustible, o bien que tuviesen muy bajos rendimientos de la compresión. En este caso el proceso sería a la inversa, teniendo mayor influencia en el comportamiento del motor dicho rendimiento de la compresión.

Estos rendimientos de la compresión y expansión ya vimos que eran función de los del compresor y turbina, prácticamente casi análogos a ellos. Por tanto, el estudio anterior se refiere de un modo inmediato a la influencia de los rendimientos de estos órganos en el del motor.

Ya se ha hecho la observación de que cuando  $\eta_e$  o  $\eta_c$  tienen valores bajos, el rendimiento de calidad se anula y el motor es incapaz de funcionar. Esto sucede cuando:

$$\eta_e \eta_c < \frac{1}{\alpha}.$$

En los turborreactores modernos el producto  $\eta_e \cdot \eta_c$  es siempre superior a 0,65 ó 0,70, mientras que  $1/\alpha$  suele ser inferior a 0,40. En

cambio, en los primitivos proyectos de turbinas de gas, al ser bajos los rendimientos del compresor y turbina, apenas si se obtenía potencia útil en el motor, absorbiendo el compresor casi toda la producida por la turbina.

Una vez más haremos la observación de que los estudios anteriores, así como los valores que se han insertado para  $\alpha$  y los rendimientos, se refieren exclusivamente a condiciones de funcionamiento en régimen nominal. Precisamente, cuando el motor trabaja

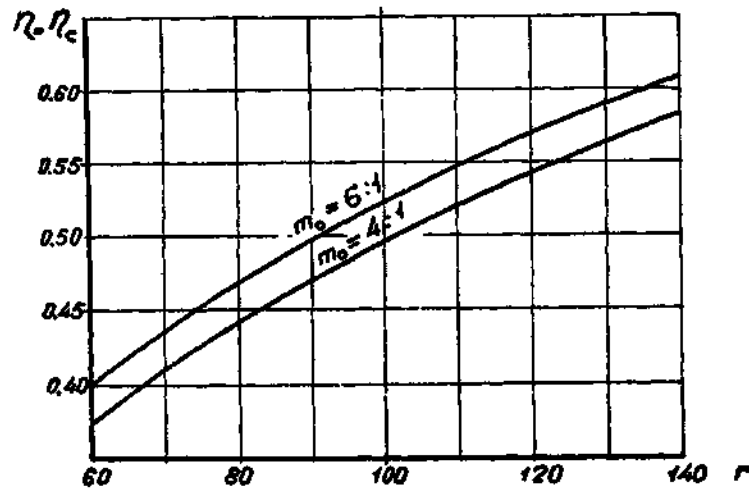


Fig. 19-IV.—Valores del producto  $\eta_c \eta_t$  que anulan el rendimiento del motor ( $T_0 = 288^\circ$ ,  $V = 0$ ).

con regímenes inferiores al nominal, la relación aire/combustible aumenta, mientras que los rendimientos orgánicos disminuyen, pudiendo producirse fenómenos muy distintos a los señalados. Sobre esta cuestión se volverá a insistir más adelante, cuando se trate del estudio del motor en condiciones de régimen variable.

#### Variación del rendimiento con la relación aire/combustible

El poder calorífico inferior del combustible  $L$  y la relación aire/combustible en peso  $r$  nunca influyen separadamente en los cálculos, sino que siempre interviene su cociente  $L/r$ . Tomando esta relación  $L_r$  como parámetro, que indica las calorías introduci-

das en el ciclo por kilogramo de aire, se tendría una mayor generalidad, ya que no depende del tipo de combustible utilizado. En cambio, los datos y resultados serían menos intuitivos, puesto que se está más familiarizado con los conceptos de poder calorífico y relación aire/combustible. Por esta razón, nos referiremos con preferencia a los valores por separado de  $L$  y  $r$ .

Puesta la expresión del rendimiento en la forma:

$$\eta_r = \left[ \eta_c - \frac{r c_p}{L} (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c) \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_r \right) \right] \frac{\Delta T_d + \Delta T_c}{T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c} \quad [59-IV]$$

se observa inmediatamente que disminuye linealmente a medida que aumenta la relación aire/combustible.

El rendimiento llegaría a anularse cuando:

$$r = \frac{L \eta_c \eta_c}{c_p (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c) (1 - \eta_c \eta_c)} \quad [60-IV]$$

Resultando unos valores de  $r$  del orden de 250:1 a 300:1 cuando se toman datos usuales en la fórmula.

La pendiente de la recta viene dada por:

$$\frac{d\eta_r}{dr} = - \frac{c_p}{L} \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_c \right) (\Delta T_d + \Delta T_c) \quad [61-IV]$$

Tanto con esta fórmula como con la anterior puede observarse que la variación de  $\eta_r$  con  $r$  es tanto menos acentuada cuanto más se aproximen los rendimientos orgánicos a la unidad. Esto responde al significado físico de que el ciclo se aproxima más al teórico, en el cual su rendimiento es independiente de la relación aire/combustible. En cambio, cuanto mayor sea la temperatura de fin de compresión, representada por el término  $\Delta T_d + \Delta T_c$ , más pronto se anula el rendimiento y mayor es el valor absoluto de la pendiente de la recta. El significado físico de esta última conclusión no es tan claro como el de la primera, pero también se explica fácilmente. Hay que tener en cuenta que al aumentar la relación de compresión o temperatura  $T_2$ , como mantenemos constantes los rendimientos  $\eta_c$  y  $\eta_e$ , es decir, los cocientes:

$$\eta_c = \frac{T_2' - T_0}{T_2 - T_0}; \quad \eta_e = \frac{T_3 - T_1}{T_3 - T_1'},$$



resulta que son mayores las diferencias:

$$(T_2 - T_0) - (T'_2 - T); \quad (T_3 - T'_3) - (T_3 - T_3).$$

Por tanto, al aumentar la temperatura  $T_2$  las pérdidas absolutas en las fases de compresión y expansión se elevan, aunque las relativas permanezcan invariables.

Debido a esto, el rendimiento de calidad disminuye (fórmu-

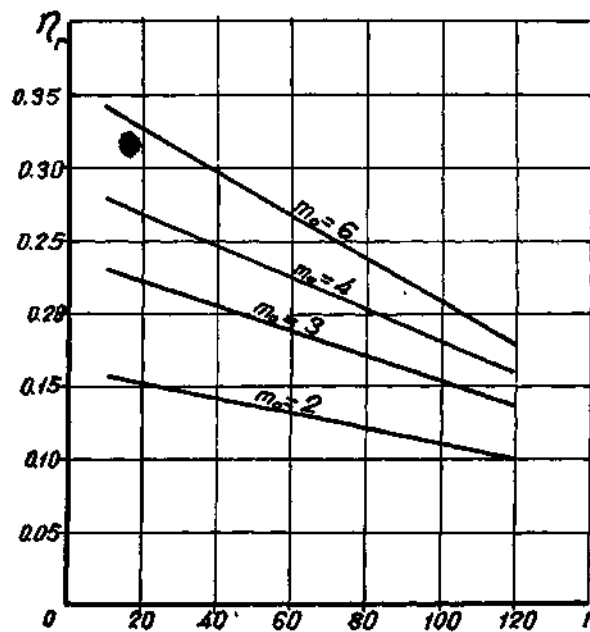


Fig. 20-IV.—Curvas  $\eta_r = f(r)$ , ( $T_0 = 288^\circ$ ,  $V = 0$ ,  $\eta_c = 0,90$  y  $\eta_e = 0,80$ ).

la [59-IV]), y aunque el del motor pueda aumentar por la mejora que experimente el rendimiento del ciclo teórico, en realidad el funcionamiento difiere más del de este último ciclo, siendo lógico que se destaque más la influencia de la relación aire/combustible (fig. 20-IV).

Como vemos, desde el punto de vista del rendimiento termodinámico convendría funcionar en el motor con la menor relación aire/combustible posible; pero existen otros factores, metalúrgicos y propulsores, que impiden se sobrepase de cierto límite inferior.

### Influencia de la relación de compresión en el rendimiento

Ya hemos analizado, en parte, esta dependencia en el párrafo anterior, pero por su gran interés vamos a desarrollarla ahora de un modo más completo. Para facilitar los cálculos estudiaremos la función  $\eta_r = f(T'_2 - T_0)$ , en vez de la  $\eta_r = f(m_0)$ , aunque los gráfi-

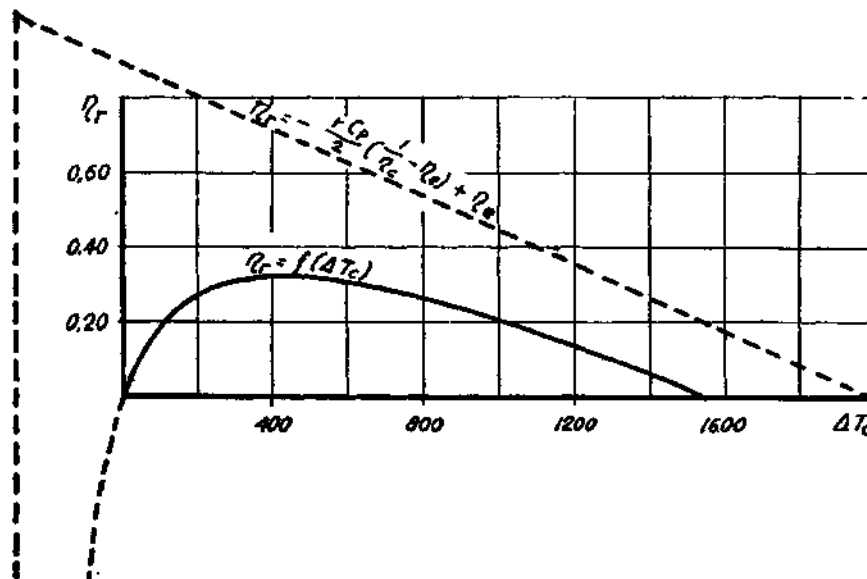


Fig. 2t-IV.—Curva hipotética de variación del rendimiento del motor en función del incremento de temperatura en el compresor ( $\eta_c = 0,90$ ,  $\eta_r = 0,80$ ,  $V = 0$ ,  $T_0 = 288^\circ$ ).

cos los referiremos con frecuencia a esta última variable por su mayor interés práctico. Sin perder generalidad podemos suponer  $V = 0$ , ya que la función  $\eta_r = f(\Delta T_c)$  es completamente análoga a la  $\eta_r = f(\Delta T_d + \Delta T_c)$ .

Por las causas que analizamos en el párrafo anterior, ya vimos que al aumentar  $\Delta T_c$  el rendimiento de calidad disminuye, mientras que  $\eta_u$  se incrementa. El producto:

$$\eta_r = \eta_k \times \eta_u = \Delta T_c \left[ \frac{\eta_c}{T_0 + \Delta T_c} - \frac{r c_p}{L} \left( \frac{1}{\tau_c} - \eta_c \right) \right]$$

es una función hipérbolica de  $\Delta T_c$ . La curva pasa por el origen y tiene un máximo dado por:

$$\Delta T_c = \left[ \frac{L T_0 \eta_c \eta_e}{r c_p (1 - \eta_e \eta_c)} - T_0 \right] \quad [62-IV]$$

El rendimiento se anula cuando:

$$\Delta T_c = \frac{L \eta_e \eta_c}{r c_p (1 - \eta_e \eta_c)} - T_0. \quad [63-IV]$$

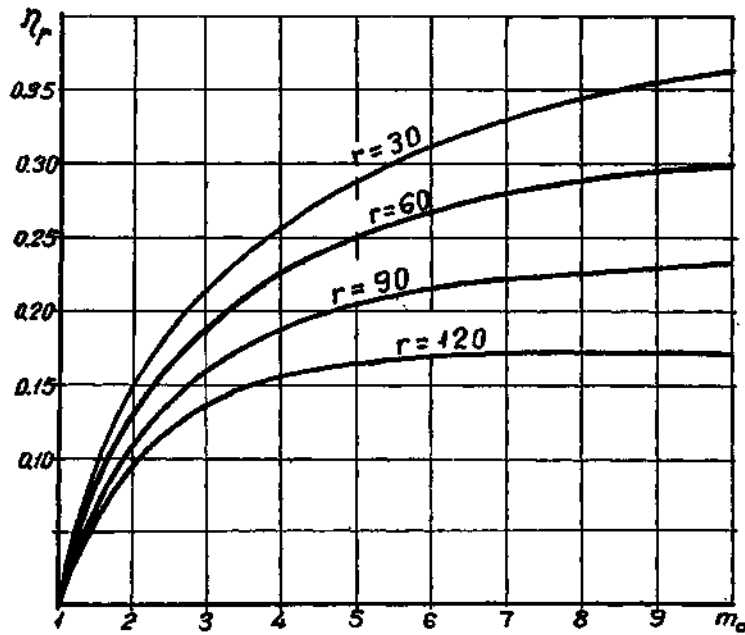


Fig. 22-IV.—Curvas  $\eta_r = f(m_o, r)$ , para  $\eta_e = 0,90$ ,  $\eta_c = 0,80$ ,  $T_0 = 288^\circ \text{K}$  y  $V = 0$ .

En la figura 21-IV está representada la forma general de la función.

En teoría, parece ser que convendría funcionar en el motor en condiciones de rendimiento máximo, mediante el valor de  $\Delta T_c$  dado por [62-IV]. Para relaciones aire/combustible próximas a 60:1, este máximo se presenta con valores de  $\Delta T_c$  del orden de los  $400^\circ$ , correspondiendo a relaciones de compresión superiores a 20:1, por completo inalcanzables en la práctica. Por otra parte, si

se representan las curvas  $\eta_r = f(\Delta T_c)$  a mayor escala y en la zona normal de relaciones de compresión (fig. 22-IV), puede observarse que a partir de valores de éstas superiores a 6:1 las curvas se vuelven muy tendidas. En particular, si nos fijamos en la curva trazada para  $r = 60:1$ , que es la que presenta mayor interés para nosotros, para  $m_0 = 6$ , es  $\eta_r = 0,265$ , mientras que el máximo se alcanzaría cuando  $m_0$  fuese igual a 23, tomando el rendimiento un valor igual a 0,32.

Es decir, que para ganar un poco más de 0,05 en rendimiento tendríamos que incrementar enormemente la potencia gastada en la compresión.

Por las razones que acabamos de exponer no debe esperarse que se vaya incrementando indefinidamente las relaciones de compresión utilizadas en los turborreactores. Pero no solamente por esto, ya que, como veremos en el párrafo siguiente, todo aumento de la relación de compresión se traduce en una disminución de la importante relación, potencia disponible/potencia gastada en la compresión.

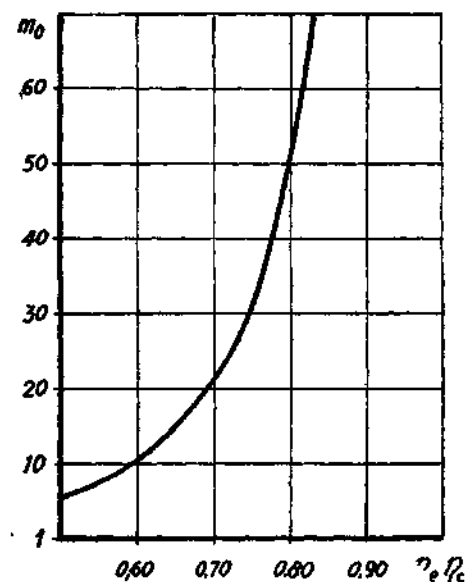


Fig. 23-IV. — Valores de  $m_0$  que hacen máximo el rendimiento del motor en función del producto  $\eta_c \eta_e$  para  $r = 60:1$ ,  $V = 0$  y  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ .

En la misma figura 22-IV puede observarse la influencia de la relación aire/combustible en la relación de compresión. Cuando aumenta, además de disminuir el rendimiento produce el efecto de hacer más tendidas las curvas, llegando a presentarse los máximos en valores más accesibles. Por ejemplo, para  $r = 120:1$ , el máximo se presenta para  $m_0 = 9,5$ .

Por el contrario, los rendimientos de la compresión y expansión actúan en sentido inverso, aumentando la pendiente de las curvas y alejando los valores de los máximos cuando tienden hacia la unidad (fig. 23-IV). Fácilmente se explican estos hechos teniendo en cuenta que en el primer caso se produce el efecto de que el ciclo

del motor se aparte más del teórico, mientras que ocurre lo contrario en el segundo. En el caso límite, cuando  $\eta_{te}$  y  $\eta_{te}$  fuesen iguales a la unidad, tendríamos la función:

$$\eta_r = 1 - \frac{1}{m_0^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}},$$

ya estudiada en el ciclo teórico, en el que vimos que era indefinidamente creciente, tendiendo hacia la unidad.

### **Relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión**

Tiene este factor importancia fundamental en las características de los turborreactores, puesto que de él depende esencialmente la relación peso/potencia del motor.

En el momento que termina la combustión, o sea en el punto 3, los gases poseen una gran energía, que en parte es absorbida por la turbina, transmitida al compresor y comunicada de nuevo a los gases. La energía disponible, igual a la energía cinética producida, vendrá expresada por la diferencia entre el trabajo total de expansión y el consumido por el compresor.

Como vemos, hay una cierta cantidad de energía que evoluciona un ciclo cerrado en el motor, y cuanto más pequeña sea ésta, menor será la potencia necesaria del grupo compresor turbina, y por tanto, el peso del motor. Como esta evolución de energía en ciclo cerrado se produce con pérdidas, vendrá afectada la relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión por los rendimientos orgánicos de la compresión y expansión.

Se expresará con la relación:

$$\beta = \frac{(T_3 - T_5) - (T_2 - T_1)}{T_2 - T_1} = \frac{T_3 - T_5}{T_2 - T_1} - 1$$

y con:

$$T_3 - T_5 = (T_3 - T_5) \eta_c; \quad T_5 = T_3 \frac{T_0}{T_2}; \quad T_2 - T_1 = \frac{\Delta T_c}{\eta_{t2}},$$

resulta

$$\beta = \frac{T_h (\Delta T_d + \Delta T_c)}{\Delta T_c (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c)} \eta_{12} \eta_{1e} - 1. \quad [64-IV]$$

Tomando  $V = 0$ , para no complicar inútilmente los cálculos, la fórmula se simplifica, quedando:

$$\beta = \alpha \eta_{1c} \eta_{1e} - 1. \quad [65-IV]$$

Esta relación era bastante deficiente en los primeros diseños de turborreactores, debido a no ser muy elevados sus rendimientos

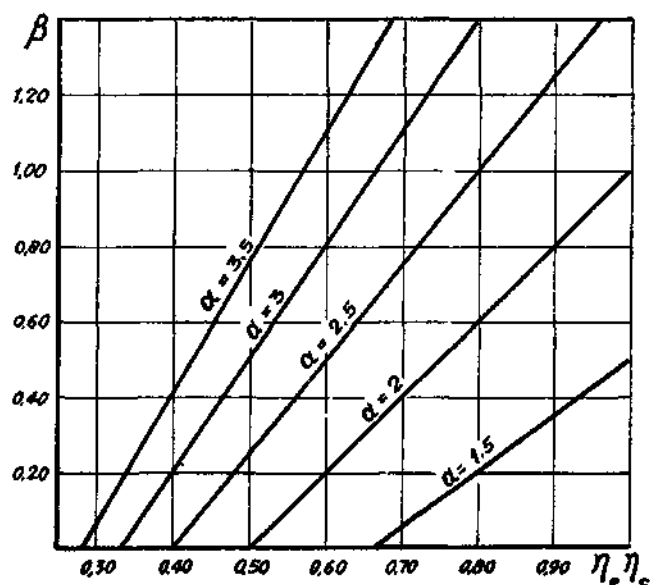


Fig. 24-IV.—Representación gráfica de la función  $\beta = f(\alpha, \eta_c, \eta_e)$ .

de la compresión y expansión, cuya influencia es muy marcada al intervenir en forma de producto. Aun hoy día en muchos motores es inferior a la unidad.

La relación  $\beta$  crece linealmente con el producto  $\eta_c \eta_e$ . Llegaría a valer la unidad cuando  $\eta_c \eta_e = 2/\alpha$ , precisamente el doble del valor que anulaba el rendimiento. El térmico  $2/\alpha$  es del orden de 0,76 a 0,78, pudiendo llegar a ser superior a este valor el producto de los citados rendimientos en un turborreactor moderno de compresor axial.

Poniendo la fórmula [65-IV] en función de los parámetros fundamentales, resulta:

$$\beta = \left[ 1 + \frac{L}{r c_p (\bar{T}_0 + \Delta T_c)} \right] \eta_c \eta_e - 1. \quad [66-IV]$$

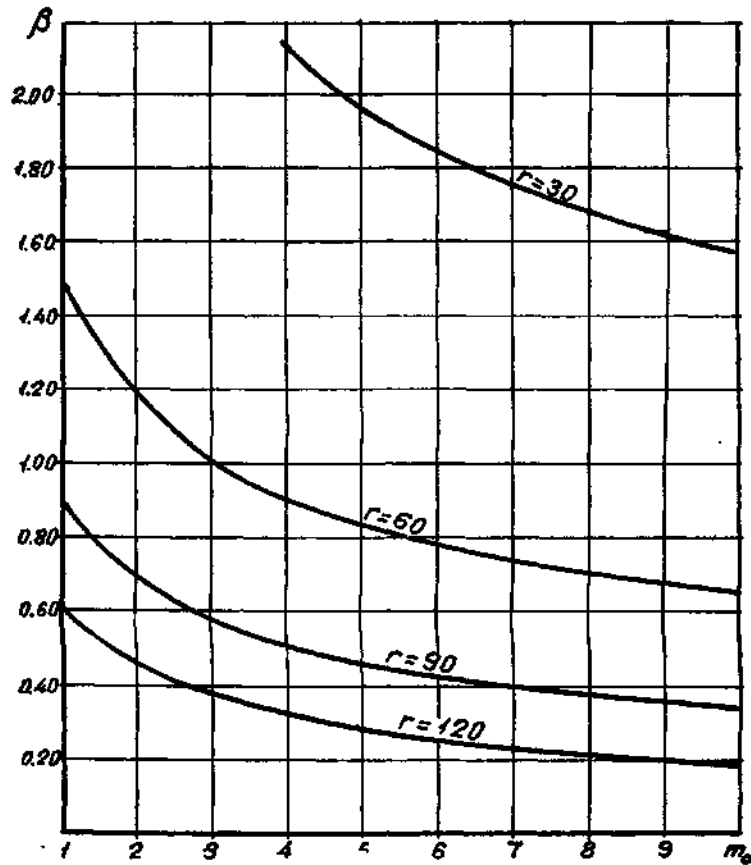


Fig. 25-IV.—Relación entre la energía disponible y la necesaria para la compresión en función de la relación estática de compresión y de la relación aire-combustible ( $\eta_c = 0,90$ ,  $\eta_e = 0,80$ ,  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ ,  $L = 10.300 \text{ Kcal/kg.}$ ,  $V = 0$ ).

En la figura 25-IV se representa gráficamente esta función. En ella puede apreciarse cómo disminuye  $\beta$  al aumentar la relación de compresión. Llegaría a anularse cuando:

$$r (T_0 + \Delta T_c) = \frac{L \eta_e \eta_c}{c_p (1 - \eta_c \eta_e)}. \quad [67-IV]$$

Dando para  $r$  o  $\Delta T_c$  los mismos valores de las fórmulas [60-IV] y [63-IV], con los que se anulaba el rendimiento; resultado que ya podía preverse, pues en estas condiciones tampoco puede existir potencia útil alguna.

En la misma figura 25-IV puede observarse la gran influencia de la relación aire/combustible, sobre todo cuando sus valores son inferiores a 60:1. Para relaciones de compresión comprendidas entre 4:1 y 7:1, disminuyendo  $r$  desde 60:1 a 3:01, se consiguen aumentos en  $\beta$  del orden del 100 al 150 %.

### Corrección de los resultados obtenidos

Ya se incluyó la observación de que en el análisis de la influencia que ejercían los parámetros fundamentales en el rendimiento del motor, efectuado mediante las fórmulas simplificadas, aunque suficientemente aproximado para nuestros propósitos, podría dar lugar a algunos errores, especialmente cuantitativos. Por esta razón incluimos ahora en forma breve unos cálculos más aproximados, con los que puede apreciarse la cuantía de los errores cometidos.

El cálculo exacto, efectuado mediante la fórmula sin simplificar del rendimiento dado por [35-IV], no puede llevarse a cabo siquiera de una manera un poco sencilla. En efecto, puesta en función de los parámetros fundamentales que definen el ciclo (prescindiendo del rendimiento mecánico, prácticamente igual a la unidad), resulta la siguiente expresión:

$$\eta_r = \frac{(1+r)c_p^e}{L} \left[ T_0 + \Delta T_d + \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} + \eta_q \frac{L}{(1+r)c_p^q} - \left( T_0 + \Delta T_d + \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} + \eta_q \frac{L}{(1+r)c_p^q} - \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} \frac{c_p^e}{c_p^q} \frac{r}{1+r} \right) \right. \\ \times \left( 1 - \eta_4 \left[ 1 - \frac{\eta_3 \left( T_0 + \Delta T_d + \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} + \eta_q \frac{L}{(1+r)c_p^q} \right) \left( \frac{T_0(T_0 + \Delta T_d)}{(T_0 + r_1 \Delta T_d)(T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c)} \right)^{\frac{\gamma(\gamma-1)}{\gamma-1}} \right]}{\gamma_3 \left[ T_0 + \Delta T_d + \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} + \eta_q \frac{L}{(1+r)c_p^q} \right] - \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} \frac{c_p^e}{c_p^q} \frac{r}{1+r}} \right] \\ \left. - \left( \Delta T_d + \frac{\Delta T_c}{\gamma_2} \right) \frac{c_p^e}{c_p^q} \frac{r}{1+r} \right]. \quad [68-IV]$$

Esta fórmula es de una complicación terrible, siendo enorme-



mente difícil estudiar su dependencia con cualquiera de los parámetros.

Afortunadamente puede evitarse este inconveniente sin perder apenas exactitud. Basta tener en cuenta que no es necesario prescindir de todas las simplificaciones, pudiendo admitirse todas las que no afecten intrínsecamente a la ley de variación que quiera considerarse. Por ejemplo, para estudiar las funciones  $\eta_r = f(\eta_c)$  y  $\eta_r = f(\eta_c)$ , podrá seguirse suponiendo que el aire se comporta como un gas perfecto; hipótesis con la que se introduciría bastante error cuando se analizase el ciclo para valores reducidos de la relación aire/combustible.

Las principales simplificaciones que se efectuaron y las condiciones que han de cumplirse para que proporcionen poco error, se resumen en el cuadro que a continuación se inserta:

HIPÓTESIS	CONDICIONES REQUERIDAS
a) Evolución solamente de aire en el motor, comportándose como un gas perfecto y sin considerar la diferencia de gastos entre la expansión y la compresión.	Que la relación aire/combustible sea grande.
b) Admitir iguales las temperaturas $T_3$ y $T'_3$ de fin de combustión.	Valores determinados de $\Delta T_c$ , $r$ , $\eta_q$ y $\eta_c$ .
c) Haber supuesto el rendimiento de la toma dinámica igual a la unidad.	Que $\eta_t$ tenga valor elevado o que las velocidades de vuelo no sean muy grandes.
d) Cálculo aproximado de la temperatura de salida de los gases, sin considerar para ello la energía cinética residual en la turbina. Definición aproximada del rendimiento de la expansión.	Que el rendimiento de la turbina sea elevado para que no difiera demasiado del de la tobera de salida.

#### Función $\eta_r = f(\eta_c, \eta_c)$

Si se quiere estudiar la influencia de los rendimientos orgánicos  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{21}$ ,  $\eta_{31}$  y  $\eta_{41}$  en  $\eta_r$ , solamente puede admitirse la simplificación a); pero para el análisis de la función  $\eta_r = f(\eta_c, \eta_c)$  no intervienen

las dos últimas hipótesis *c)* y *d)*, pudiendo suponerse correctamente definidos los rendimientos de la expansión y compresión. Tomando  $V=0$ , ya que la influencia del rendimiento de la toma dinámica se estudiará posteriormente, tenemos:

$$\eta_r = \frac{(T_3 - T'_3) \eta_c - \frac{T'_2 - T_0}{\eta_c}}{\frac{L}{r c_p}}; \quad [69-IV]$$

$$T'_5 = T_3 \frac{T_0}{T'_2}; \quad T'_2 = T_0 + \Delta T_c; \quad T_3 = T_0 + \frac{\Delta T_c}{\eta_c} + \eta_q \frac{L}{r c_p}.$$

Obteniéndose:

$$\eta_r = \frac{r c_p}{L} \Delta T_c \left[ \left( T_0 + \frac{\Delta T_c}{\eta_c} + \eta_q \frac{L}{r c_p} \right) \frac{\eta_c}{T_0 + \Delta T_c} - \frac{1}{\eta_c} \right]. \quad [70-IV]$$

La nueva función  $\eta_r = f(\eta_c)$  sigue siendo lineal, pero en su pendiente influye el rendimiento de la compresión. Para establecer una comparación numérica tomaremos dos casos extremos, dentro de valores de los parámetros susceptibles de producirse en la práctica.

Recordaremos que la diferencia  $T_3 - T'_3$ , para  $V=0$ , se expresaba con:

$$T_3 - T'_3 = \Delta T_c \left( \frac{1}{\eta_c} - 1 \right) - \frac{L}{r c_p} (1 - \eta_q).$$

Primeramente daremos valores a los parámetros para que predomine el primer término sobre el segundo, es decir, tomaremos  $T_3 > T'_3$ , mientras que luego consideraremos el caso contrario. Tomaremos, pues:

$$1.^\circ \quad \Delta T_c = 140^\circ, \quad \eta_c = 0,75, \quad \eta_q = 0,98, \quad \frac{L}{r c_p} = 642^\circ. \\ (\alpha = 2,5)$$

Resultando:

$$T_3 = 1105^\circ \text{K}, \quad T'_3 = 1070^\circ \text{K}, \quad \eta_r = 0,326.$$

$$2.^{\circ} \quad \Delta T_c = 120^{\circ}, \quad \eta_c = 0,85, \quad \eta_q = 0,95, \quad \frac{L}{r c_p} = 816^{\circ} \\ (\alpha = 3).$$

Resultando:

$$T_3 = 1128^{\circ}\text{K}, \quad T_4 = 1204^{\circ}\text{K}, \quad \eta_t = 0,296.$$

Los resultados obtenidos en ambos casos y comparados con los calculados mediante las fórmulas simplificadas se insertan en la fi-

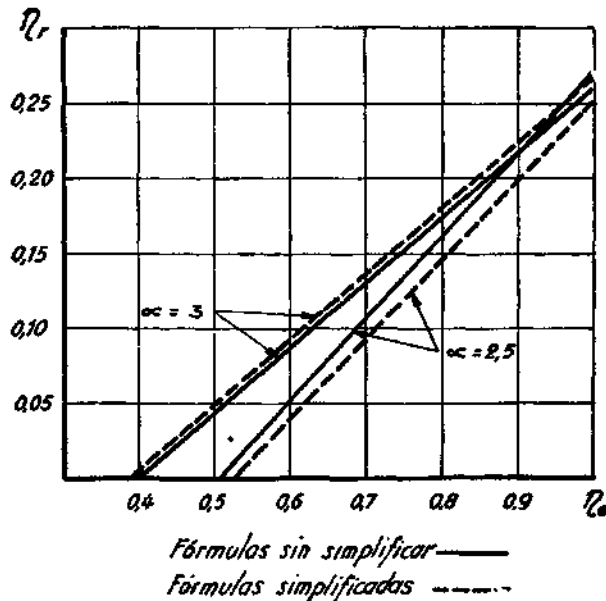


Fig. 26-IV. —Variación del rendimiento termodinámico del motor con el de la expansión.

gura 26-IV. Como puede apreciarse en ella, las diferencias son muy pequeñas, pudiéndose aceptar como buenos todos los razonamientos que se efectuaron.

La función  $\eta_t = f(\eta_c)$  sigue siendo hiperbólica, influyendo en su pendiente los valores de  $\eta_{ce}$ . Para la comparación tomaremos los mismos valores del ejemplo anterior, tomando en ambos casos  $\eta_{ce} = 0,90$ .

De los resultados que se exponen en la figura 27-IV puede apreciarse que para valores reducidos del rendimiento de la compresión hay bastante discrepancia; pero esto sucede en una

zona que está fuera de la realidad, mientras que en el intervalo  $0,70 \leq \eta_c \leq 0,90$  las curvas difieren en muy poca proporción.

Finalmente, para comparar la influencia relativa de cada uno de los rendimientos del motor estableceremos las pendientes de las curvas, obteniéndose:

$$\frac{d\eta_r}{d\eta_e} = \frac{r c_p}{L} \eta_t \left( T_0 + \frac{\Delta T_c}{\eta_c} + \eta_t \frac{L}{r c_p} \right), \quad [71-IV]$$

$$\frac{d\eta_r}{d\eta_c} = \frac{r c_p}{L} \eta_t [T_0 + \Delta T_c (1 - \eta_c)] \frac{1}{\eta_c^2}, \quad [72-IV]$$

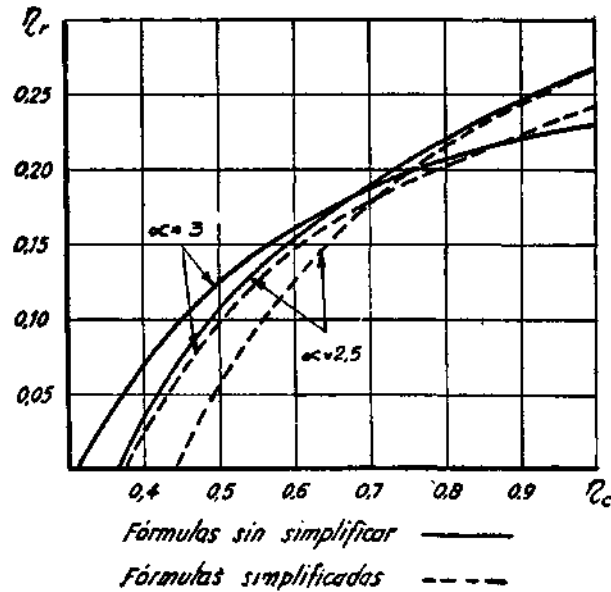


Fig. 27-IV.—Variación del rendimiento termodinámico del motor con el de la compresión.

siendo la primera mayor que la segunda para todos los valores normales de los parámetros. Fácilmente se comprueba lo dicho en las dos figuras anteriores.

Si se comparan las pendientes que acaban de obtenerse con las deducidas mediante las fórmulas simplificadas, de valor:

$$\frac{d\eta_r}{d\eta_e} = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \eta_t = \frac{r c_p}{L} \eta_t \left( T_0 + \Delta T_c + \frac{L}{r c_p} \right), \quad [73-IV]$$

$$\frac{d\eta_r}{d\eta_c} = \frac{\eta_t}{\alpha - 1} \frac{1}{\eta_c^2} = \frac{r c_p}{L} \eta_t (T_0 + \Delta T_c) \frac{1}{\eta_c^2}, \quad [74-IV]$$

puede verse que la de la función  $\eta_r = f(\eta_e)$  apenas si ha variado, mientras que la de  $\eta_r = f(\eta_c)$  es siempre menor cuando se utilizan las fórmulas más exactas. Esto último es debido a que con la simplificación introducida se igualaba el calentamiento del aire,  $\Delta T_c (1/\eta_c - 1)$ , debido a ser el rendimiento de la compresión menor que la unidad, a una cantidad fija,  $L(1 - \eta_q)/r c_p$ . Como este efecto beneficioso del calentamiento del aire actúa en sentido compensatorio de las variaciones del rendimiento, resultará que al igualarlo a una cantidad fija, independiente de  $\eta_c$ , las variaciones de este último se acusarán más en el rendimiento termodinámico del motor.

De lo anteriormente expuesto se deduce la conclusión de que, en todos los casos normales, influye más el rendimiento de la expansión que el de la compresión en el motor, acusándose más este efecto cuando se prescinde de simplificaciones.

#### **Función $\eta_r = f(\Delta T_c)$ o $\eta_r = f(m_0)$**

Pueden admitirse las mismas hipótesis que en el caso anterior. Expresando la fórmula [70-IV] en la forma:

$$\frac{r c_p}{L \eta_c} (1 - \eta_e) \Delta T_c^2 + \eta_r \Delta T_c - \left[ \frac{r c_p}{L} T_0 \left( \eta_e - \frac{1}{\eta_c} \right) + \eta_q \eta_e \right] \Delta T_c + T_0 \eta_r = 0$$

puede verse que la función sigue siendo hiperbólica y con iguales características generales que la obtenida en forma simplificada. Con las fórmulas más aproximadas las curvas tienen mayor pendiente, retrasándose la aparición del máximo; pero, en líneas generales, pueden darse como válidos todos los razonamientos que se insertaron.

En la figura 28-IV están trazadas ambas curvas, en las que se ha partido de los datos siguientes:

$$T_0 = 288^\circ, \quad \eta_c = 0,80, \quad \eta_e = 0,90, \quad \eta_q = 0,98, \quad L/r c_p = 710^\circ$$

#### **Relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión**

Si se desea obtener esta relación con un buen grado de aproximación no puede admitirse que el aire se comporta como un gas perfecto, ni tomar  $T_3 = T'_3$ , ya que ambas hipótesis introducen erro-

res en la fase de expansión, mientras que no afectan, prácticamente, a la de compresión. En el caso de admitir ambas simplificaciones, resultarían todos los errores acumulados en la potencia disponible, viniendo dada, en cambio, la potencia gastada en la compresión casi sin error alguno. Para relaciones de compresión del orden de 4:1, relaciones aire/combustible próximas a 60:1 y valores usuales de los rendimientos orgánicos vienen a estar más o menos compensados los errores de la fase de expansión, obteniéndose la

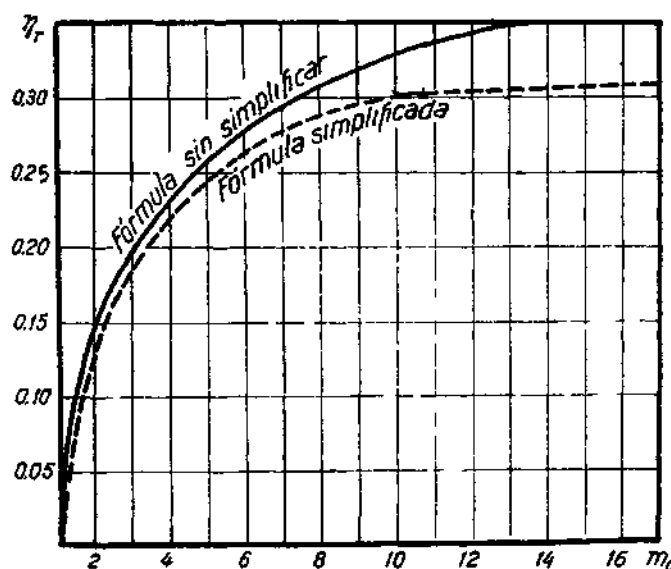


Fig. 28-IV.—Variación del rendimiento termodinámico del motor con la relación de compresión nominal.

relación en estudio con bastante buena aproximación. Cuando quieran considerarse sus leyes de variación es cuando ha de prescindirse de las citadas simplificaciones.

Tomaremos el caso  $V=0$  y supondremos correctamente definido el rendimiento de la expansión. Tenemos:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\frac{1+r}{r} c_p^c (T_3 - T_3) - c_p^c (T_2 - T_0)}{c_p^c (T_2 - T_0)} = \\ &= \frac{1+r}{r} \frac{c_p^c}{c_p^c} \frac{(T_3 - T'_0) \eta_e \eta_c}{\Delta T_r} - 1 \end{aligned}$$

y con:

$$\frac{T'_3}{T_3} = \left( \frac{T_0}{T'_2} \right)^K; \quad K = \frac{\gamma^c}{\gamma^e} \frac{\gamma^e - 1}{\gamma^c - 1},$$

resulta finalmente:

$$\beta = \frac{1+r}{r} \frac{c_p^e}{c_p^c} \left[ T_0 + \frac{\Delta T_c}{\gamma_{ic}} + \eta_{iq} \frac{L}{(1+r) c_p^q} \right] \cdot \left\{ \frac{\left[ 1 - \left( \frac{T_0}{T_0 + \Delta T_c} \right)^K \right] \gamma_{ie} \gamma_{ic}}{\Delta T_c} - 1 \right\} \quad [75-IV]$$

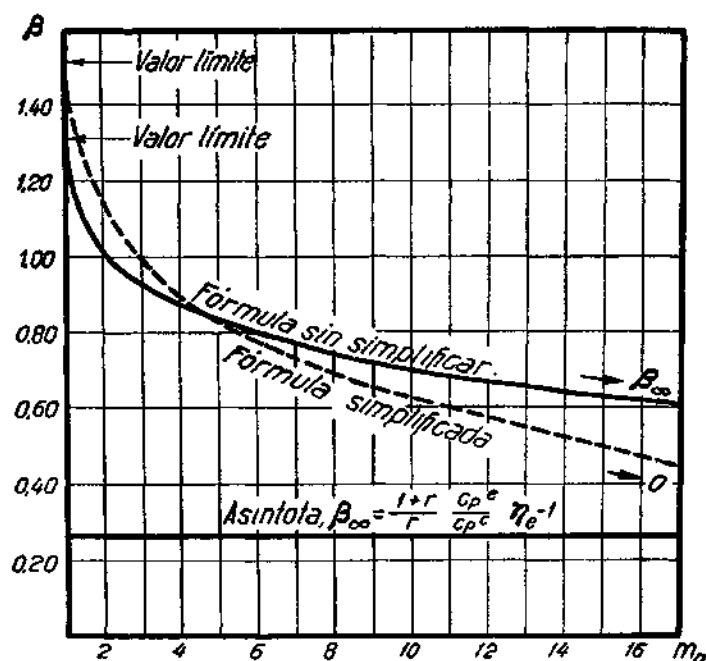


Fig. 29-IV.—Relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión en función de la relación de compresión nominal.

En la figura 29-IV está representada gráficamente esta función, insertándose también la obtenida con las fórmulas simplificadas. Se ha tomado para ambas:

$$T_0 = 288^\circ, \quad r = 60 : 1, \quad L = 10300 \text{ Kcal/Kg}, \quad \gamma_{ic} = 0.80, \quad \gamma_{iv} = 0.90.$$

En el caso de las fórmulas exactas se han tomado, además, los datos siguientes:

$$\eta_a = 0,98, \quad c_p^e = 0,240, \quad c_p^e = 0,276, \quad c_p^a = 0,260, \quad K = 0,87.$$

Como vemos, sus leyes de variación son análogas a las ya estudiadas. Para valores de  $m_0$  comprendidos entre 3:1 y 6:1 se obtienen resultados del mismo orden, manifestándose la discrepancia únicamente para valores muy grandes o pequeños de la relación de compresión, fuera ya del orden práctico.

### Influencia de la relación aire/combustible

Mientras se mantenga en los cálculos el valor de esta relación por encima de unos 30:1, no se comete mucho error admitiendo la simplificación *a*), debiendo prescindirse de la *b*) porque en ella se exigen valores de  $r$  del orden de 60:1. Con la fórmula [70-IV] la variación del rendimiento sigue siendo lineal, en forma muy aproximada a la ya obtenida, aunque con alguna menor pendiente. Para valores pequeños de esta relación, al prescindir de tomar el aire como un gas perfecto y considerar la variación que en su masa y propiedades introduce la combustión, deberá utilizarse la fórmula siguiente:

$$\eta_r = \frac{r}{L} \left[ \frac{1+r}{r} c_p^e \left( T_0 + \frac{\Delta T_c}{\eta_c} + \eta_a \frac{L}{(1+r) c_p^a} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 1 - \left[ \frac{T_0}{T_0 + \Delta T_c} \right]^K \right) \eta_e - c_p^e \frac{\Delta T_c}{\eta_c} \right], \quad [76-IV]$$

que se ha calculado para  $V = 0$  y en la que no se ha admitido más simplificación que la introducción de los rendimientos  $\eta_e$  y  $\eta_c$ .



## INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES EXTERIORES EN EL FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR

### Consideraciones preliminares

La influencia de la velocidad y altura de vuelo en el rendimiento termodinámico del motor debe estudiarse en forma completamente diferente a como se hizo para los demás parámetros. Hasta ahora tomábamos sucesivamente cada uno de ellos como variable independiente, mientras se suponían constantes los demás. Esto puede hacerse en un estudio termodinámico sobre las posibles características de un motor, viendo, por ejemplo, qué valores de los diversos factores serían los más convenientes para su diseño. Es decir, es un estudio «sobre el papel», nunca refiriéndose a un turborreactor ya construido. En cambio, para las condiciones exteriores el problema es muy diferente, ya que habrán de presentarse en forma variable en un motor en vuelo. Por tanto, deberá considerarse cómo afectan la velocidad y altura de vuelo al rendimiento, pero tanto directamente como por intermedio de los demás parámetros del motor, que en la mayoría de los casos también serán función de ellas.

Además de influir en el rendimiento del motor, las condiciones exteriores afectan al gasto en peso de aire, especialmente por la influencia que ejercen en la densidad del aire en la admisión del compresor, haciendo que dicho gasto varíe aunque el régimen del motor permanezca constante.

Al modificarse el gasto en peso de aire también varía el gasto de combustible. Para un régimen prefijado, este último viene impuesto por la condición de que exista equilibrio entre la potencia suministrada por la turbina y la absorbida por el compresor. En general, no varía el gasto de combustible en la misma proporción que el de aire, por lo cual la relación aire/combustible  $r$  no es un parámetro independiente, sino que es función de las condiciones particulares de regulación de cada motor.

Cuando se proyecta un turborreactor puede fijarse el valor nominal que se estime más conveniente para dicha relación; pero después, para cada régimen y según las condiciones de vuelo, su valor vendrá impuesto por los requerimientos mencionados de la regulación del turborreactor. Por ejemplo, cuando disminuye el régimen del motor, el gasto de aire, la relación de compresión y la

potencia absorbida por el compresor decrecen progresivamente, y para que la potencia suministrada por la turbina disminuya con la misma ley, es necesario que decrezca rápidamente la temperatura  $T_3$  de fin de combustión, para lo cual hay que disminuir el gasto de combustible en mayor proporción que el de aire. Con esto resulta un aumento de la relación aire/combustible, que puede tomar valores en marcha lenta del orden de 150 : 1, habiendo partido de un valor de 60 : 1 en condiciones de régimen máximo.

Las condiciones de regulación de los turborreactores es un problema que depende fundamentalmente de las características peculiares de cada tipo de motor. Por ejemplo, la cuestión es por completo diferente si el turborreactor es de tobera de salida de sección fija, no existiendo en este caso más que con grado de libertad—el consumo de combustible—que si la tobera es de sección variable, ya que entonces se dispone de dos mandos independientes o grados de libertad.

También influyen notablemente en la regulación del motor sus características especiales de diseño, como, por ejemplo, que la directriz de la turbina y tobera de salida se hayan proyectado para que las velocidades de los gases en ellas sean iguales o inferiores a la del sonido.

Como vemos, el problema es realmente complejo y de difícil estudio teórico. Más adelante se volverá a insistir sobre esta cuestión, cuando se trate de la regulación de los turborreactores, una vez que haya sido estudiado el funcionamiento de sus diversos órganos. No obstante lo dicho, el problema puede estudiarse con generalidad y con buena aproximación, admitiendo algunas simplificaciones e imponiendo una condición prefijada para la variación de la relación aire/combustible o temperatura  $T_3$ .

No debe olvidarse que, independientemente de los requerimientos de la regulación del motor, existe otra condición que forzosamente ha de cumplirse para la variación de la relación aire/combustible. Es ello que la temperatura  $T_3$  de fin de combustión no podrá sobrepasar en ningún caso del límite máximo que haya sido fijado para ella, teniendo en cuenta la resistencia en caliente de los materiales del turborreactor. Esta temperatura máxima es la que se produce cuando el motor funciona con régimen máximo (el nominal), al nivel del mar y con el avión parado. Cuando el avión está en vuelo debe haberse estudiado la regulación del motor para que la temperatura de fin de combustión no sobrepase del valor

asignado, que sería lo que sucediera debido al efecto de toma dinámica si la relación aire/combustible se mantuviese constante.

Según esto, si se estudia la variación del rendimiento del motor para diferentes velocidades y alturas de vuelo imponiendo que la temperatura  $T_3$  sea constante, estaremos en las condiciones óptimas que pueden esperarse, ya que cuanto mayor sea dicha temperatura, más elevado es el rendimiento termodinámico del turbo-reactor. Por otra parte, el mantener constante esta temperatura  $T_3$ , no solamente resulta impuesto por el límite metalúrgico, sino que además responde a los requerimientos de la regulación. En un turbo-reactor de tobera de salida de sección variable puede mantenerse constante esta temperatura cuando el motor funciona con un régimen determinado, aunque las condiciones de vuelo sean diferentes. Además, como veremos más adelante, en los turbo-reactores de tobera de sección fija el equilibrio funcional entre el compresor y la turbina a régimen constante se logra muy aproximadamente manteniendo también constante dicha temperatura de fin de combustión.

Por las razones que acaban de mencionarse y porque resultan los cálculos sencillos, es frecuente tomar para la determinación del ciclo la temperatura  $T_3$  como un parámetro independiente, en vez de elegir la relación aire/combustible como hasta ahora hemos hecho. No obstante, desde un punto de vista termodinámico, resulta preferible tomar constante este último parámetro, pues al permanecer invariable dicha relación se suministra un valor fijo de energía térmica por kilogramo de aire al ciclo, apreciándose entonces claramente el efecto beneficioso o perjudicial de cualquier variable.

Por esta razón también estudiaremos la variación del rendimiento del motor con la velocidad y altura de vuelo para relación aire/combustible constante, independizando el problema de cuestiones metalúrgicas o de regulación.

En resumen, estudiaremos la variación del rendimiento termodinámico del motor con la velocidad y altura para  $r = \text{cte.}$ , a fin de considerar las posibilidades que ofrece la concepción básica funcional de los turbo-reactores en diferentes condiciones de vuelo, así como para  $T_3 = \text{cte.}$ , tanto como requerimiento de la regulación como para fijar un límite máximo a las temperaturas que han de ser soportadas. Como veremos un poco más adelante, en la zona normal de vuelo serán muy pequeñas las diferencias entre los resultados que se obtengan con ambas hipótesis.

### Variación de los rendimientos orgánicos con la velocidad y altura de vuelo

Como ya hemos indicado, estudiaremos la variación del rendimiento termodinámico de los turborreactores con las condiciones exteriores de vuelo para régimen constante del motor. En esta forma el incremento real de temperatura en el compresor  $\Delta T_{cr}$  será constante, y la relación de compresión será función de las condiciones exteriores y de los rendimientos adiabáticos de la tobera de entrada y del compresor.

Mientras la velocidad y altura de vuelo no sean muy grandes pueden tomarse los rendimientos orgánicos  $\eta_q$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$  y  $\eta_4$  constantes, y el rendimiento de la toma dinámica  $\eta_1$  igual a la unidad. Cuando la temperatura exterior es muy baja, o sea, para grandes alturas atmosféricas, aumenta el número de Mach en la admisión del compresor, puesto que admitiremos que a régimen constante las velocidades de circulación del aire en el compresor permanecen invariables, mientras que, por el contrario, la velocidad de propagación del sonido disminuye. Esto puede dar lugar a que decrezca apreciablemente el rendimiento adiabático del compresor, siendo más o menos marcado este efecto según cómo se haya proyectado dicho compresor y su tobera de entrada. En general, puede admitirse que este rendimiento es constante para todas las alturas normales de vuelo (hasta unos 10.000 ó 12.000 metros).

Por otra parte, la disminución de temperatura y presión que se produce en la cámara de combustión cuando aumenta la altura de vuelo, así como el decrecimiento progresivo de las presiones de inyección, pueden originar una notable disminución del rendimiento de la combustión, aunque en los turborreactores modernos este rendimiento no empieza a disminuir hasta muy grandes alturas, por encima de los 12.000 metros.

### Variación de la relación aire/combustible con la velocidad y altura de vuelo

Para  $T_3 = \text{cte.}$ , y admitiendo lo mismo para el rendimiento de la combustión y para el incremento real de temperatura en el compresor, o sea, a régimen constante del motor, tendremos:

$$T_3 = T_1 + \Delta T_{cr} + \eta_q \frac{L}{r c_p} = T_0 + \Delta T_{cr} + \eta_q \frac{L}{r_0 c_p},$$

En la que  $r_0$  es el valor nominal de la relación aire/combustible (valor correspondiente al nivel del mar y sin toma dinámica), y  $T_1$  es la temperatura de remanso en la admisión del compresor a una velocidad de vuelo  $V$  y a una altura  $a$ . Vendrá dada por:

$$T_1 = T_a + \frac{V^2}{2 g J c_p} \quad [77-IV]$$

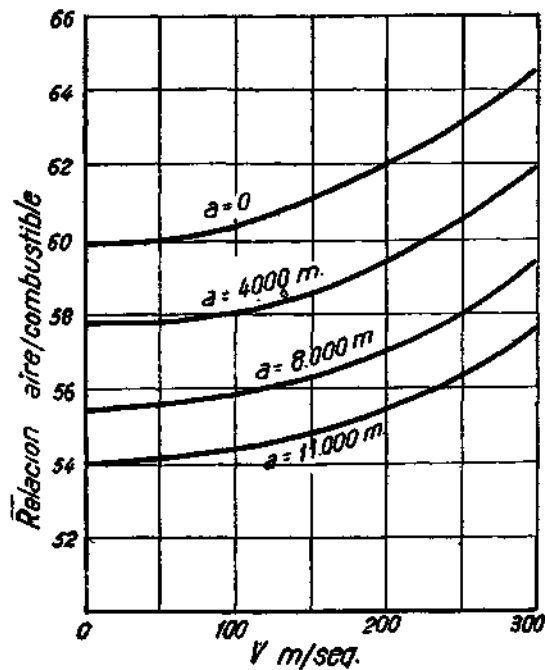


Fig. 30-IV. — Variación de la relación aire-combustible con la velocidad y altura de vuelo.

Siendo:

$$T_a = T_0 - 0,0065 a \quad (\text{en metros}).$$

Tendremos, pues:

$$\frac{r}{r_0} = \frac{1}{1 - \frac{r_0 c_p}{\gamma_q L} (T_1 - T_0)} \quad [78-IV]$$

O bien:

$$r = \frac{1}{\frac{c_p}{\gamma_q L} (T_3 - \Delta T_c - T_1)} \quad [79-IV]$$

En las figuras 30-IV y 31-IV están representadas las variaciones calculadas de la relación aire/combustible. Se han tomado como datos:

$$r_0 = 60 : 1; \quad \Delta T_{cr} = 182^\circ; \quad \eta_{iq} = 0,98; \quad c_p = 0,260;$$

resultando:

$$\eta_{iq} \frac{L}{r_0 c_p} = 650^\circ; \quad T_g = 1120^\circ \text{K.}$$

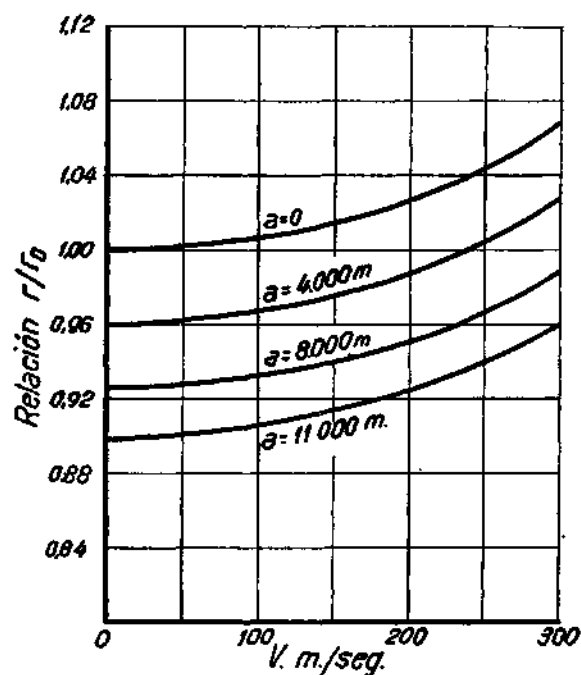


Fig. 31-IV.—Variación relativa de la relación aire-combustible con la velocidad y altura de vuelo.

Como puede verse, la variación de  $r$  es de poca consideración, sobre todo teniendo en cuenta que los efectos de la velocidad y altura de vuelo actúan en sentido contrario, resultando que a unos 11.000 metros de altura y a grandes velocidades se obtiene un valor para la relación aire/combustible aproximadamente igual al nominal. En todo caso, las variaciones de  $r$  en la zona normal de vuel-

lo no sobrepasan del 5 %, siendo muy pequeña su influencia en los valores del rendimiento.

En la figura 32-IV está representada la variación de esta relación en el turborreactor Rolls-Royce Nene II, resultando unos valores por completo análogos a los calculados.

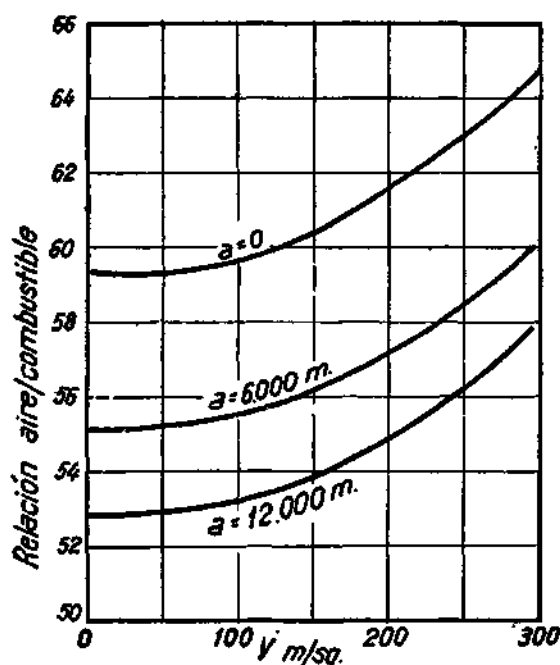


Fig. 32-IV.—Variación de la relación aire-combustible en el Rolls-Royce Nene II. (Deducida de gráficos de gastos de aire y combustible de catálogos de la casa constructora.)

### Variación del rendimiento con la velocidad de vuelo

Con las consideraciones que acaban de incluirse en párrafos anteriores ya se puede estudiar con generalidad la variación del rendimiento termodinámico de los turborreactores en función de las condiciones exteriores de vuelo. Como ya se indicó, los cálculos se efectuarán de dos maneras, tomando constantes sucesivamente la relación aire/combustible y la temperatura  $T_3$  de fin de combustión.

De acuerdo con la norma que venimos siguiendo, utilizaremos primeramente las fórmulas simplificadas del ciclo, que serán perfec-

tamente válidas para todo el campo de velocidades subsónicas, y hasta valores de la altura de vuelo que no den lugar a disminuciones apreciables de los rendimientos de la combustión y del compresor.

Posteriormente, analizaremos los valores del rendimiento en condiciones de vuelo supersónico y consideraremos las funciones  $\eta_r = f(\eta_2)$ ,  $\eta_r = f(\eta_4)$ , a fin de estudiar cómo disminuye el rendimiento del motor a muy grandes alturas de vuelo. No obstante, y para que tenga una mayor generalidad, este primer estudio de la variación del rendimiento con la velocidad también se extenderá hasta grandes valores de ella, ya que los resultados cualitativos que se obtengan serán perfectamente válidos, aunque los gráficos con resultados prácticos vendrán limitados a la zona subsónica, que es en la que solamente se obtiene una buena aproximación. Con la fórmula:

$$\left. \begin{aligned} \eta_r = \eta_k \eta_t &= \frac{\alpha \eta_c - \frac{1}{\eta_c}}{\alpha - 1} \eta_t = \\ &= \left[ \eta_c - \frac{r c_p}{L} \left( T_0 + \frac{V^2}{2gJc_p} + \Delta T_c \right) \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_c \right) \right] \frac{\frac{V^2}{2gJc_p} + \Delta T_c}{T_0 + \frac{V^2}{2gJc_p} + \Delta T_c} \end{aligned} \right\} [80-IV]$$

se pone de manifiesto la dependencia del rendimiento con la velocidad, teniendo en cuenta que también los rendimientos de la compresión y expansión son función de ella. Vienen dados por las expresiones:

$$\eta_c = \frac{(1 + \lambda) \eta_2}{1 + \lambda \eta_2}; \quad [81-IV]$$

$$\lambda = \frac{V^2}{2gJc_p \Delta T_c} \quad [82-IV]$$

$$\eta_e = \frac{\eta_3 + \mu \eta_4}{1 + \mu}; \quad [83-IV]$$

$$\mu = \left[ 1 + \frac{L}{r c_p \left( T_0 + \frac{V^2}{2gJc_p} + \Delta T_c \right)} \right] \eta_2 \eta_3 \left( 1 + \frac{V^2}{2gJc_p} \right) - 1. [84-IV]$$



Suponiendo constante la relación aire/combustible, y si los rendimientos de la compresión y expansión permaneciesen invariables, al aumentar la velocidad de vuelo el rendimiento de calidad disminuiría siguiendo una ley parabólica; pero este efecto queda compensado por el crecimiento de  $\eta_c$  y  $\eta_e$ , resultando aquél casi constante. No obstante, cuando dicha velocidad fuese suficientemente grande, el rendimiento de calidad volvería a disminuir e incluso llegaría a anularse, ya que  $\eta_c$  y  $\eta_e$  están acotados, teniendo como límites  $\eta_{c1}$  y  $\eta_{c4}$  (1). Por tanto, siempre estará comprendida la cur-

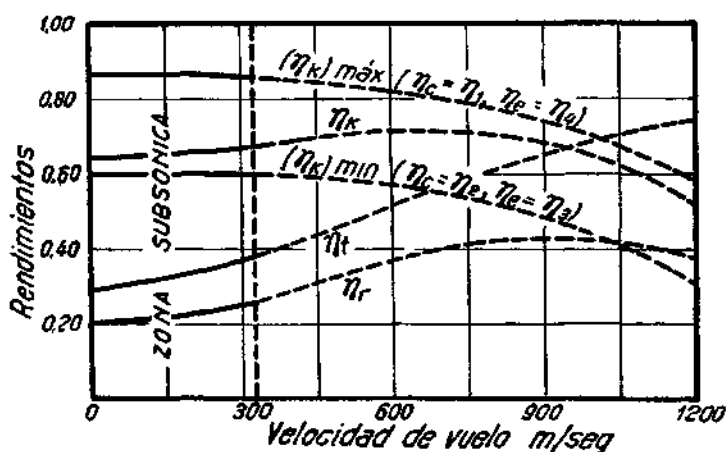


Fig. 33-IV. Variación de los rendimientos con la velocidad de vuelo.

va del rendimiento entre otras dos parabólicas, obtenidas sustituyendo  $\eta_e$  y  $\eta_c$ , primero por  $\eta_{c1}$  y  $\eta_{e1}$  y luego por  $\eta_{c4}$  y  $\eta_{e4}$  (fig. 33 IV).

El rendimiento  $\eta_t$  del ciclo teórico ya sabemos que es una función creciente de la velocidad, tendiendo hacia la unidad para valores muy grandes de ella. El producto del rendimiento de calidad por el del ciclo teórico, o sea, el rendimiento real del motor, aumentaría con la velocidad hasta muy grandes valores de ella. No obstante, la curva siempre presentaría un máximo, a partir del cual el rendimiento disminuiría tendiendo a su anulación. Este resultado es lógico, siendo análogo al que se produciría al incrementar la relación de compresión. Basta considerar que al tomar constantes los rendimientos orgánicos mientras aumentan las temperaturas del

(1) Suponiendo  $\eta_{c1} > \eta_{c2}$  y  $\eta_{e3} < \eta_{e4}$ .

ciclo las pérdidas relativas son las mismas, pero crecen las absolutas por kilogramo de aire admitido. Como, por otra parte, hemos tomado  $L/r$  constante, o sea, la energía suministrada también por kilogramo de aire, resulta que al principio el rendimiento aumenta

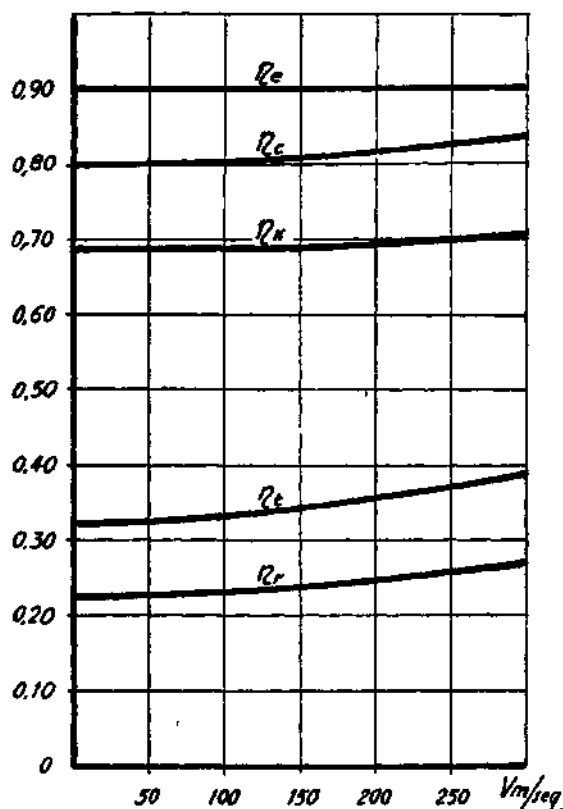


Fig. 34-IV.—Variación de los rendimientos con la velocidad  
 ( $\Delta T_c = 140^\circ$ ,  $\Delta T_q = 710^\circ$ ,  $\eta_1 = 1$ ,  $\eta_2 = 0.80$ ,  $\eta_3 = 0.85$ ,  $\eta_4 = 0.95$ ,  
 $r = 60 : 1 = cte.$ ).

debido al crecimiento del rendimiento del ciclo teórico; pero llegará un momento en que disminuya, y llegará a ser nulo cuando la energía perdida sea igual a la suministrada.

Tomando  $T_3 = cte.$ , el efecto anterior se acusa más, tendiendo antes el rendimiento a su anulación. Esto se debe a ir disminuyendo cada vez más la energía calorífica que se introduce en el ciclo. En este caso, y para no tener que considerar la variación de  $r$  en

la fórmula [80-IV], puede expresarse directamente  $\eta_{ik}$  en función de  $T_3$ , resultando:

$$\eta_{ik} = \frac{T_3 \eta_c - \frac{1}{\eta_c} (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c)}{T_3 - (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c)} \quad [85-IV]$$

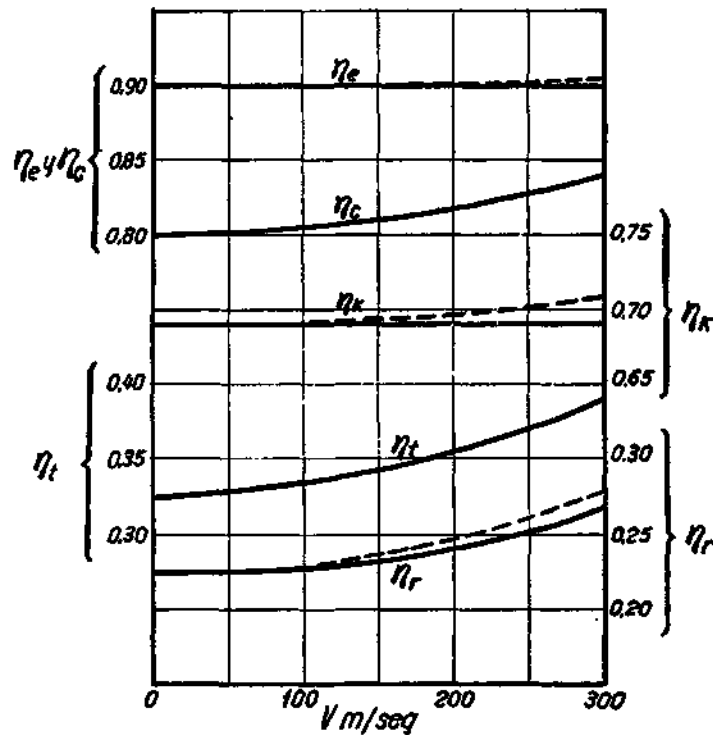


Fig. 35-IV.—Variación de los rendimientos con la velocidad.  
(Iguales datos que la figura anterior.)  
—  $T_3 = 1138^\circ \text{K} = \text{cte.}$   
- - - -  $r = 60 : 1 = \text{cte.}$

Aunque suceda para velocidades inasequibles, puede hacerse la observación que podría evitarse la anulación del rendimiento termodinámico del motor mediante un dispositivo cualquiera que impidiese la toma dinámica de aire, colocando, por ejemplo, un deflector que provocase una zona de remanso en la admisión.

En la figura 34-IV se representan las curvas de los diversos rendimientos trazadas en una zona usual de vuelo. Como puede observarse en ella, el rendimiento de la expansión es prácticamente

constante, siendo también insignificante la variación del de calidad. El del motor aumenta notablemente, siendo del orden del 25 % la ganancia experimentada cuando la velocidad pasa de 0 a unos 1.000 Km/hora.

En la figura 35-IV están dibujadas las curvas obtenidas con  $T_s = \text{cte.}$ , para la que se han tomado los mismos datos de la figura anterior, de la que también se incluyen sus resultados en forma punteada.

Como puede apreciarse, las diferencias obtenidas en los valores del rendimiento son muy escasas, siendo menos acentuado el crecimiento que se experimenta con la velocidad de vuelo para  $T_s = \text{cte.}$  que con  $r = \text{cte.}$ , resultado que ya podía preverse. En cambio, se presentará el fenómeno contrario cuando se considere la variación con la altura de vuelo.

#### Variación del rendimiento con la altura de vuelo

La influencia de la altura de vuelo en el rendimiento termodinámico del motor se ejerce mediante el parámetro  $T_0$ .

El rendimiento de la compresión no depende de él, y su influencia en el de la expansión, por intermedio de  $\mu$ , es tan escasa que no merece la pena tenerse en cuenta. Como  $\Delta T_c$ ,  $\Delta T_d$  y la relación aire/combustible son también constantes, resulta que el rendimiento de calidad:

$$\eta_k = \eta_e - \frac{r c_p}{L} (T_0 + \Delta T_d + \Delta T_c) \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right) \quad [86-IV]$$

es función lineal y decreciente de la temperatura ambiente  $T_0$  o, lo que es lo mismo, función creciente de la altura de vuelo. Para  $T_s = \text{cte.}$  el rendimiento aumenta en mayor proporción debido a la disminución de la relación aire/combustible. Mediante la fórmula [85-IV] puede estudiarse directamente la dependencia del rendimiento de calidad con la altura para este caso de temperatura de combustión constante, y con ayuda de las leyes de variación del rendimiento del ciclo teórico, que ya se consideraron, se conoce por completo la dependencia del rendimiento termodinámico del motor  $\eta_k$  con la altura de vuelo (fig. 36-IV).

El crecimiento del rendimiento con la altura de vuelo es un factor de la mayor importancia en los turborreactores. En un motor

de cilindros ciertamente que también mejora su ciclo teórico, pero el lastre que suponen sus grandes pérdidas mecánicas, de las que solamente un tanto por ciento pequeño disminuye con la altura, hacen que inexorablemente decrezca su rendimiento al evolucionar

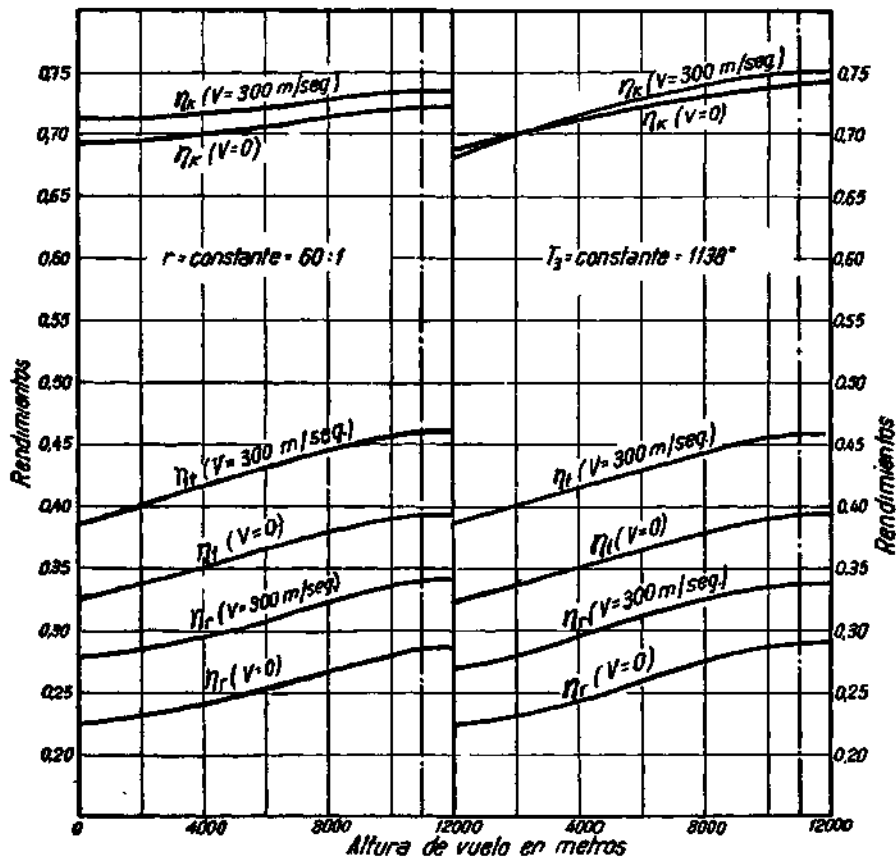


Fig. 36-IV.—Variación de los rendimientos con la altura de vuelo.  
( $\Delta T_c = 140^\circ$ ,  $r_0 = 60:1$ ,  $\frac{L}{r_0 C_p} = 710^\circ$ ,  $\eta_1 = 1$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_3 = 0,85$ ,  $\eta_4 = 0,95$ .)

en el ciclo cada vez menos energía, de la que se pierde una cantidad fija. En cambio, en los turborreactores, en los que sus pérdidas mecánicas son prácticamente nulas, el efecto beneficioso del enfriamiento progresivo del aire admitido se nota tanto en el ciclo teórico como en las pérdidas del motor, que cada vez van siendo menores.

El efecto combinado de la velocidad y altura de vuelo (figura 37-IV), mejora notablemente las características del ciclo; pero, como tendremos ocasión de ver, no solamente ocurre esto para las cualidades motoras, sino también para las propulsoras.

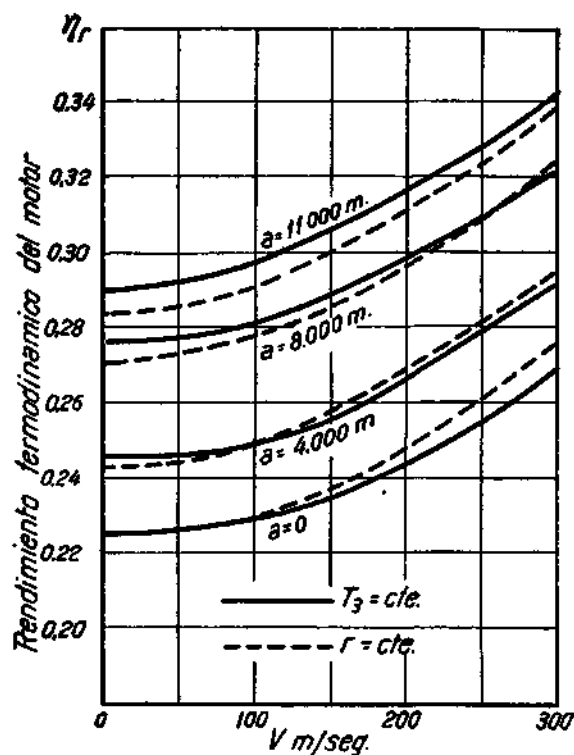


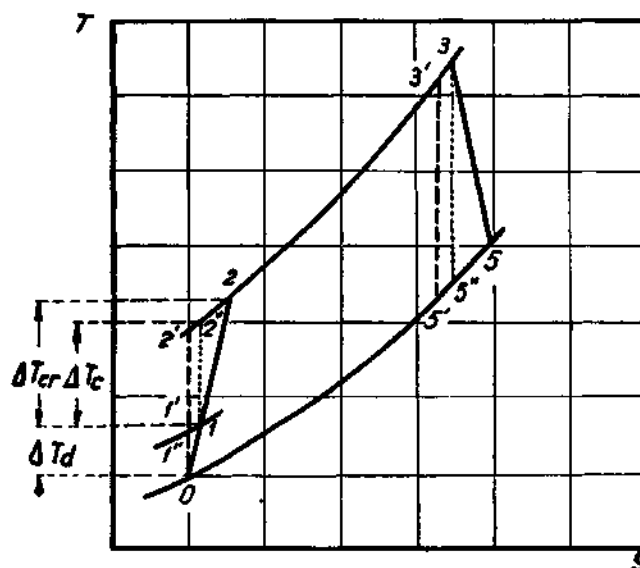
Fig. 37-IV.—Variación del rendimiento con la velocidad a diferentes alturas de vuelo. (Iguales datos numéricos que en la figura anterior.)

#### ESTUDIO DEL RENDIMIENTO EN CONDICIONES SUPERSÓNICAS.

##### DISMINUCIÓN DE ALGUNOS RENDIMIENTOS ORGÁNICOS CON LA ALTURA DE VUELO

En el estudio de la variación del rendimiento con la velocidad y altura de vuelo que acaba de incluirse, ya se indicó que se prescindía de tres importantes factores. Uno de ellos es la formación de ondas de choque cuando el vuelo es supersónico, lo que dará lugar a una disminución considerable del rendimiento de la toma

Como vamos a estudiar la variación del rendimiento termodinámico del motor en función de los rendimientos orgánicos  $\eta_{11}$ ,  $\eta_2$  y  $\eta_3$ , no es posible admitir todas las hipótesis con que se establecieron las fórmulas simplificadas del ciclo. Podemos seguir suponiendo que el aire se comporta como un gas perfecto y despreciar la diferencia de gastos entre la compresión y expansión, pero no es posible to-



**Fig. 38-IV.- Cielo de referencia.**

Además, como vamos a considerar la variación del rendimiento del compresor, resultará ventajoso tomar como parámetro de cálculo el incremento real de temperatura  $\Delta T_{cr}$  en vez del teórico  $\Delta T_c$ , puesto que ya sabemos que a régimen constante es el primero quien verdaderamente es un invariante de las condiciones exteriores, mientras que el incremento teórico de temperatura depende del rendimiento adiabático del compresor.

Con estas hipótesis, en la figura 38-IV están representados los

ciclos teórico y real 0 1'-2'-3'-5 y 0 1-2-3-5, respectivamente, indicándose con los puntos 1'', 2'' y 5'', temperaturas de referencia para los rendimientos adiabáticos parciales.

Como siempre, tenemos:

$$\eta_r = \frac{(T_3 - T_5) - (T_2 - T_0)}{\frac{L}{r c_p}} = \frac{(T_3 - T_5) \eta_c - (T_2 - T_0)}{\frac{L}{r c_p}}$$

y con:

$$T_2 - T_0 = \Delta T_d + \Delta T_{c1}; \quad T_5'' = T_3 \frac{T_0}{T_2'}$$

resulta:

$$\eta_r = \frac{T_3 \left(1 - \frac{T_0}{T_2'}\right) \eta_c - (\Delta T_d + \Delta T_{c1})}{\frac{L}{r c_p}}, \quad [87-IV]$$

y como:

$$T_3 = T_0 + \Delta T_d + \Delta T_{c1} + \eta_q \frac{L}{r c_p},$$

$$T_2' = T_1'' \frac{T_2''}{T_1} = \frac{T_0 + \eta_1 \Delta T_d}{T_0 + \Delta T_d} (T_0 + \Delta T_d + \eta_2 \Delta T_{c1}),$$

queda, finalmente:

$$\eta_r = \frac{r c_p}{L} \left[ \left( T_0 + \Delta T_d + \Delta T_{c1} + \eta_q \frac{L}{r c_p} \right) \left( 1 - \frac{T_0 + \Delta T_d}{T_0 + \eta_1 \Delta T_d} \frac{T_0}{T_0 + \Delta T_d + \eta_2 \Delta T_{c1}} \right) \eta_c - (\Delta T_d + \Delta T_{c1}) \right] \quad [88-IV]$$

#### Variación del rendimiento con la velocidad

Expresando la fórmula anterior en función del número de Mach y con  $\eta_q \frac{L}{r c_p} = \Delta T_q$ , resulta:

$$\eta_r = \eta_q \frac{T_0}{\Delta T_q} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} N_M^2 + \frac{\Delta T_{c1}}{T_0} + \frac{\Delta T_q}{T_0} \right) \left( 1 - \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} N_M^2}{1 + \eta_1 \frac{\gamma-1}{2} N_M^2} \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} N_M^2 + \eta_2 \frac{\Delta T_{c1}}{T_0}} \right) \eta_c - \left( \frac{\gamma-1}{2} N_M^2 + \frac{\Delta T_{c1}}{T_0} \right) \right] \quad [89-IV]$$



Para estos cálculos podemos suponer constante el rendimiento de la expansión  $\eta_e$ , así como los rendimientos del compresor y de la combustión. Tomando constante la temperatura  $T_s$  habrá de permanecer invariable el término:

$$\frac{T_s}{T_0} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} N_M^2 + \frac{\Delta T_{cr}}{T_0} + \frac{\Delta T_q}{T_0},$$

debiendo modificarse  $\Delta T_q$  cuando el número de Mach varíe, a fin de mantener constante esta relación.

Cuando la velocidad de vuelo sea supersónica, las condiciones en la admisión del compresor, con velocidad de entrada que supondremos constante y despreciable frente a la velocidad exterior, se habrán alcanzado a través de una o varias ondas de choque. Aunque se ha estudiado la posibilidad teórica de que esta transformación se efectúe a través de varias ondas de choque oblicuas, nosotros consideraremos el caso general, que es el más desfavorable, de que se forme una onda de choque desprendida delante de la tobera de entrada o morro del turborreactor, pudiendo asimilarse su parte central, es decir, la situada enfrente del conducto de entrada, a una onda de choque normal. En este caso, si se prescinde de las pérdidas propias por rozamientos y choques que pudieran producirse en la tobera, ya en condiciones subsónicas, el rendimiento adiabático de la toma dinámica vendrá dado por la fórmula [32-III] del capítulo anterior, correspondiente al caso del rendimiento adiabático de un choque normal hasta la temperatura de remanso (1). Dicha fórmula es la siguiente:

$$\eta_{it} = \frac{(\gamma + 1)^2 N_M^2 \left[ 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (N_M^2 - 1) \right]^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 4\gamma N_M^2 + 2(\gamma - 1)}{2\gamma(\gamma - 1) N_M^4 - (\gamma - 1)^2 N_M^2}, \quad [90-IV]$$

solamente válida para  $N_M \geq 1$ .

---

(1) Un poco más adelante veremos cómo se pueden tener en cuenta las pérdidas propias de la tobera en el caso de velocidad supersónica. Este efecto es por completo despreciable para los cálculos del rendimiento termodinámico del motor, pudiendo tener alguna influencia en la variación del gasto en peso de aire.

Con esta fórmula y la [89-IV], de acuerdo con las hipótesis efectuadas y con los datos siguientes:

$$\eta_e = 0,90; \quad \eta_z = 0,80; \quad \eta_q = 1,0; \quad \Delta T_{cr} = 180^\circ; \\ (\Delta T_q)_0 = 650^\circ; \quad T_0 = 288^\circ;$$

se ha dibujado en la figura 39-IV la variación del rendimiento termodinámico del motor con el número de Mach, para  $T_3 = \text{cte.}$  (1).

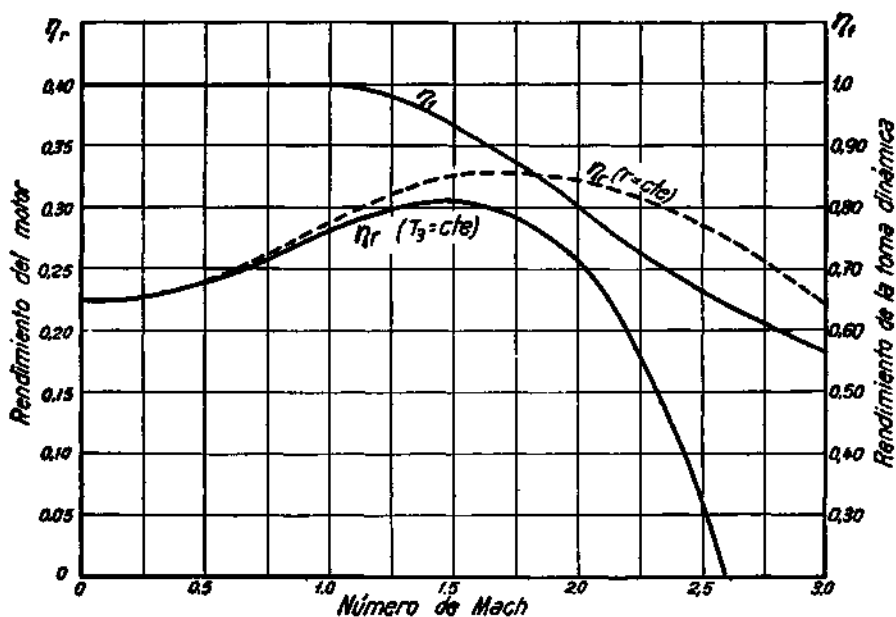


Fig. 39-IV.—Variación del rendimiento termodinámico del motor con el número de Mach.

Puede observarse en ella cómo para números de Mach superiores a 2, el rendimiento disminuye y se anula rápidamente.

Este fenómeno acontece por las mismas causas que ya se señalaron al estudiar la variación del rendimiento termodinámico del ciclo con las fórmulas simplificadas, ya que la disminución del rendimiento de la toma dinámica no hace más que acentuar el decre-

(1) Los valores obtenidos para el rendimiento del motor se han disminuido en el gráfico de un 5 %, ya que la fórmula [89-IV] proporciona un error positivo de este orden y prácticamente constante en su valor relativo.

cimiento a grandes velocidades del rendimiento del motor, pero no podría anularlo por sí mismo, pues para  $\eta_1 = 0$  resulta:

$$\left. \begin{aligned} \eta_r = \eta_q \frac{T_0}{\Delta T_q} \left[ \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} N_M^2 + \frac{\Delta T_{cr} + \Delta T_q}{T_0} \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 1 - \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} N_M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} N_M^2 + \eta_2 \frac{\Delta T_{cr}}{T_0}} \right) \eta_e - \left( \frac{\gamma-1}{2} N_M^2 + \frac{\Delta T_{cr}}{T_0} \right) \right] \end{aligned} \right\} [91-IV]$$

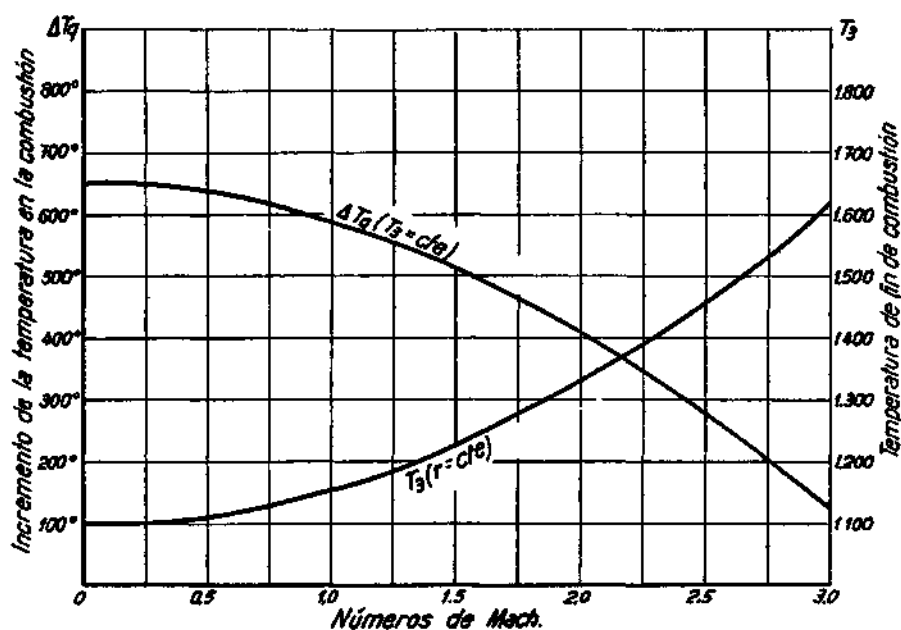


Fig. 40-IV.—Variación del incremento de la temperatura durante la combustión para  $T_s = cte$ . y de la temperatura de fin de combustión para  $r = cte$ . en función del número de Mach.

que es mayor de cero, para valores no muy grandes del número de Mach.

Además de la disminución del rendimiento, al ir aumentando el número de Mach decrece considerablemente el incremento de temperatura  $\Delta T_q$  (fig. 40-IV), al que es proporcional la cantidad de combustible suministrado y la potencia del motor.

Por estas razones, no se espera que el campo futuro de aplicación de los turborreactores sobrepase las velocidades correspon-

dientes a números de Mach iguales a 2, teniendo los termorreactores mejores características por encima de estas velocidades.

Cuando se pueda funcionar con mayores temperaturas de fin de combustión, se retrasará el decrecimiento del rendimiento del motor, pero las curvas seguirán siempre teniendo una forma análoga. También es posible diseñar una tobera para que el amortiguamien-

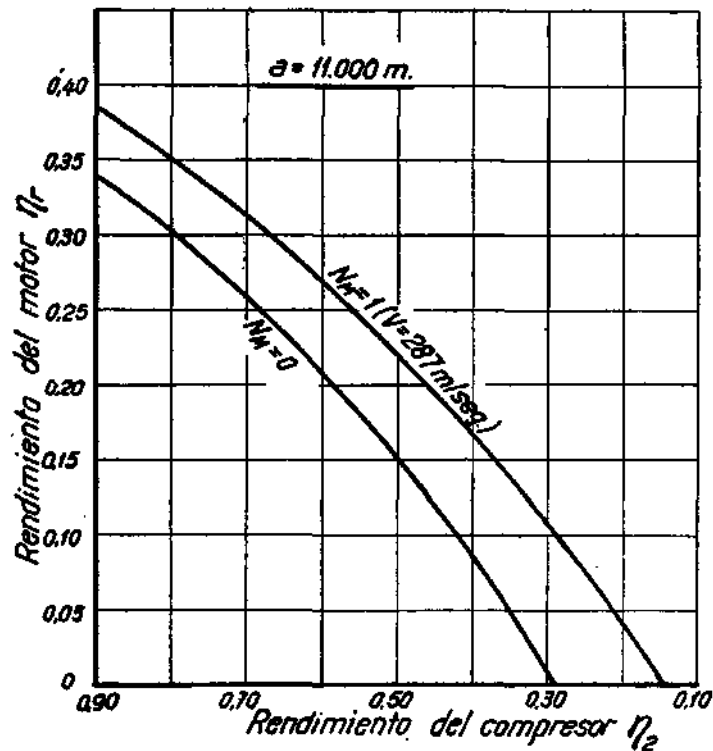


Fig. 41-IV.—Variación del rendimiento del motor con el del compresor en alturas estratosféricas. ( $T_1 = 216,5$  °K,  $\Delta T_{cr} = 180^\circ = \text{cte.}$ ,  $\eta_c = 0,90$ ,  $T_2 = 1.046$  °K = cte.)

to de la velocidad se efectúe a través de varias ondas de choque oblicuas, con lo cual se mejoraría el rendimiento de la toma dinámica.

Para independizar el problema de las condiciones de regulación del motor, también se ha representado en la figura 39-IV la variación del rendimiento para  $r = \text{cte.}$  o para  $\Delta T_q = \text{cte.}$ , habiéndose tomado los mismos datos de partida que en el caso anterior. Como ya podría preverse, se obtienen mayores valores para el rendimien-

to, retrasándose su anulación. No obstante, la constancia de la temperatura  $T_3$  puede hacerse imprescindible, no solamente por requerimientos de la regulación, sino por la cuestión metalúrgica, puesto que, como ya se indicó, si se mantuviera constante la relación aire/combustible se alcanzarían a estas grandes velocidades valores prohibitivos de las temperaturas de combustión (fig. 40-IV).

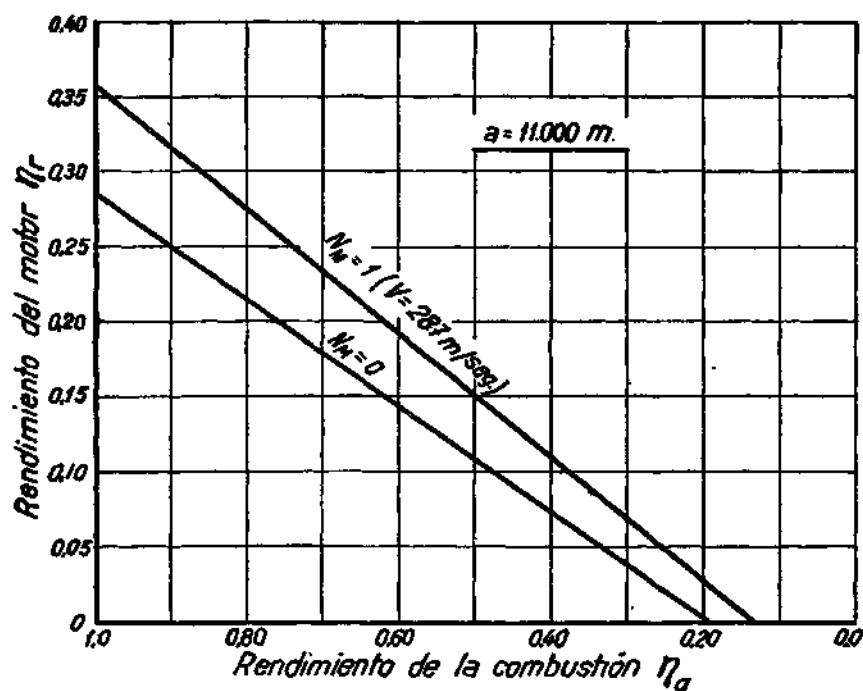


Fig. 42-IV.—Variación del rendimiento del motor con el de la combustión en alturas estratosféricas.

$$(T_3 = 216,5^\circ, \Delta T_{cr} = 180^\circ, \eta_a = 0,80, \eta_c = 0,90, \frac{L}{\rho c_p} = 650^\circ = \text{cte.})$$

### Variación del rendimiento con la altura

La disminución que el rendimiento termodinámico del motor experimenta a muy grandes alturas de vuelo por el decrecimiento de los del compresor y combustión es en absoluto imposible reducirlo a reglas fijas, puesto que estos dos últimos dependen exclusivamente de las particularidades de sus respectivos órganos.

El rendimiento de un compresor comienza a disminuir cuando aparecen zonas locales en las que el número de Mach de sus velocidades relativas de circulación es mayor que la unidad. Esto da

origen a la formación de una onda de choque con desprendimiento de la corriente del fluido. Este fenómeno puede tener o no importancia, pues, por ejemplo, en los compresores axiales es corriente que trabajen en condiciones supersónicas en algunas zonas de sus álabes, sin que por ello disminuya apreciablemente su rendimiento. En cambio, cuando la zona supersónica es grande y los números de Mach se siguen aumentando, puede dar lugar a la pérdida total de características del compresor.

En los compresores centrífugos de los turborreactores destinados a funcionar a grandes alturas, se disponen a veces unos álabes de pre-rotación que, comunicando al aire una rotación inicial en el sentido del movimiento de giro del rotor, hacen disminuir la velocidad relativa de entrada a costa de una pequeña pérdida en la relación de compresión. Volvemos a insistir en que no pueden darse reglas generales para la disminución de este rendimiento con la altura, siendo función de la clase y condiciones de diseño de cada compresor, aunque, como caso general, puede afirmarse que hasta alturas de 10.000 ó 12.000 metros este efecto es poco apreciable. Por otra parte, hay que tener en cuenta que, si bien la disminución atmosférica de temperatura hace aumentar los números de Mach, la toma dinámica puede contrarrestar este efecto, ya que da origen a calentamientos del aire que pueden restablecer la temperatura correspondiente al nivel del mar para alturas de vuelo de 7.000 u 8.000 metros de altura.

Tampoco pueden establecerse cálculos generales para la disminución con la altura del rendimiento de la combustión, ya que depende de factores tan dispares como la presión y temperatura de entrada en las cámaras, relación aire/combustible, turbulencia, etc., y también de las características particulares del sistema de alimentación. Este último factor es de la mayor importancia, siendo realmente difícil conseguir una buena pulverización del combustible con los pequeños gastos de éste con que se funciona en las grandes altitudes.

En las cámaras diseñadas en la actualidad se consigue mantener el rendimiento de la combustión prácticamente constante hasta alturas del orden de 12.000 metros, habiéndose efectuado vuelos aun con rendimientos tolerables a cerca de 20.000 metros de altura. No obstante, la disminución de este rendimiento es por ahora inevitable, dando lugar a que se extinga la llama en las cámaras de combustión cuando se pretende funcionar con gastos reducidos y con

valores pequeños de dicho rendimiento. Realmente, es éste uno de los factores primordiales que limitan en la actualidad el techo práctico de los turborreactores.

En las figuras 41-IV y 42-IV se han insertado unas curvas que muestran la dependencia del rendimiento termodinámico del motor con las del compresor y de la combustión.

#### VARIACIÓN DEL GASTO EN PESO DE AIRE CON LA VELOCIDAD Y ALTURA DE VUELO

##### Variación con la velocidad

Para estudiar la variación del gasto en peso de aire con la velocidad y altura de vuelo, cuando el motor funciona a régimen constante, admitiremos que las velocidades de paso del aire a través del compresor son también constantes, permaneciendo, por tanto, invariable el gasto volumétrico. De acuerdo con esto, el gasto en peso será proporcional a la densidad del aire en la admisión del compresor.

Esta hipótesis, que es cierta para el caso de la altura de vuelo, no es más que una aproximación cuando se trata de estudiar la variación del gasto en condiciones de toma dinámica. Los compresores axiales son más rígidos que los centrífugos, manteniendo casi constante el gasto volumétrico aunque la presión dinámica tienda a forzar la velocidad de entrada del aire en el compresor. No obstante, con unos y otros se consigue una aproximación realmente buena del proceso mediante la hipótesis admitida, como tendremos ocasión de comprobar más adelante. Esto se debe a que no se comete apenas error al incluir el pequeño aumento de gasto volumétrico que pudiera producirse en el incremento de gasto en peso, considerando una densidad del aire en la entrada del compresor un poco más elevada de la que realmente se produce. De esta manera los cálculos son muy sencillos, independizando la cuestión de las particularidades del funcionamiento interno de cada motor.

Denominaremos  $G_0$  al gasto en peso de aire en condiciones nominales, es decir, sin toma dinámica y al nivel del mar. Si se tiene en cuenta la aspiración del compresor, este gasto corresponderá a una presión  $p'_a$  y una temperatura  $T'_a$  en la admisión de dicho órgano, inferiores a los valores ambientes. Según esto, si  $w_a$  es la velo-

edad de entrada en el rotor, el valor del gasto  $G_v$  a una velocidad de vuelo  $V$  vendrá dado por:

$$\frac{G_v}{G_0} = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{p_1}{p'_a} \frac{T'_a}{T_1},$$

siendo:

$$T'_a = T_0 - \frac{w_a^2}{2 g J c_p},$$

$$p'_a = p_0 \left( 1 - \frac{w_a^2}{2 g J c_p T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Teniendo en cuenta que:

$$T_1 = T_0 + \frac{V^2 - w_a^2}{2 g J c_p},$$

$$p_1 = p_0 \left( 1 + \frac{V^2 - w_a^2}{2 g J c_p T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Resulta:

$$\frac{G_v}{G_0} = \left( \frac{1 + \frac{V^2 - w_a^2}{2 g J c_p T_0}}{1 - \frac{w_a^2}{2 g J c_p T_0}} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left( 1 + \frac{V^2}{2 g J c_p T_0 - w_a^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Ahora bien, en esta fórmula puede tomarse  $w_a = 0$ , despreciando la velocidad de entrada en el compresor de acuerdo con la norma que hasta ahora hemos venido siguiendo. Con esto se comete un error insignificante, pues el valor de  $w_a^2$  es muy pequeño frente al término  $2 g J c_p T_0$ . De hecho, este error es inferior al 0,5 % para todos los valores normales de las velocidades  $V$  y  $w_a$ . Por tanto, con  $w_a = 0$ , tendremos:

$$\frac{G_v}{G_0} = \left( 1 + \frac{V^2}{2 g J c_p T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad [92-IV]$$

Esta fórmula corresponde al caso de que el rendimiento de la toma dinámica se haya tomado igual a la unidad, pero como este rendimiento ejerce una influencia apreciable en los valores de la



densidad del aire en la admisión del compresor, deberá tenerse en cuenta en todos los cálculos. Al introducir este factor la temperatura  $T_1$  no se modifica, y la presión  $p_1$  correspondiente a las condiciones admitidas de remanso, vendrá dada por:

$$p_1 = p_0 \left( 1 + \eta_d \frac{V^2}{2 g J c_p T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

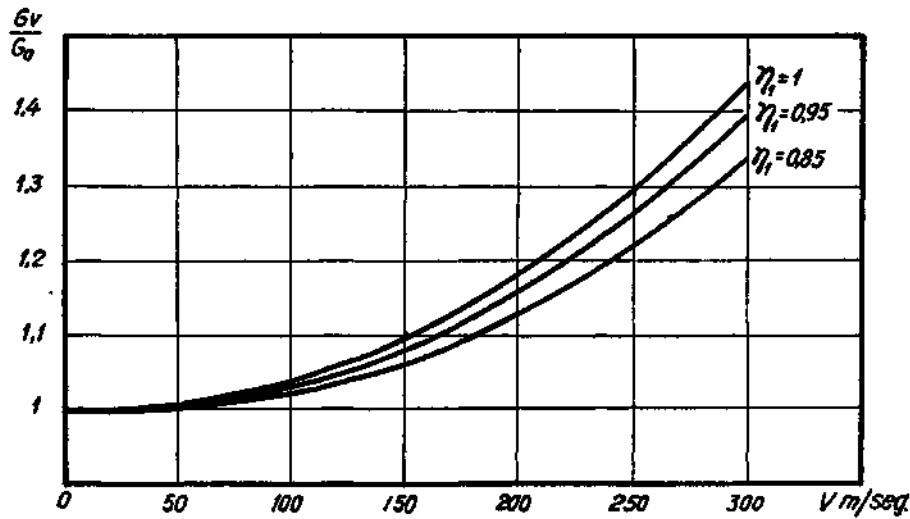


Fig. 43-IV.—Variación del gasto con la velocidad ( $\alpha = 0$ ,  $T_0 = 288^\circ$ ).

Resultando:

$$\frac{G_v}{G_0} = \frac{\left( 1 + \eta_d \frac{V^2}{2 g J c_p T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{1 + \frac{V^2}{2 g J c_p T_0}}. \quad [93-IV]$$

En la figura 43-IV está representada la variación de este gasto para diferentes valores del rendimiento de la toma dinámica.

Cuando el vuelo sea supersónico se formará una onda de choque delante de la tobera de entrada. Puede observarse que al imponer una velocidad constante en la admisión del compresor o, lo que es equivalente, en la sección de entrada de la tobera, se fija con ello la posición de la onda de choque, siempre que se admita

que puede equipararse en su parte central a una onda de choque normal.

Para este caso de vuelo supersónico la fórmula [93-IV] sigue siendo válida, pero en ella deberá tomarse el valor de  $\eta_1$  dado por [90-IV], que proporciona el valor del rendimiento de la onda de choque normal hasta las condiciones de remanso. Si se desea tener en cuenta también las pérdidas por choques y rozamiento que se experimentan en el interior de la tobera de entrada, ya en régimen subsónico dentro de ella, el cálculo será más complicado. Habría que determinar las condiciones del aire en la sección de entrada en función de las que se producen después del choque y de las que han de existir en la admisión del compresor, teniendo en cuenta el rendimiento adiabático de la tobera.

Dos ecuaciones del impulso, entre choque-sección de entrada y sección de entrada-compresor; la ecuación de continuidad en la tobera y la ecuación de conservación de la energía entre las condiciones después del choque y la sección de entrada proporcionarían los valores de las cuatro incógnitas del problema: presión, temperatura y velocidad en la sección de entrada, y presión en la admisión del compresor. La temperatura en este último punto se determina directamente al no depender del rendimiento adiabático de la tobera.

Como es fácil comprender, no merece la pena en absoluto efectuar el cálculo de esta manera, sobre todo si se considera que en cuanto el número de Mach sobrepasa apreciablemente de la unidad, el rendimiento del choque es mucho más pequeño que el rendimiento de la tobera, siendo su influencia en el rendimiento global considerablemente mayor. Por tanto, puede tomarse sin inconveniente alguno dicho rendimiento igual a la unidad para toda la zona supersónica de la función. No obstante, si se desea una mayor aproximación y, sobre todo, para compaginar la parte subsónica con la parte supersónica de la curva, puede tomarse en los cálculos un rendimiento global de la toma dinámica definido como la media proporcional entre el rendimiento del choque y el rendimiento adiabático de la tobera, en la forma:

$$\eta_1 = \frac{(H_0 - H_{ch}) \eta_{ch} + (H_{ch} - H_1) \eta_{ub}}{H_0 - H_1}, \quad [94-IV]$$

en la que  $\eta_{ch}$  es el rendimiento adiabático del choque (no hasta las

condiciones de remanso);  $\eta_{tb}$  es el rendimiento adiabático de la tobera, igual a  $\eta_1$  para toda la zona subsónica, y  $H_0$ ,  $H_{ch}$  y  $H_t$  son las entalpías del aire correspondientes a las condiciones ambientes, después del choque y en la admisión del compresor. Como es natural, estas entalpías pueden sustituirse por los valores de las temperaturas absolutas.

En la figura 44-IV está representada la variación del gasto en

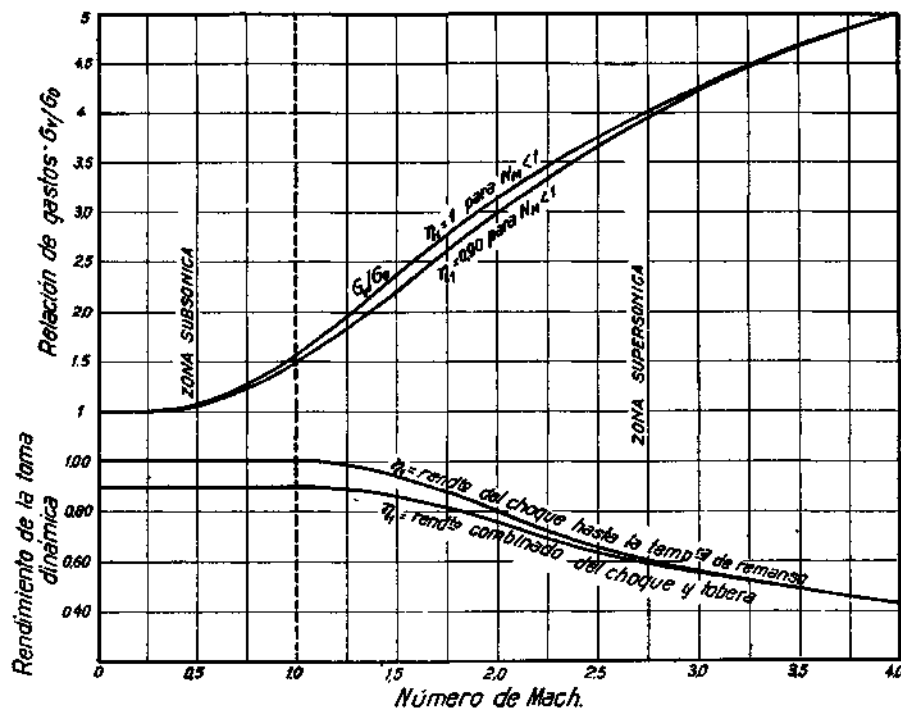


Fig. 44-IV.—Variación del gasto de aire con el número de Mach.

peso de aire hasta un número de Mach igual a 4. Se han tomado dos valores del rendimiento propio de la tobera de entrada: uno, igual a la unidad, y el otro, igual a 0,90, efectuándose en este último caso los cálculos de la parte supersónica de la función con auxilio de la fórmula [94-IV] y con las tablas de ondas de choque normal insertadas al final del capítulo anterior.

Como puede observarse, las dos curvas difieren en muy pequeña proporción en toda la zona supersónica, coincidiendo prácticamente en cuanto el número de Mach es superior a 2.

También en dicha figura puede apreciarse que, aunque el gasto aumenta grandemente, la pendiente de las curvas comienza a disminuir para valores del número de Mach próximos a 2, volviéndose cada vez más tendidas. Esto se debe a que el gasto no aumenta ilimitadamente, pues ya vimos que cuando la velocidad tendía a infinito el rendimiento  $\eta_{11}$  tendía hacia cero. Con la fórmula [93-IV] podría calcularse este límite, expresando el rendimiento en función de la velocidad; pero, realmente, ya ha sido calculado en el capítulo anterior, cuando se determinó el valor límite del volumen específico en una onda de choque normal cuando el número de Mach tendía a infinito (fórmula [19-III]). Expresando este valor para las densidades, resulta:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}.$$

Por tanto, tendremos como valor del gasto límite, o valor máximo del gasto que podría obtenerse:

$$G_m = G_0 \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad [95-IV]$$

que es igual a seis veces el gasto inicial para  $\gamma = 1,4$ . Puede observarse cómo a partir de un número de Mach igual a 4 las curvas de gasto tienen muy poca pendiente, pues para dicho valor ya se alcanza un gasto igual a cinco veces el valor inicial.

#### VARIACIÓN DEL GASTO DE AIRE CON LA ALTURA DE VUELO. INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD A DIFERENTES ALTURAS

Consideremos primeramente el caso  $V = 0$ , o sea, que el turbo-reactor funcione sin toma dinámica con diferentes valores de la densidad del aire ambiente, instalado, por ejemplo, en su banco de pruebas (1). A régimen constante del motor el gasto en peso de aire será proporcional a dicha densidad, y denominando  $\rho_a$  al valor

---

(1) También se podría efectuar este ensayo en vuelo, impidiendo mediante un deflector la toma dinámica de aire.

de la densidad que correspondería a una altura  $\alpha$  en la atmósfera tipo, tendremos:

$$\frac{G_a}{G_0} = \frac{\rho_a}{\rho_0} = \left(1 - \frac{0,0065 \alpha}{288}\right)^{4,225} \quad [96-IV]$$

( $\alpha$  en metros).

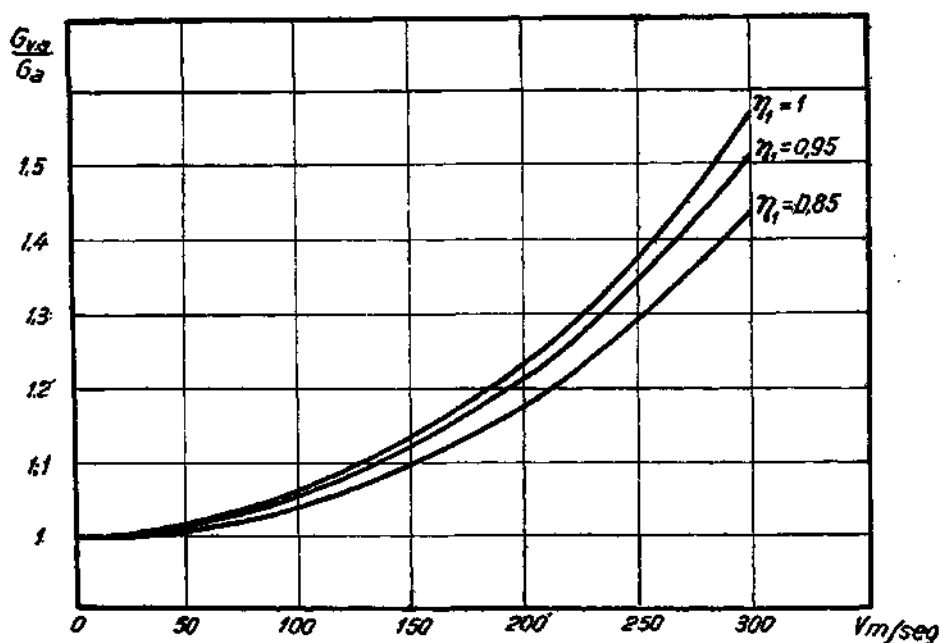


Fig. 45-IV.—Variación del gasto con la velocidad a 10.000 metros de altura.

Cuando el turborreactor funcione a dicha altura de vuelo, la influencia ejercida en el gasto por la velocidad se obtendrá con la fórmula [93-IV], sustituyendo en ella  $T_0$  por  $T_a$ . Resulta:

$$\frac{G_{v,a}}{G_a} = \frac{\left(1 + \eta_{11} \frac{V^2}{2 g J c_p T_a}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{1 + \frac{V^2}{2 g J c_p T_a}} \quad [97-IV]$$

En la figura 45-IV se representa la variación del gasto con la velocidad a 10.000 metros de altura. Comparándola con la figu-

ra 43-IV puede observarse cómo es mayor el incremento de gasto logrado por el efecto de toma dinámica en altura que al nivel del mar.

De [96-IV] y [97-IV], se deduce:

$$\frac{G_{V,a}}{G_0} = \left(1 - \frac{0,0065 a}{288}\right)^{4,225} \frac{\left(1 + \gamma_{11} \frac{V^2}{2g J c_p T_a}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{1 + \frac{V^2}{2g J c_p T_a}}, \quad [98-IV]$$

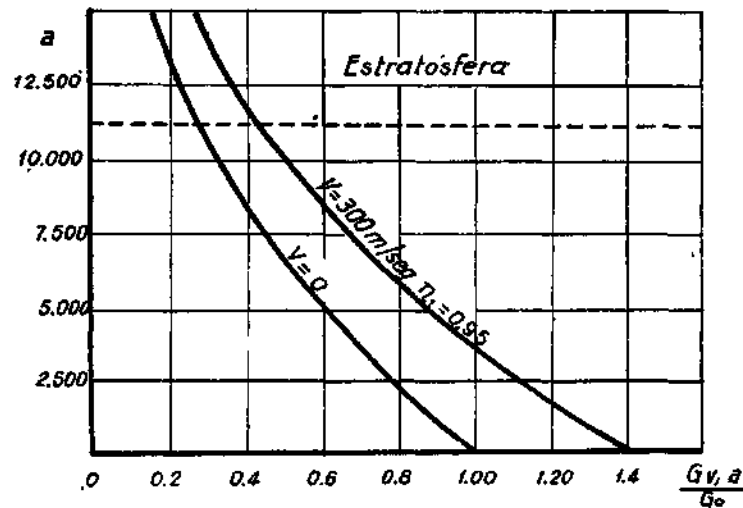


Fig. 46-IV.—Variación del gasto con la altura para dos velocidades.

que proporciona la variación relativa de gasto para cualquier velocidad  $V$  y altura  $a$ . En la figura 46-IV está representada esta función para  $V = 0$  y para  $V = 300$  m/seg.

Las fórmulas anteriores en las que interviene la altura son válidas solamente hasta los 11.000 metros. Por encima de esta altura, en la que comienza la estratosfera con temperatura uniforme igual a  $-56,5^\circ\text{C}$ , hay que utilizar la siguiente ley de variación para la densidad:

$$\log_{10} \rho_a = \log_{10} \rho_{11.000} - \frac{a - 11.000}{14.600}, \quad [99-IV]$$

válida hasta los 20.000 metros de altura.

### VARIACIÓN DEL CONSUMO DE COMBUSTIBLE CON LA VELOCIDAD Y ALTURA DE VUELO

Como ya se mencionó, las variaciones del consumo de combustible con las condiciones exteriores dependen de las características particulares de regulación de cada motor. También hemos indica-

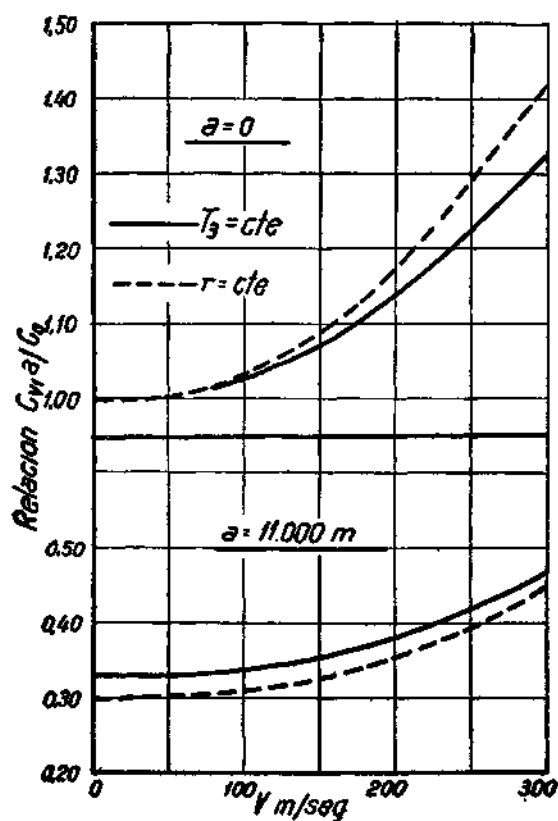


Fig. 47-IV.—Variación del consumo de combustible con la velocidad y altura de vuelo ( $\eta_k = 1$ ).

do que tomando  $T_3 = cte.$ , se cumplen aproximadamente los requerimientos de la regulación, habiéndose estudiado para este caso las variaciones de la relación aire/combustible. Como, por otra parte, se conoce la dependencia del gasto de aire con la velocidad y altura de vuelo, podemos deducir inmediatamente las correspon-

dientes leyes de variación para el consumo de combustible. Para  $T_s = \text{cte.}$ , tenemos:

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_{v,a}}{C_0} &= \frac{G_{v,a}}{G_0} \frac{r_0}{r} = \frac{p_1}{p_0} \frac{T_0}{T_1} \left[ 1 - \frac{r_0}{L \eta_q} (T_1 - T_0) \right] = \\ &= \frac{\left( 1 + \eta_{11} \frac{V^2}{2g J c_p T_a} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{1 + \frac{V^2}{2g J c_p T_a}} \left( 1 - \frac{r_0 V^2}{2g J L \eta_q} \right). \end{aligned} \right\} [100-IV]$$

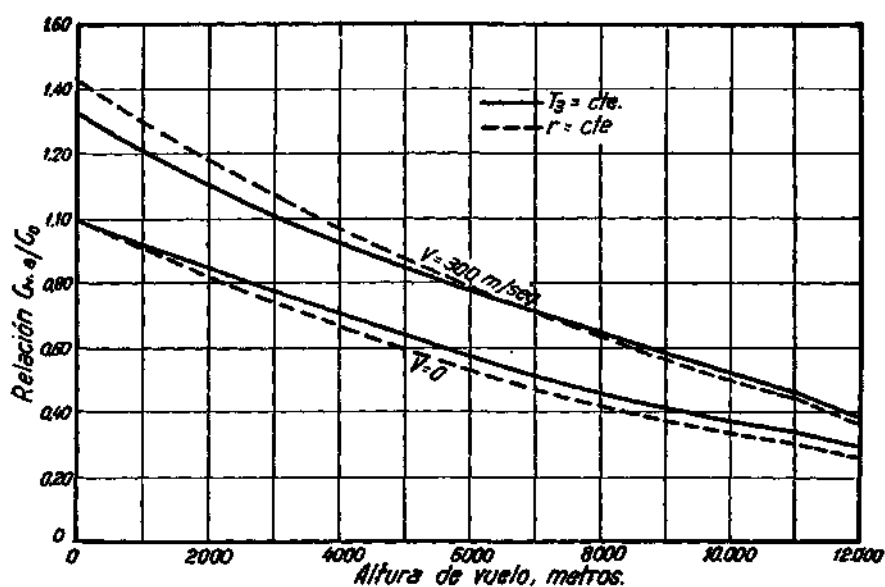


Fig. 48-IV.—Variación del consumo de combustible con la altura de vuelo.

Si la relación aire/combustible se supone constante, el consumo de combustible varía en la misma forma que el de aire, no siendo muy diferentes los resultados que se obtienen con ambas hipótesis.

En las figuras 47-IV y 48-IV se exponen las curvas calculadas del consumo de combustible, y en las 49-IV y 50-IV se insertan gráficos de gastos y consumos de algunos turbo reactores.



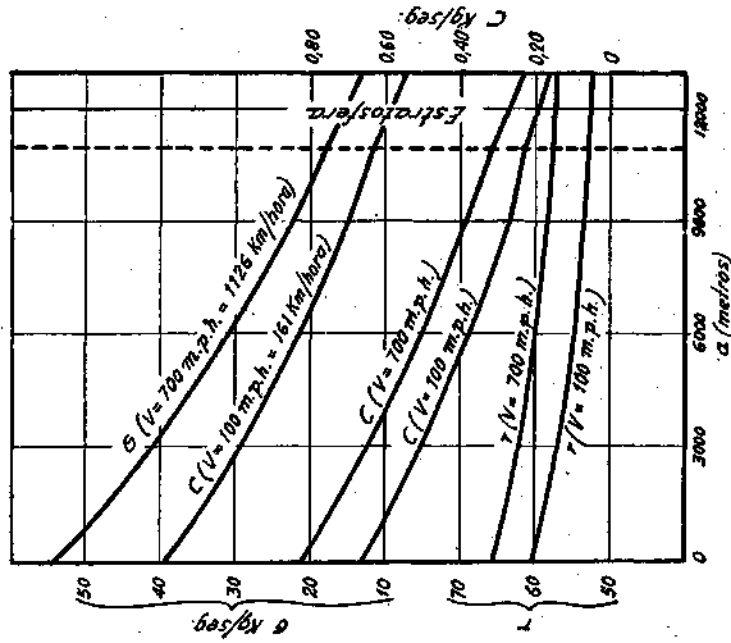


Fig. 50-IV.—Variaciones del gasto de aire, consumo de combustible y de la relación entre ambos con la velocidad y altura de vuelo en el turbo-reactor R. R. Nene II.

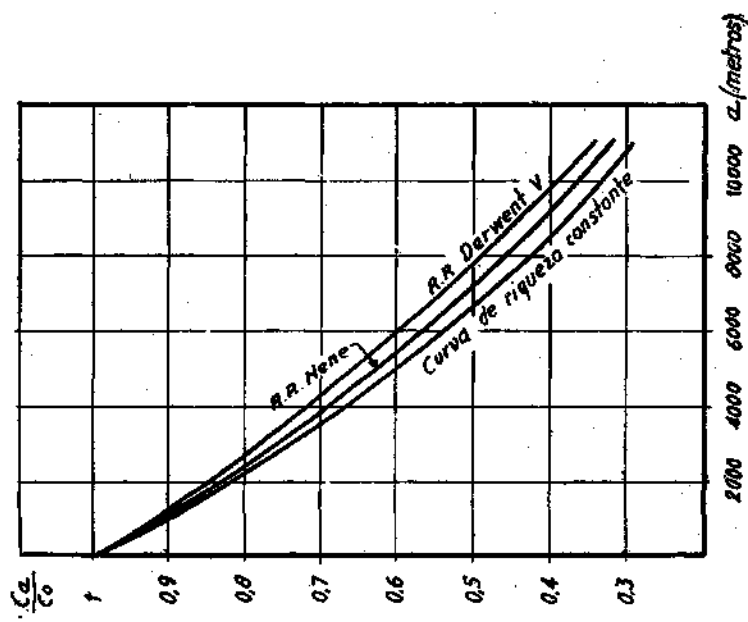


Fig. 49-IV.—Variación del consumo de combustible con la altura de vuelo en el R. R. Darwent V y en el R. R. Nene.

## VELOCIDAD DE SALIDA DE LOS GASES DE ESCAPE

Ya se obtuvo la expresión de la velocidad de salida de los gases de escape en función de los parámetros del ciclo; pero ahora, y de acuerdo con la norma que se seguirá en el estudio de las características propulsoras de los turborreactores, nos será más ventajoso expresarla en función del rendimiento para analizar su variación con la velocidad de vuelo.

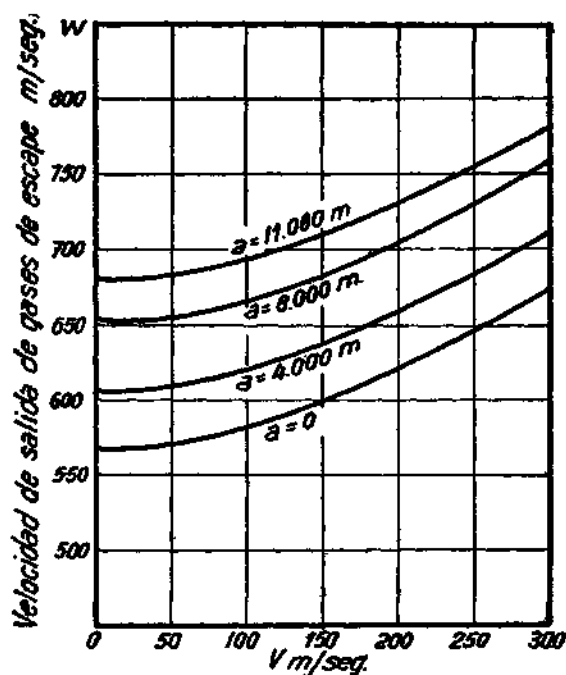


Fig. 51-IV.—Variación de la velocidad de salida de los gases de escape con la velocidad y altura de vuelo ( $T_3 = \text{cte.} = 1,140^\circ\text{K}$ ,  $\eta_1 = 1,00$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_3 = 0,85$ ,  $\eta_4 = 0,95$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ$ ).

Despejando dicha velocidad de la fórmula [34-IV], se obtiene:

$$w = \sqrt{\frac{2gJL\eta_r}{1+r} + \frac{rV^2}{1+r}} \quad [101-IV]$$

O bien, sin tener en cuenta la diferencia de gastos entre la compresión y expansión:

$$w = \sqrt{\frac{2gJL\eta_r}{r} V^2} \quad [102-IV]$$

Como puede verse, es función de la velocidad de vuelo, tanto directamente como por intermedio del rendimiento e incluso por la relación aire/combustible. Si el motor funcionase sin toma dinámica el término  $\eta_r/r$  permanecería constante, y la curva  $w=f(V)$  sería una hipérbola equilátera, siendo de todas maneras su forma parecida a la de esta función. En la figura 51-IV están trazadas estas curvas para diferentes alturas de vuelo, deducidas de las leyes de variación del rendimiento y de la relación aire/combustible.

Cuando quiera estudiarse la función para muy grandes velocidades de vuelo, suponiendo constantes o acotados el rendimiento y la relación aire/combustible, no puede utilizarse la fórmula [102-IV] sino la [101-IV]. Contrariamente a lo que algunas veces se ha afirmado, con ella puede verse que la velocidad de vuelo podría llegar a ser mayor que la salida de los gases. Esto acontecería cuando:

$$V \geq \sqrt{2 g J L \eta_r} \quad [103-IV]$$

que, desde luego, queda fuera de toda realidad posible por ser del orden de los 4.000 ó 5.000 m/seg.

#### POTENCIA MOTORA DE LOS TURBORREACTORES

No se acostumbra en la práctica a citar la potencia de los turborreactores en su funcionamiento como motor, sino a caracterizarlos por los valores de su empuje o de su potencia útil. Esto es debido a la mayor aplicación de estas dos últimas magnitudes y al carácter poco tangible de la primera, ya que hay que establecerla en función de la energía cinética.

Se calculará expresando que es igual al incremento de energía cinética producida en la unidad de tiempo. En el sistema técnico de unidades, la potencia P en CV. vendrá dada por la fórmula:

$$P = \frac{(G + C) w^2 - G V^2}{2 g \cdot 75} \quad [104-IV]$$

Con  $G = r C$ , resulta:

$$P = \frac{C}{2 g \cdot 75} [(1 + r) w^2 - r V^2], \quad [105-IV]$$

pudiendo ponerse para cualquier aplicación práctica:

$$P = \frac{C r}{150 g} (w^2 - V^2). \quad [106-IV]$$

En función del rendimiento del motor y con la fórmula [102-IV], se expresa del modo siguiente:

$$P = \frac{J}{75} C L \eta_r, \quad [107-IV]$$

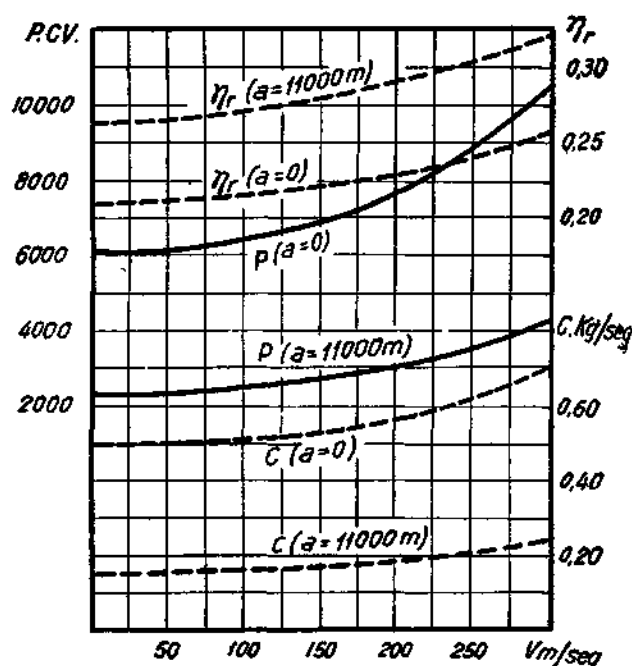


Fig. 52-IV.—Variación de la potencia en función de la velocidad, de acuerdo con las curvas de consumos y rendimientos indicadas en la figura.

que podría haberse escrito directamente, estableciendo que es igual a la energía utilizable que produce el motor en la unidad de tiempo.

Al ser proporcional la potencia al rendimiento y al consumo de combustible, se establecen inmediatamente sus dependencias con la velocidad y altura de vuelo, así como con los parámetros del ciclo. En las figuras 52-IV y 53-IV están trazadas las curvas de la potencia en función de las citadas variables.

La potencia disminuye al aumentar la altura de vuelo debido al inevitable decrecimiento en el consumo de combustible, pero en menor proporción que éste, por compensar en parte este efecto el crecimiento del rendimiento. En cambio, con la velocidad aumenta notablemente, tanto por intermedio del consumo de combustible como por el del rendimiento del motor.

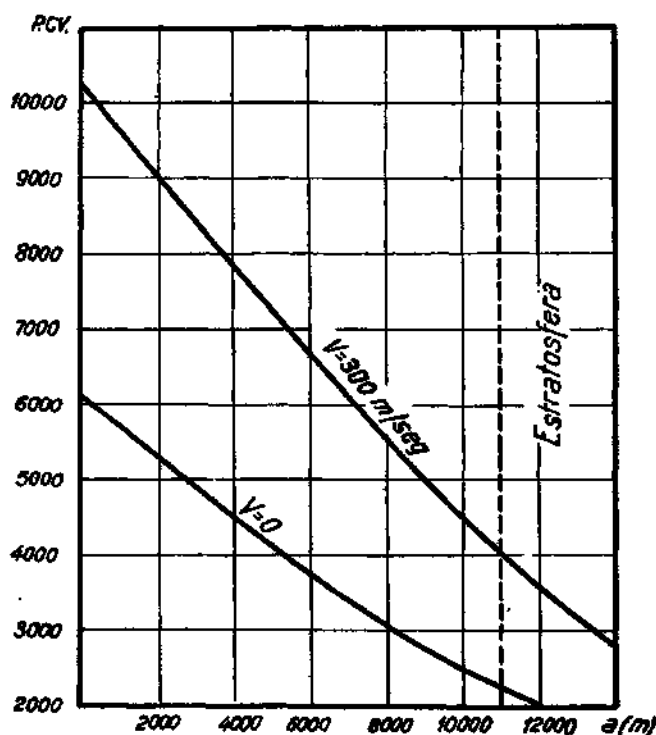


Fig. 53-IV.—Disminución de la potencia del motor con la altura, deducida de las curvas de la figura anterior.

### Consumo específico

El consumo específico  $C_e$ , en gr/CV. hora, vendrá dado por:

$$C_e = \frac{C \cdot 3.600 \cdot 1.000}{P} = \frac{632}{L \eta_r} \cdot 10^3. \quad [108-IV]$$

En la figura 54-IV está representada esta función para distintos valores del rendimiento y del poder calorífico inferior del combus-

tible. Con la velocidad y altura de vuelo varía inversamente a como lo hace el rendimiento, estando trazado en la figura 55-IV un gráfico con sus leyes de dependencia. El consumo específico al nivel del mar y con velocidades reducidas es bastante superior al de los motores de cilindros; pero al aumentar la velocidad y altura de vuelo puede llegar a alcanzar valores del orden de los que normalmente se consignan en dichos motores.

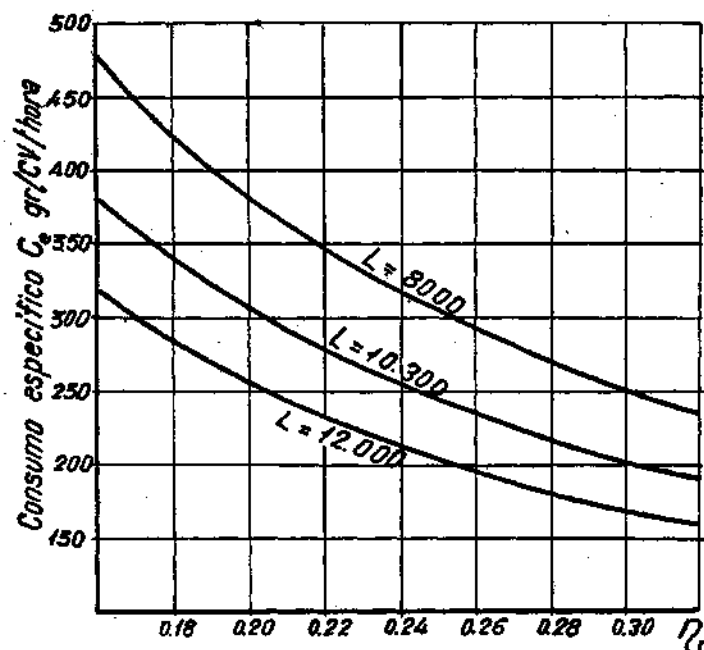


Fig. 54-IV.—Dependencia del consumo específico con el rendimiento del motor y calidad del combustible.

Análogamente a lo que acontece con la potencia motora, pocas veces se hace mención en los turborreactores de este consumo específico, aunque tiene verdadera importancia pensando en las diferentes aplicaciones propulsoras con que puede utilizarse un turborreactor, para las cuales convendrá conocer exactamente el funcionamiento como motor de este sistema. Ejemplo claro de esto lo tendremos en los turbohélices.

Como veremos en el capítulo siguiente, se utiliza con preferencia el consumo específico referido al empuje del turborreactor,

que nos dará una mejor noción de las características globales de estos sistemas.

Hemos de mencionar los magníficos valores de la relación peso/potencia que se obtienen en los turborreactores, disminuyendo su valor a medida que aumenta la velocidad de vuelo. En la figura 56-IV está trazado el valor de esta relación para el motor Rolls-Royce Nene I. En ella puede apreciarse que para  $V=0$  es

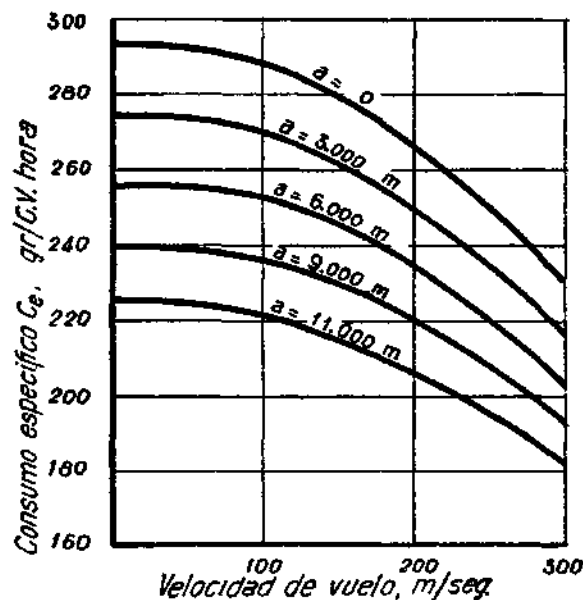


Fig. 56 IV.—Variación del consumo en grs/CV. hora con la velocidad y altura de vuelo, deducida de las curvas de la figura 51-IV.

inferior a 0,10 Kg/CV., mucho más baja que las obtenidas hasta la fecha en los motores de cilindros, llegando a tomar valores del orden de los 0,06 Kg/CV. a grandes velocidades de vuelo. Todavía resulta mejorada esta relación al tener en cuenta el peso del sistema propulsor que han de llevar los motores alternativos; pero estas cuestiones tendrán consideración aparte cuando se trate de la comparación entre sí de los diversos sistemas motopropulsores. Por otra parte, no basta el estudio como motor de los turborreactores para poder establecer de un modo cierto sus ventajas e inconvenientes, ni siquiera si determinada variable afecta de un modo be-

neficioso o perjudicial al motor. Esto se debe a que las características propulsoras están íntimamente relacionadas con las del motor,

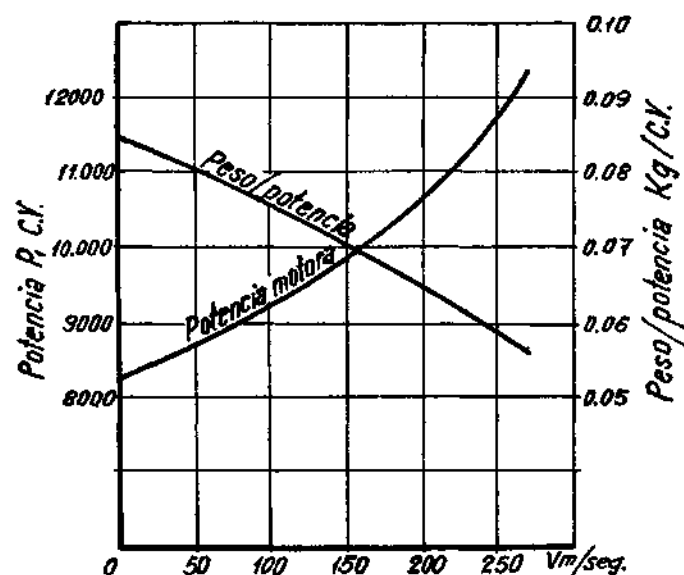


Fig. 56-IV. —Variación de la potencia y de la relación peso/potencia en el Rolls-Royce Nene I.

debiendo esperarse al estudio global como sistema motopropulsor antes de que se pueda establecer ninguna conclusión definitiva.

#### BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía de este capítulo se incluye en la del capítulo siguiente.



## CAPITULO V

### ESTUDIO DE LOS TURBORREACTORES COMO SISTEMA PROPULSOR

#### NOTACIÓN DEL CAPÍTULO

- $V$  = velocidad de avance, m/seg. o Km/hora.  
 $w$  = velocidad de salida de los gases de escape, m/seg.  
 $F$  = fuerza propulsora producida por la presión de los gases contra las paredes interiores del turborreactor, Kg.  
 $E$  = empuje, Kg.  
 $E_0$  = empuje estático, Kg.  
 $G$  = gasto de aire en peso, Kg/seg.  
 $C$  = consumo de combustible, Kg/seg.  
 $E_G$  = empuje por kilogramo de aire, Kg/Kg/seg.  
 $E_C$  = empuje específico o empuje por kilogramo de combustible, Kg/Kg/seg.  
 $C_E$  = consumo específico, Kg/seg/Kg. de empuje.  
 $C_S$  = consumo específico, Kg/hora/Kg. de empuje.  
 $P_C$  = potencia calorífica, Kgm/seg.  
 $P_M$  = potencia del motor, Kgm/seg.  
 $P_U$  = potencia útil, Kgm/seg.  
 $\pi_e$  = pérdidas de energía calorífica en la unidad de tiempo, Kgm/seg.  
 $\pi_r$  = pérdidas de energía cinética residual en la unidad de tiempo, Kgm/seg.  
 $\pi_{ec}$  = pérdidas de energía cinética del combustible en la unidad de tiempo, Kgm/seg.  
 $\eta_r$  = rendimiento termodinámico del motor o rendimiento del ciclo real.  
 $\eta_M$  = rendimiento energético del motor.

$\eta_P$  = rendimiento de la propulsión.

$\eta_{MP}$  = rendimiento global del sistema motopropulsor.

$r_L$  = relación kilogramos de aire/kilocalorías consumidas.

$L_r$  = relación kilocalorías consumidas/kilogramos de aire.

## EMPUJE DE LOS TURBORREACTORES

### Cálculo del empuje

En el estudio de las características propulsoras es en donde se advierte más claramente la diferencia específica entre un turbo-reactor y un motor de cilindros. Sería absurdo tratar del empuje producido por este último, factor que corresponde exclusivamente

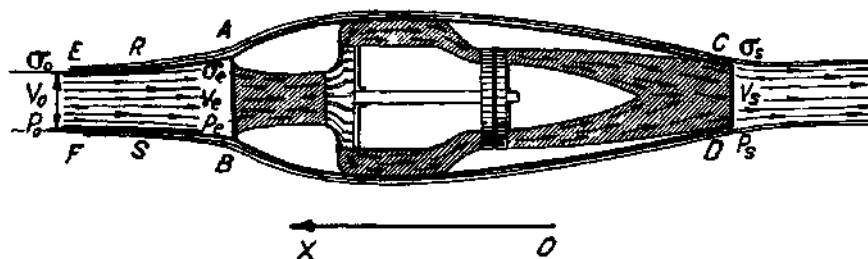


Fig. 1-V. — Cálculo del empuje.

a su hélice, mientras que en los turbo-reactores es su magnitud más característica, indicando con ello que no son motores sino verdaderos sistemas motopropulsores.

Consideremos el turbo-reactor representado en esquema en la figura 1-V y calculemos la fuerza propulsora que produce en el sentido O X del movimiento. Para ello supondremos establecido el régimen estacionario.

Las fuerzas de presión y de rozamiento producidas por el aire sobre las superficies exteriores A C y B D del turbo-reactor no las tendremos en cuenta por ahora. Estas fuerzas dependen de la forma del carenado exterior y de la situación del motor en el avión y, como veremos, una parte de ellas deberá incluirse en la resistencia aerodinámica del avión, mientras que la parte restante deberá considerarse entre los términos que componen la fuerza propulsora del turbo-reactor.

Consideremos, pues, el sistema formado por los gases compren-

didados entre las secciones de entrada y salida, A B y C D, y las paredes interiores del turborreactor en contacto con ellos. Sea  $V_s$  el valor medio de la velocidad de salida, supuesta paralela a la dirección del movimiento;  $V_e$  la velocidad de entrada en análogas condiciones, y  $p_s$ ,  $\sigma_s$ ,  $p_e$  y  $\sigma_e$  las correspondientes presiones y áreas de las secciones. Aplicando el teorema del impulso a dicho sistema según el eje O X, tendremos:

$$F = -\frac{G + C}{g} V_s - \frac{G}{g} V_e + p_s \sigma_s - p_e \sigma_e, \quad [1-V]$$

en la que F es la fuerza propulsora producida por la presión de los gases contra las paredes interiores del turborreactor.

El aire penetra en el motor con la velocidad  $V_e$  y presión  $p_e$ , que pueden ser menores o mayores que la velocidad de vuelo  $V_0$  y presión exterior  $p_0$ . Puede admitirse que a una cierta distancia de la tobera de entrada existirá una sección  $\sigma_0$  en la que la velocidad sea igual a  $V_0$  y la presión sea  $p_0$ . La vena tendrá la forma indicada en la figura en el caso general de estar el avión en vuelo y ser su velocidad de avance mayor que la velocidad de aspiración del compresor, mientras que en el caso contrario sería  $\sigma_0 > \sigma_e$ . Como aplicación del teorema del impulso al sistema A B E F, resulta:

$$\iint_{ABEF} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}} = \frac{G}{g} (V_0 - V_e), \quad [2-V]$$

en la que la integral doble se extiende a la superficie total, incluyendo las secciones  $\sigma_0$  y  $\sigma_e$ .

Ahora bien, como:

$$\iint_{ABEF} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}} = p_e \sigma_e - p_0 \sigma_0 + \iint_{RS} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}},$$

resulta:

$$\frac{G}{g} V_e + p_e \sigma_e = \frac{G}{g} V_0 + p_0 \sigma_0 - \iint_{RS} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}}, \quad [3-V]$$

que puede ponerse en la forma:

$$\frac{G}{g} V_e + p_e \sigma_e = \frac{G}{g} V_0 + p_0 \sigma_e - p_0 (\sigma_e - \sigma_0) - \iint_{RS} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}}. \quad [4-V]$$

El término:

$$\iint_{RS} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}}$$

representa la componente según O X de la integral de las fuerzas de presión sobre la superficie exterior de la vena. Cuando es  $\sigma_e > \sigma_0$ , esta componente tiene sentido contrario al del movimiento, siendo en consecuencia negativa. Según esto, en todo caso esta integral es de signo contrario al del término  $p_0 (\sigma_e - \sigma_0)$ . La suma algebraica de los dos:

$$p_0 (\sigma_e - \sigma_0) + \iint_{RS} (p d\vec{\sigma})_{\vec{OX}}$$

es de muy escasa consideración y se puede despreciar, análogamente a como se efectúa en la teoría de hélices. Esto se justifica teniendo en cuenta que:

$$\iint_{ABEF} (p_0 d\vec{\sigma})_{\vec{OX}} = p_0 (\sigma_e - \sigma_0) + \iint_{RS} (p_0 d\vec{\sigma})_{\vec{OX}} = 0$$

y que las componentes sobre O X de las integrales de  $p$  y  $p_0$  extendidas a la superficie exterior de la vena difieren muy escasamente, por ser pequeñas las variaciones de la presión y, a consecuencia de esto, ser también muy reducida la inclinación de la superficie de la vena.

De acuerdo con esto, tendremos:

$$F = \frac{G + C}{g} V_s - \frac{G}{g} V_0 + p_s \sigma_s - p_0 \sigma_e. \quad [5.V]$$

La presión  $p_s$  puede ser superior a la presión ambiente en el caso de que la velocidad de salida de los gases sea supersónica. Sumando y restando  $p_0 \sigma_s$ , resulta:

$$F = \frac{G + C}{g} V_s - \frac{G}{g} V_0 + (p_s - p_0) \sigma_s - (\sigma_e - \sigma_s) p_0. \quad [6.V]$$

El término  $(p_s - p_0) \sigma_s$  lo supondremos igual a cero, admitiendo

que la presión de salida es igual a la presión exterior. En cambio, en los cohetes pueden ser de bastante importancia.

La expresión  $(\sigma_e - \sigma_s) p_0$  representa la resistencia aerodinámica de las secciones de entrada y salida. Puede ser de mucha consideración, ya que la sección  $\sigma_e$  suele ser bastante mayor que la  $\sigma_s$ . Esto se debe a que la velocidad de salida es tres o cuatro veces superior a la de entrada, y aunque la densidad de los gases de escape es del orden de la mitad que la del aire ambiente, resulta en total que  $\sigma_e$  puede ser un 50 % y hasta un 100 % superior a  $\sigma_s$ .

Ahora bien, este término no debe considerarse aisladamente, sino formando parte del campo de presiones que envuelve al turborreactor. Si la presión sobre la superficie exterior del motor fuese igual a  $p_0$ , la integral de las fuerzas producidas por ella extendida a dicha superficie sería igual y contraria al término que estamos considerando, puesto que la integral sobre toda la superficie exterior, incluyendo las secciones de entrada y salida, ha de ser nula. En realidad, la presión exterior  $p$  es, en general, distinta de  $p_0$ , pero lo que se admite en la práctica es considerar incluida en la resistencia aerodinámica del avión la integral de  $p - p_0$ , así como las fuerzas de fricción, mientras que la parte restante de las fuerzas exteriores, formada por la integral de  $p_0$ , se suma al término  $(\sigma_e - \sigma_s) p_0$ , dando una resultante propulsora igual a cero.

En consecuencia, no se considera el término  $(\sigma_e - \sigma_s) p_0$  en el balance de las fuerzas propulsoras en el turborreactor.

Prescindiendo, pues, de los términos de presión en la fórmula [6-V], resulta como expresión de la fuerza propulsora en el sentido del movimiento, fuerza que denominaremos empuje (1):

$$E = \frac{G + C}{g} V_s - \frac{G}{g} V_0,$$

fuerza que procede exclusivamente de la variación de la cantidad de movimiento de la corriente de gases que atraviesa el turborreactor.

Con la notación del capítulo anterior, que de aquí en adelante volveremos a utilizar de nuevo, o sea, con  $V_0 = V$ ,  $V_s = w$ , se obtiene:

$$E = \frac{G + C}{g} w - \frac{G}{g} V = \frac{G}{g} (w - V) + \frac{C}{g} w. \quad [7-V]$$

(1) Hemos procurado evitar las denominaciones: «empuje neto», «empuje bruto», «empuje global», etc., que estimamos pueden dar lugar a confusiones.

Este empuje así establecido es el que interviene en todos los cálculos sobre turborreactores y al que se refieren los datos y gráficos representativos de sus actuaciones.

Con  $G = r C$ , resulta:

$$E = \frac{C}{g} [(1 + r) w - r V]. \quad [8-V]$$

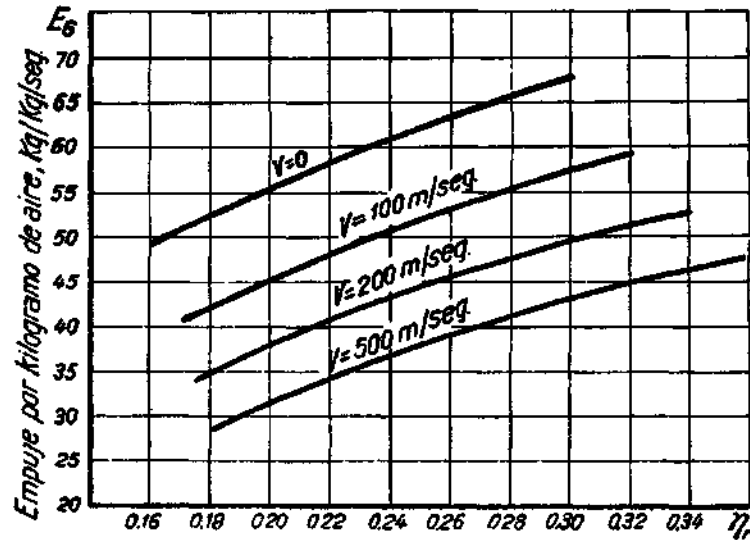


Fig. 2-V.—Variación del empuje por kilogramo de aire con el rendimiento del motor.

Para todas las velocidades usuales de vuelo puede despreciarse el incremento de empuje proporcionado por el combustible, y tomar:

$$E = \frac{G}{g} (w - V) = \frac{C}{g} r (w - V). \quad [9-V]$$

Expresando la velocidad de salida  $w$  en función del rendimiento termodinámico del motor, se obtiene para la expresión [8-V]:

$$E = \frac{C}{g} [V(1 + r) \sqrt{2 g J L \eta_r + r V^2} - r V]. \quad [10-V]$$

Para la fórmula simplificada [9-V], resulta:

$$E = \frac{Cr}{g} \left( \sqrt{\frac{2 g J L \eta_r}{r} + V^2} - V \right) = \frac{G}{g} \left( \sqrt{\frac{2 g J L \eta_r}{r} + V^2} - V \right), \quad [11-V]$$

que puede obtenerse también de la expresión [10-V] sin más que poner en ella  $(1 + r)/r \approx 1$ .

Como vemos, el empuje es función directa de la velocidad de vuelo, relación aire/combustible y consumo de combustible, mientras que por intermedio del rendimiento depende también de todos los parámetros del ciclo. Para estudiar el efecto producido en el empuje por cualquier variación del rendimiento, o bien de los parámetros que afectan a este último, se ha incluido la figura 2-V, en la que están representadas las curvas  $E/G = f(\eta_r)$  para distintas velocidades de vuelo.

### Empuje específico

Supongamos de momento  $V = 0$ . El empuje viene expresado entonces en la forma:

$$E = \frac{G}{g} w,$$

siendo igual al producto del gasto del aire por la velocidad de salida de los gases de escape. El gasto de aire es un factor que depende esencialmente del tamaño del motor, mientras que la velocidad de salida de los gases de escape es función de las características de dicho motor. En un turborreactor de tamaño dado, el empuje será máximo cuanto mayor sea la velocidad de salida de los gases, o sea, cuanto mayor sea el rendimiento termodinámico del motor. En la misma forma varía el empuje por kilogramo de aire,  $E_G = E/G$ .

Ahora bien, un grupo motopropulsor es un sistema destinado a producir un efecto útil—el empuje—consumiendo energía—el combustible—. Por tanto, este sistema será óptimo cuando el empuje por kilogramo de combustible, o empuje específico  $E_C = E/C$ , sea máximo. Los valores más convenientes de este empuje específico son los que decidirán, en la mayoría de los casos, sobre si determinado factor es perjudicial o beneficioso para el turborreactor. Por ejemplo, acabamos de ver que el empuje aumenta indefinidamente al crecer  $w$ , pero puede haber casos en que no convenga sobrepasar de un cierto límite para esta velocidad si el aumento de empuje obtenido se lograra a costa de una disminución del empuje específico.

### Variación del empuje con la velocidad de vuelo

A fin de analizar qué posibilidades teóricas ofrece el empuje específico como función de la velocidad de vuelo, vamos a efectuar primeramente un estudio hipotético de esta función hasta muy grandes valores de dicha velocidad. Para ello admitiremos que la relación aire/combustible es constante y supondremos que el rendimiento termodinámico del motor es el del ciclo teórico, el cual permanece acotado entre el valor inicial y la unidad.

Dividiendo por el consumo de combustible en [10-V] y sustituyendo  $\eta$ , por  $\eta_u$ , resulta:

$$E_c = \frac{1}{g} [\sqrt{(1+r)(2gJL\eta_u + rV^2)} - rV]. \quad [12-V]$$

Para  $\eta_u = \text{cte.}$ , la función  $E_c = f(V)$  es una hipérbola, la cual, en la zona que nos interesa considerar ( $E_c \geq 0$ ,  $V \geq 0$ ), tiene una asíntota dada por:

$$E_c = \frac{1}{g} [(1+r)r - r] V. \quad [13-V]$$

Parte la curva del punto  $V = 0$ , para el que tenemos el empuje específico estático:

$$E_{c_0} = \frac{1}{g} \sqrt{(1+r)2gJL\eta_u}. \quad [14-V]$$

Al aumentar la velocidad, el empuje específico decrece, hasta que se alcanza un mínimo cuando:

$$V = \sqrt{2gJL\eta_u} = w. \quad [15-V]$$

En estas condiciones el aire penetra en el motor con la misma velocidad relativa con que sale y todo el empuje proviene del combustible, puesto que:

$$E = (G + C)w - G V = C w \quad (w = V).$$

Al seguir aumentando la velocidad de vuelo vuelve a crecer el empuje específico. El aire sale con menor velocidad que entra, siendo:

$$E = C w - G (V - w).$$



lo que indica que todo el empuje proviene del combustible, que además tiene que compensar el efecto negativo de la masa de aire.

Por último, para valores muy grandes de la velocidad, el empuje específico tendería a confundirse con el valor asintótico de la función.

La curva real de variación del empuje específico estará comprendida entre las dos hipérbolas obtenidas para valores constantes, mínimo y máximo, del rendimiento, teniendo las tres funciones la misma asíntota (fig. 3-V).

Si se hubiera estudiado esta dependencia con la fórmula apro-

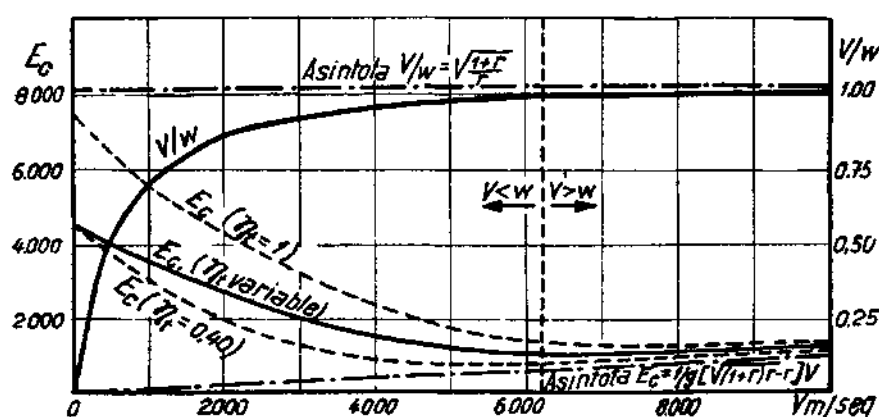


Fig. 3-V. — Variación teórica del empuje específico con la velocidad.

ximada [11-V], al no tener en cuenta el empuje suplementario del combustible, la función hubiera sido siempre decreciente, coincidiendo el eje de abscisas con la asíntota de la curva.

Como es lógico, el análisis anterior no ha sido más que una especulación teórica para conocer la forma general de la función, sobre todo teniendo en cuenta que, como veremos más adelante, en condiciones supersónicas la inevitable formación de ondas de choque hace disminuir el empuje e incluso se llega a su anulación.

En toda la zona subsónica de vuelo la función  $E_c = f(V)$  es decreciente. Con la expresión:

$$E_c = \frac{r}{g} \left[ \sqrt{\frac{2gJL\gamma_w}{r} + V^2} - V \right] \quad [16-V]$$

y con las leyes de variación, ya estudiadas, del rendimiento y de la

relación aire/combustible, se analiza inmediatamente la citada dependencia. Al nivel del mar, y con valores normales de los parámetros que intervienen en la fórmula, se obtienen prácticamente los mismos resultados tomando  $T_3 = \text{cte.}$  que  $r = \text{cte.}$ , pues si bien con la primera hipótesis el término  $\eta_r/r$  aumenta en menor proporción, queda compensado este efecto por el crecimiento de la rela-

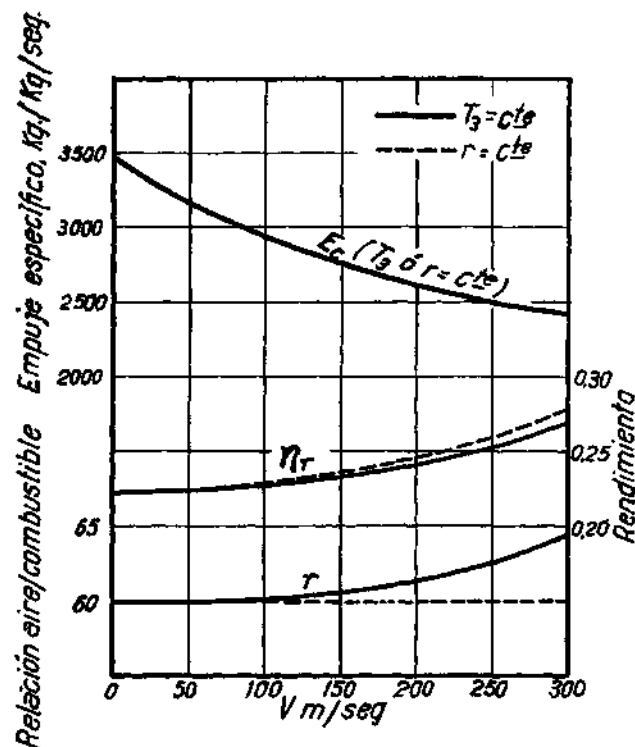


Fig. 4-V.—Variación del empuje específico con la velocidad de vuelo.

ción aire/combustible, que también interviene como factor. En cambio, para el empuje y para el empuje por kilogramo de aire los resultados serán ligeramente diferentes. Ya sabemos que tomando  $T_3$  constante se obtienen resultados que están de acuerdo con los obtenidos mediante experiencias, pero siempre resulta conveniente estudiar también las curvas de empuje con valores constantes de la relación aire/combustible, ya que de esta forma se independiza el problema de los requerimientos de la regulación y de las limitaciones metalúrgicas. Además, en esta forma es cuando puede anali-

zarse con más aproximación el efecto beneficioso o perjudicial que ejercen las condiciones exteriores en los valores de empuje. Como veremos, los resultados serán poco diferentes con una u otra hipótesis, aun para grandes valores de la velocidad o altura de vuelo.

El empuje por kilogramo de aire se estudia con la fórmula:

$$E_G = \frac{1}{g} \left[ \sqrt{\frac{2gJL\eta_r}{r} + V^2} - V \right], \quad [17-V]$$

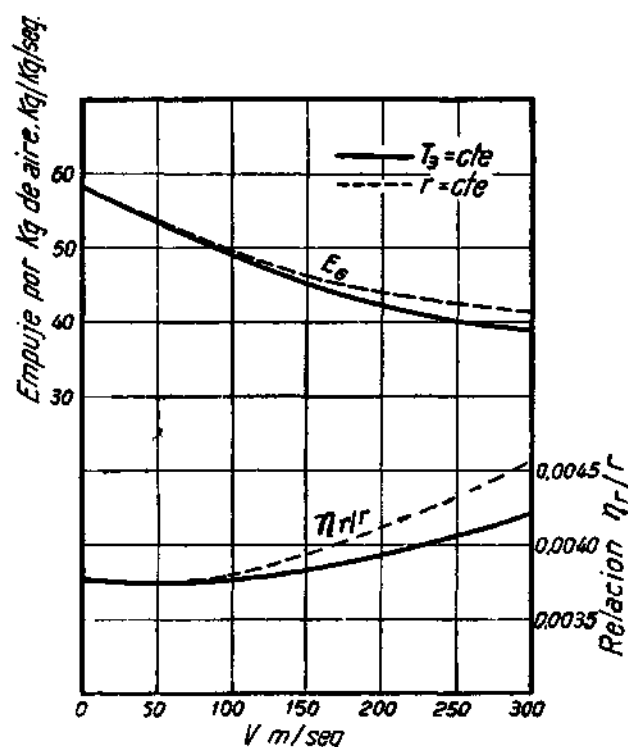


Fig. 5-V. Variación del empuje por Kg. de aire con la velocidad de vuelo.

decreciendo siempre con la velocidad de vuelo (fig. 5-V). Para  $r = \text{cte.}$ , estas curvas son completamente análogas a las del empuje por kilogramo de combustible.

La dependencia del empuje con la velocidad, en la zona normal de vuelo, se deduce de la fórmula [11-V], utilizando las leyes de variación de los parámetros que intervienen en ella.

A diferencia de lo que acontecía para el empuje específico o

para el empuje por kilogramo de aire, estas curvas presentan un mínimo que se presenta en una zona de velocidades susceptible de ser alcanzadas en la práctica (600-800 Km/hora). Esto se debe al notable crecimiento del gasto de aire que proporciona la toma di-

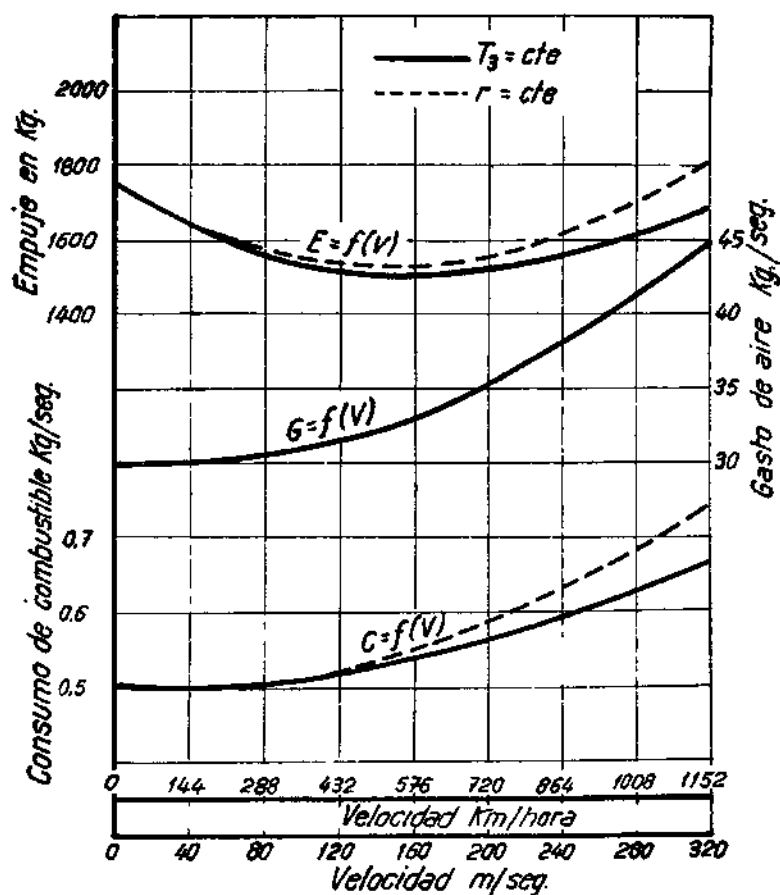


Fig. 6-V.—Variación del empuje y de los gastos de aire y combustible con la velocidad al nivel del mar. ( $\eta_1 = 1$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_3 = 0,90$ ,  $\eta_4 = 0,95$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ$ ,  $L = 10.300 \text{ Kal/Kg.}$ ,  $G_0 = 30 \text{ Kg/seg.}$ ,  $C_0 = 0,5 \text{ Kg/seg.}$ )

námica, con lo cual puede incluso llegarse a restablecer el valor inicial del empuje para velocidades del orden de los 1.000 Km/hora (fig. 6-V). Por esta razón, el rendimiento de la toma dinámica tiene una influencia apreciable en las curvas del empuje; pero esto debido principalmente al efecto que ejerce en la variación del gasto de

aire con la velocidad, pues la influencia ejercida a través del rendimiento termodinámico del motor es de muy poca consideración. Por tanto, pueden seguirse utilizando para este último las fórmulas simplificadas en las que se tomaba el rendimiento de la toma dinámica igual a la unidad (fig. 7-V).

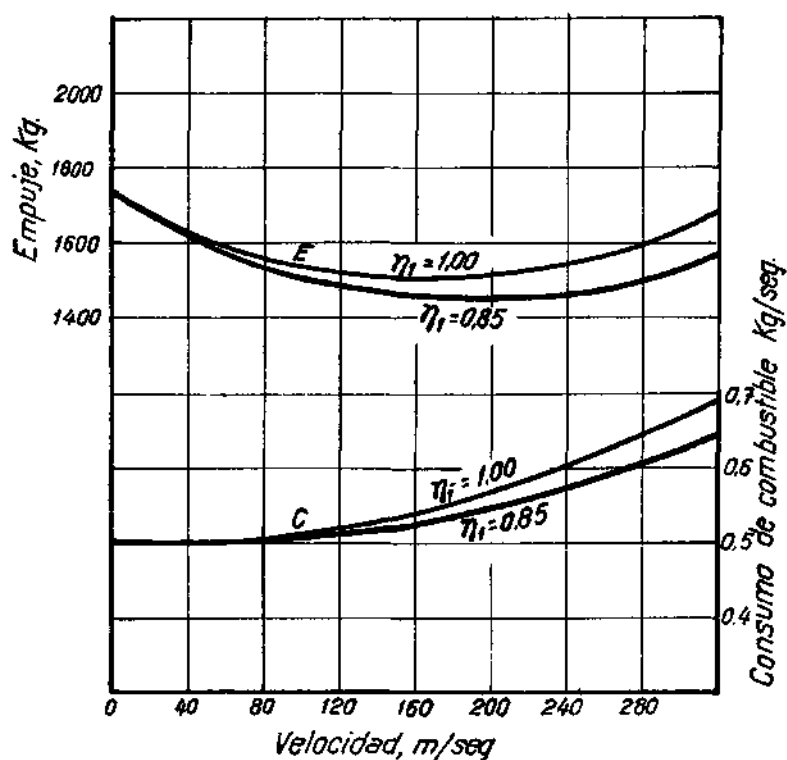


Fig. 7-V.—Influencia del rendimiento de la toma dinámica en la variación del empuje con la velocidad,  $T_3 = \text{cte.} = 1.140^\circ\text{K}$ .

En las figuras 8-V y 9-V se insertan las curvas de empuje de los turborreactores Rolls-Royce Nene y De Havilland Ghost. En este último motor, que lleva instalado un compresor centrífugo de una sola cara activa, se aprovecha mejor la toma dinámica de aire, aumentando notablemente el empuje con la velocidad. No obstante, parece ser que son un poco optimistas las curvas de empuje de este turborreactor.

### Variación del empuje con velocidades supersónicas

Finalmente, nos resta estudiar la variación real que experimenta el empuje de los turborreactores cuando las velocidades de vuelo son supersónicas. El problema no presenta dificultad, una vez que ya se han establecido las leyes de variación con velocidades supersónicas del rendimiento de la toma dinámica (fórmula [90-IV]),

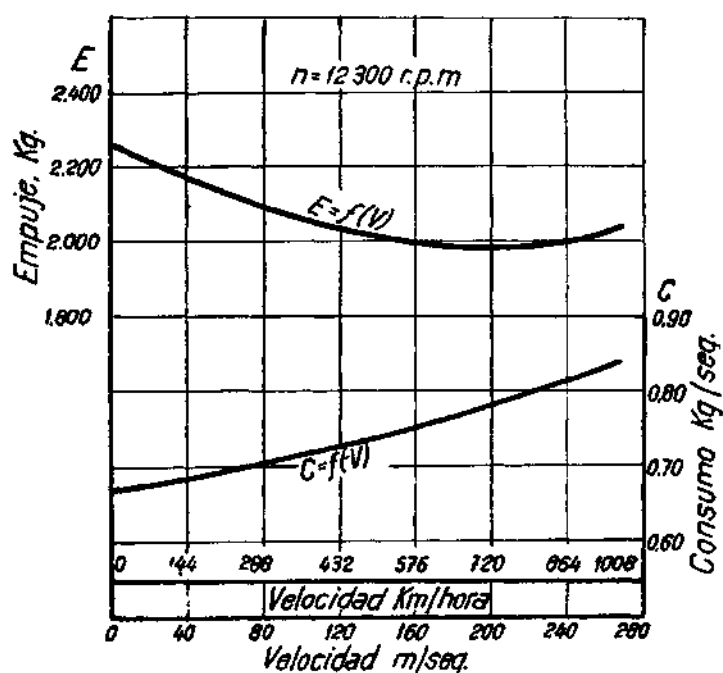


Fig. 8-V.—Variación del empuje y consumo de combustible con la velocidad en el turborreactor Rolls-Royce Nene.

del rendimiento termodinámico del motor (fórmula [89-IV]) y del gasto en peso de aire (fórmula [95-IV]). Por último, si la temperatura  $T_3$  se mantiene constante, se deducirán los valores de la relación aire/combustible en la forma acostumbrada (fórmula [81-IV]). Con estos datos pueden determinarse las curvas del empuje mediante la fórmula [11-V], que puede seguirse utilizando, pues, como veremos, no se alcanzan muy grandes velocidades de vuelo en las

que pudiera tener importancia el empuje que proporciona la masa adicional del combustible.

De acuerdo con lo mencionado se han calculado las curvas de empuje, gasto de aire y rendimientos que están representadas en la figura 10-V. Ya vimos en el capítulo anterior que al alcanzarse números de Mach próximos a 2 disminuía rápidamente el rendi-

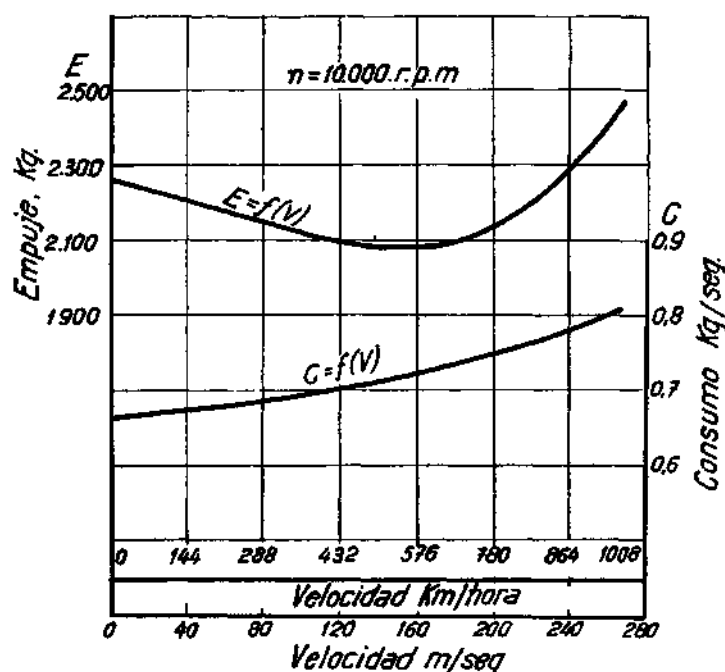


Fig. 9-V.—Variación del empuje y consumo de combustible con la velocidad en el turborreactor de Havilland Ghost.

miento termodinámico del motor y tendía a su anulación. Por tanto, al empuje habrá de sucederle lo mismo, ya que ha de anularse al mismo tiempo que dicho rendimiento.

Al superarse la zona subsónica de velocidades el empuje continúa aumentando, alcanzando un máximo para números de Mach del orden de 1,5. A partir de este valor decrece rápidamente a causa de la disminución progresiva del rendimiento, superando este efecto al considerable aumento que va experimentando de un modo continuo el gasto en peso de aire. Por último, el empuje y el rendi-

miento del motor se anulan para números de Mach próximos a 2,5.

Como es natural, estas curvas pueden diferir de unos turbo-reactores a otros, de acuerdo con los valores iniciales que se adopten para los parámetros, pero su forma general será siempre la misma. Además, los cálculos se han efectuado para el caso más

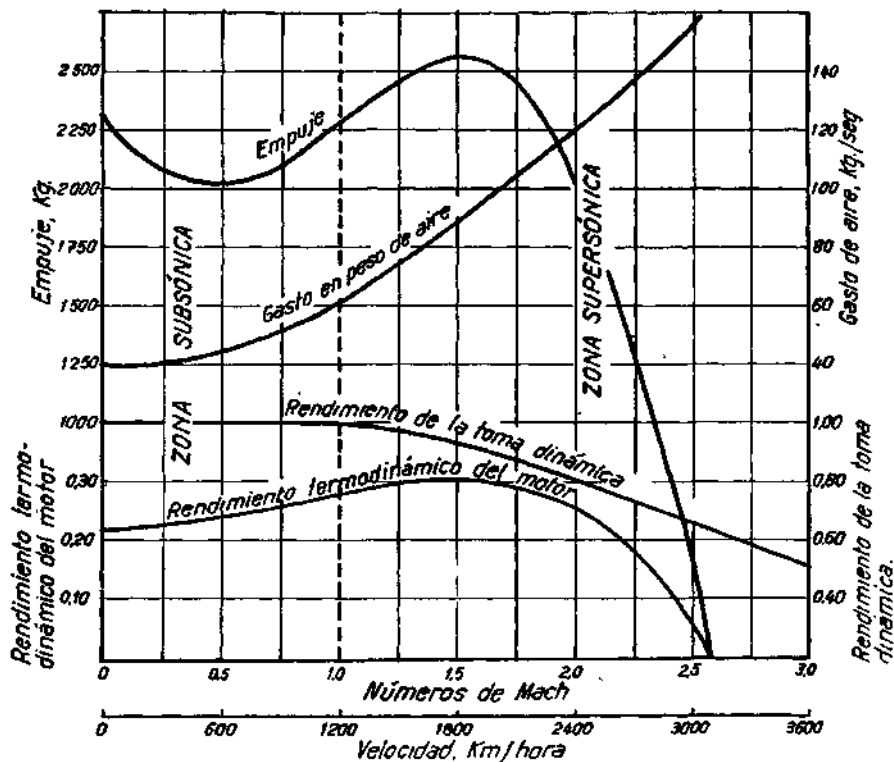


Fig. 10-V. — Variación del empuje en condiciones supersónicas. ( $T_1 = \text{cte.} = 1.100^\circ\text{K}$ ,  $\Delta T_1 = 650^\circ$ ,  $\Delta T_0 = 140^\circ$ ,  $\eta_1 = 1,00$  (valor inicial),  $\eta_2 = 0,78$ ,  $\eta_3 = 0,90$ ,  $G_0 = 40 \text{ Kg/seg}$ ,  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ ).

desfavorable de formación de onda de choque normal, pudiendo admitirse la posibilidad de que se mejoren las curvas de empuje cuando se provoque la formación de ondas de choque oblicuas.

Como consecuencia de lo expuesto puede afirmarse que no parece posible que puedan superarse con los turbo-reactores velocidades correspondientes a números de Mach iguales a 2, quedando la zona superior de velocidades para el dominio de los termorreac-tores y cohetes.



### Influencia de la altura de vuelo

El empuje específico aumenta notablemente con la altura de vuelo, debido al efecto beneficioso que la disminución de temperatura ambiente produce en el rendimiento termodinámico del motor. Este efecto resulta menos marcado cuando se toma constante la

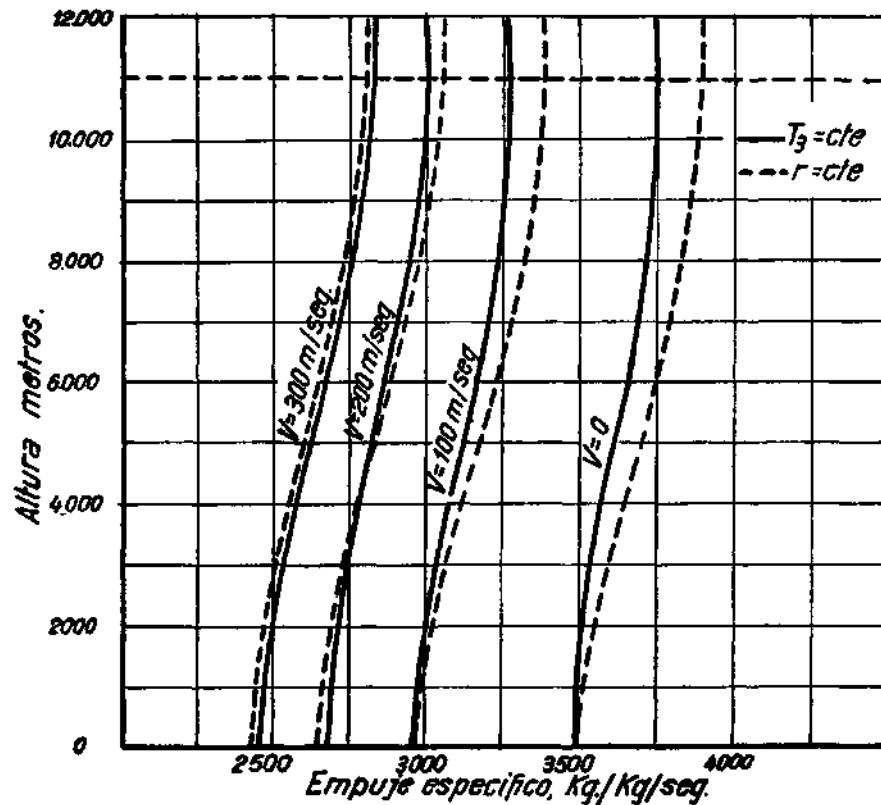


Fig. 11-V. Variación del empuje específico con la altura de vuelo. (Datos numéricos de la fig. 6-V.)

temperatura  $T_3$  de combustión, debido a que esto implica una disminución progresiva de la relación aire/combustible, que afecta perjudicialmente al empuje específico de los turborreactores (figura 11-V).

Por el contrario, el empuje disminuye notablemente con la altura a causa del continuo decrecimiento que experimenta el gasto

de aire (figs. 12-V, 13-V y 14-V). Los resultados son prácticamente los mismos tomando  $T = \text{cte.}$  que  $r = \text{cte.}$ , debido a que en el primer caso se compensa el menor aumento del empuje específico con el mayor gasto de combustible, a causa esto último de los menores valores de la relación aire/combustible.

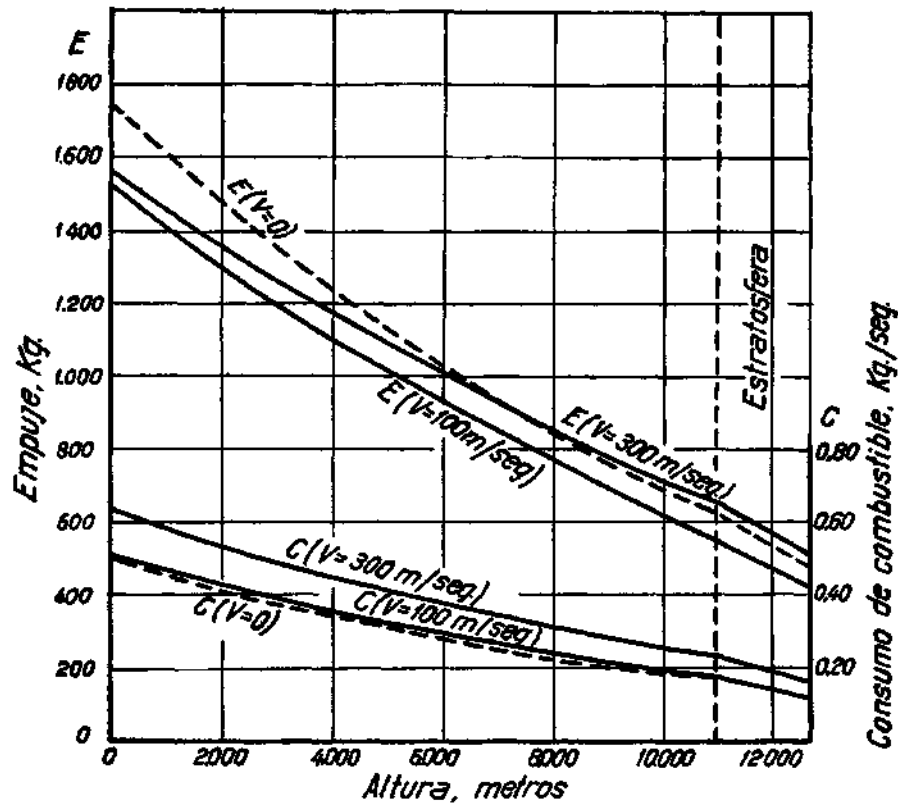


Fig. 12-V.—Disminución del empuje con la altura de vuelo para un consumo inicial de 0,5 Kg/seg. y con los datos siguientes:  $\eta_1 = 0,90$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_c = 0,90 = \text{cte.}$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ$ ,  $T_1 = 1.140^\circ \text{K} = \text{cte.}$ ,  $L = 10.300 \text{ Kcal/Kg.}$

Como puede apreciarse, la disminución del gasto de aire con la altura es el factor que predomina esencialmente en la dependencia del empuje con esta variable. Ya sabemos que este gasto de aire disminuye en forma parecida a la que experimenta la densidad de aire ambiente, y, por tanto, el empuje decrecerá en forma análoga. Esto se traduce en que muchas actuaciones de los aviones equipados con turborreactores varían poco con la altura de vuelo, espe-

cialmente la velocidad máxima, que puede ser casi la misma al nivel del mar que a 9.000 ó 10.000 metros de altura.

Según vimos en el capítulo anterior, aunque el aumento en valor absoluto del gasto de aire o consumo de combustible con la velocidad es mayor al nivel del mar que a grandes alturas de vue-

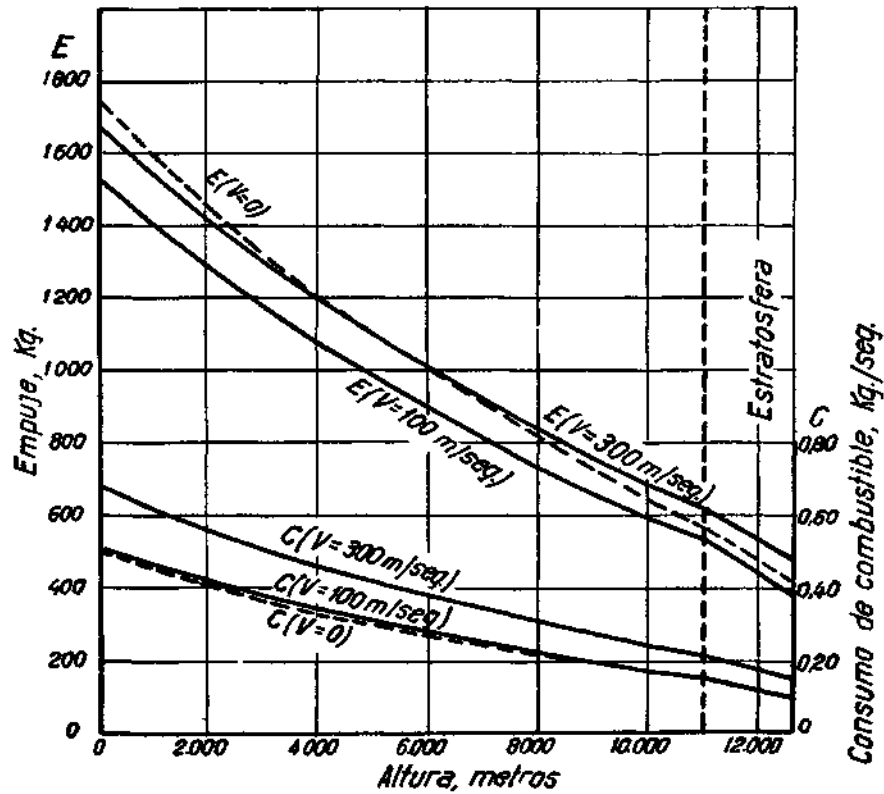


Fig. 13-V. Disminución del empuje con la altura de vuelo. Iguales datos que la figura anterior, excepto que  $\lambda = 60:1 = \text{cte.}$

lo, sucede exactamente lo contrario para el aumento relativo (figuras 15-V y 16-V), el cual crece notablemente a medida que es mayor la altura de vuelo. Por esta razón las curvas de empuje en función de la velocidad van siendo cada vez más rectas a medida que aumenta la altura, pudiendo llegar a desaparecer el mínimo y ser las funciones crecientes a partir del valor inicial (figs. 17-V, 18-V, 19-V y 20-V).

También puede observarse (fig. 17-V) que los resultados obtenidos con  $T_s = \text{cte.}$  y con  $r = \text{cte.}$  concuerdan notablemente al nivel del mar si las velocidades son reducidas, o bien cuando ambas

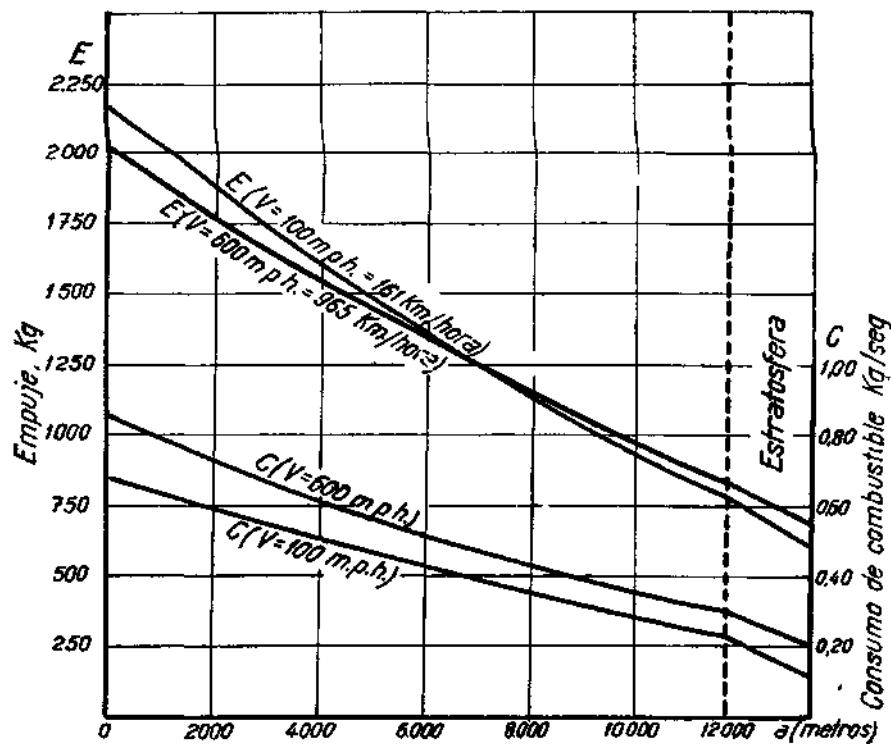


Fig. 14-V.— Disminución del empuje y del consumo de combustible con la altura de vuelo en el turborreactor Rolls-Royce Nene I.

variables toman grandes valores. La razón de esto es que la velocidad y altura de vuelo actúan en distinto sentido sobre la relación aire/combustible, aumentándola la primera y disminuyéndola la segunda, lo que da lugar a que se produzcan también efectos contrarios en los valores del empuje.

### Dependencia del empuje con la relación aire/combustible

Para un gasto dado de aire el empuje es tanto mayor cuanto más reducido es el valor de la relación aire/combustible. Esto se debe a que al disminuir dicha relación aumenta el rendimiento termodi-

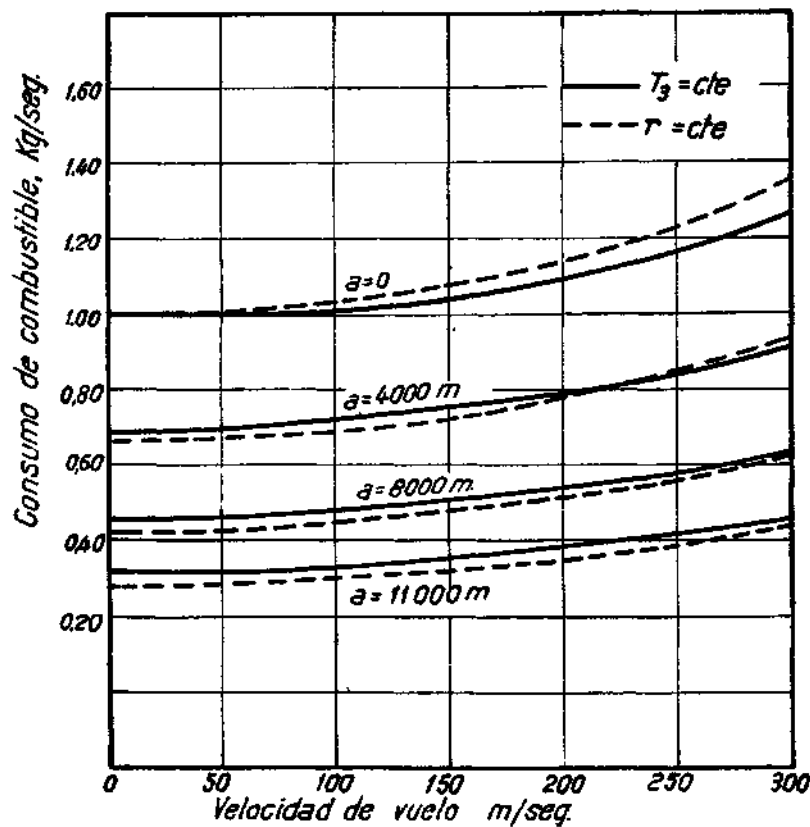


Fig. 15-V. Variación del consumo de combustible con la velocidad de vuelo a diferentes alturas, partiendo de un consumo inicial igual a 1 Kg/seg., correspondiente a las condiciones:  $V=0$ ,  $T_1=1.140^\circ K$ ,  $r_0=60:1$ ,  $T_2=465^\circ K$  y  $\eta_1=0,90$ .

námico del motor y, con él, la velocidad de salida de los gases de escape. Fácilmente se comprueba este aumento del empuje en la fórmula [11-V]. Por tanto, desde este punto de vista convendría funcionar en un turboreactor con los menores valores posibles de esta relación, con el único límite que impone la temperatura máxi-

ma capaz de soportar las cámaras de combustión o la turbina del motor. Ahora bien, este aumento del empuje no siempre puede ser beneficioso, pues, como veremos, al disminuir la relación aire/com-

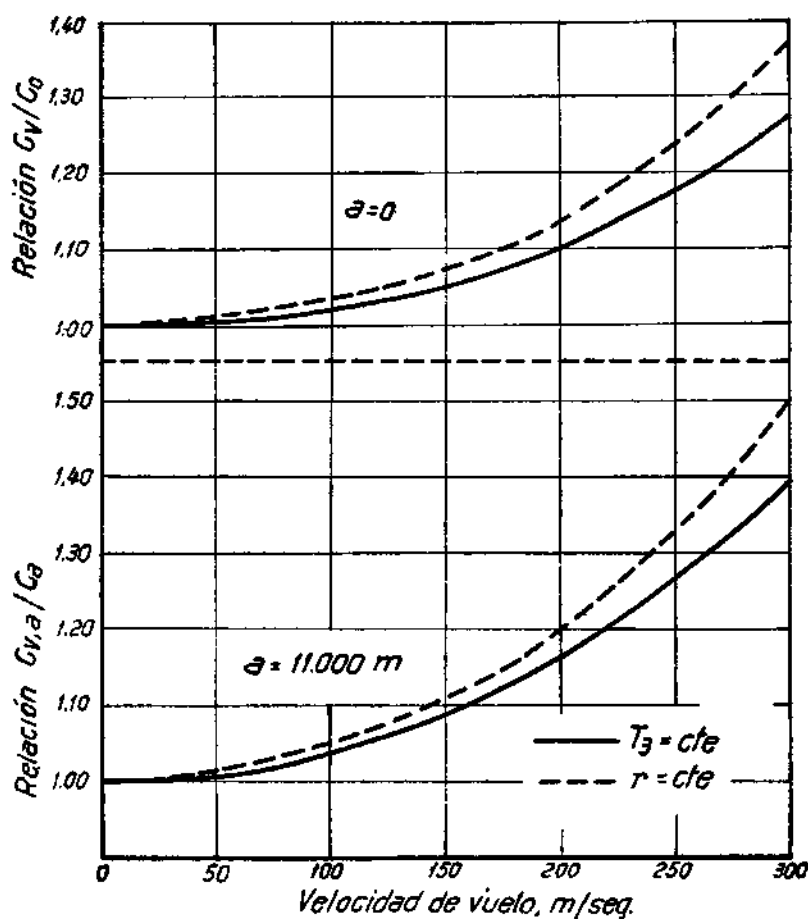


Fig. 16-V.—Variación relativa del consumo del combustible con la velocidad, al nivel del mar y a 11.000 m. de altura. (Datos numéricos de la figura anterior.)

bustible puede suceder que también decrezca en gran manera el empuje específico.

Primeramente vamos a estudiar la variación del empuje específico con la relación aire/combustible, pero admitiendo que las variaciones de esta última no afectan para nada al rendimiento termodinámico del motor. Aunque este caso pudiera parecer hipotéti-

co presenta realmente verdadero interés. Es un caso límite que sucedería cuando el rendimiento termodinámico del motor fuese el del ciclo teórico, y de esta manera puede estudiarse cómo afecta

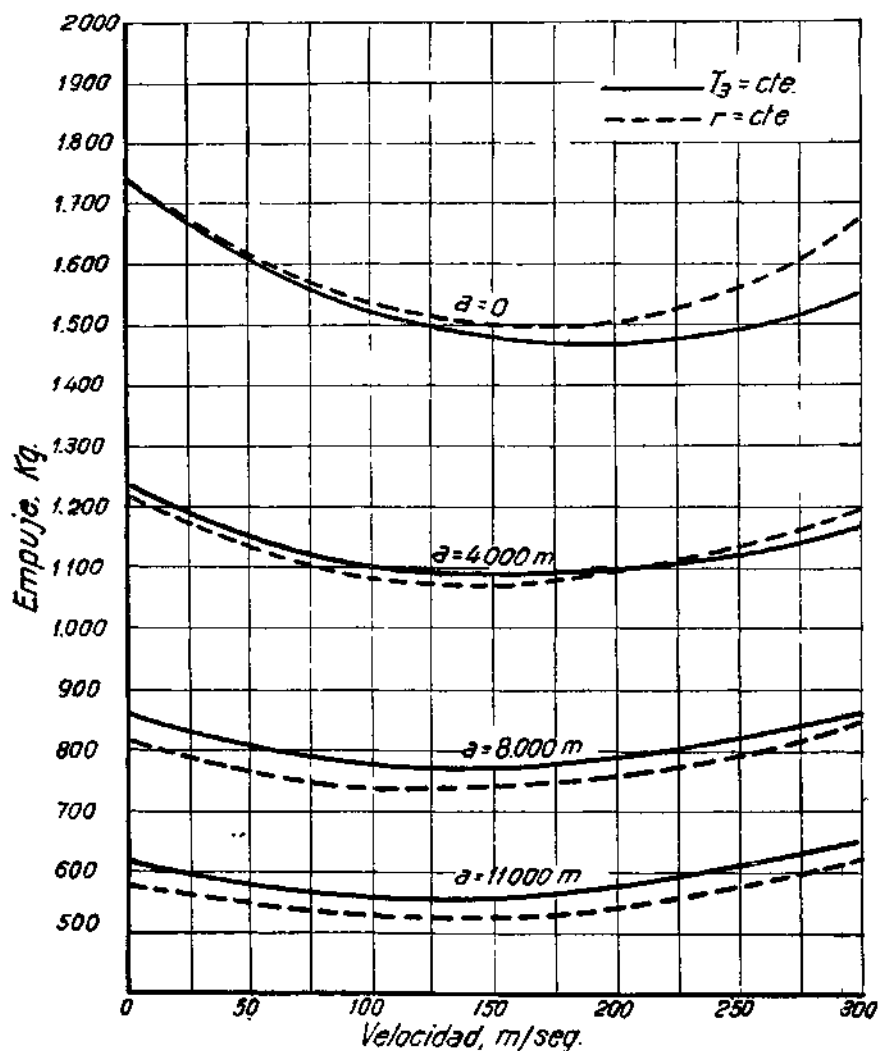


Fig. 17-V.—Variación del empuje con la velocidad a diferentes alturas de vuelo (iguales datos numéricos de la figura 12-V).

la relación aire/combustible a las características propulsoras del turboreactor independiente de la influencia que ejerce en su comportamiento como motor.

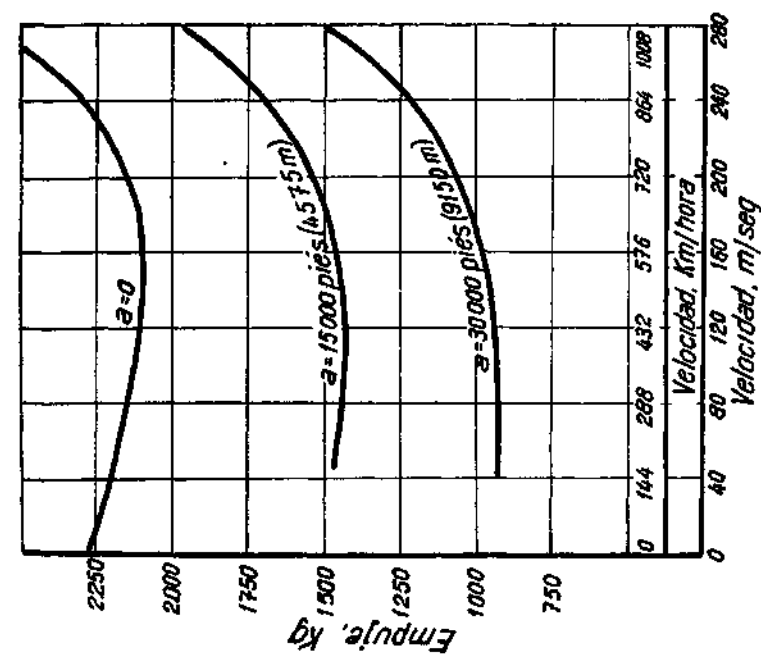


Fig. 19-V.—Variación del empuje con la velocidad y altura de vuelo en el turborreactor de Havilland Ghost.

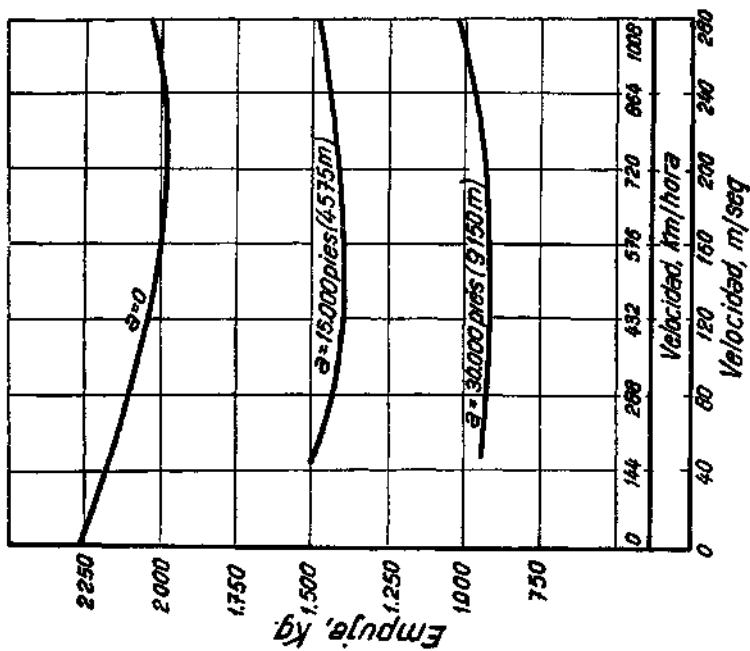


Fig. 18 V.—Variación del empuje con la velocidad y altura de vuelo en el turborreactor Rolls-Royce Nene I.



Para este estudio utilizaremos la fórmula [12-V], ya que habremos de considerar valores muy grandes de la velocidad, con la

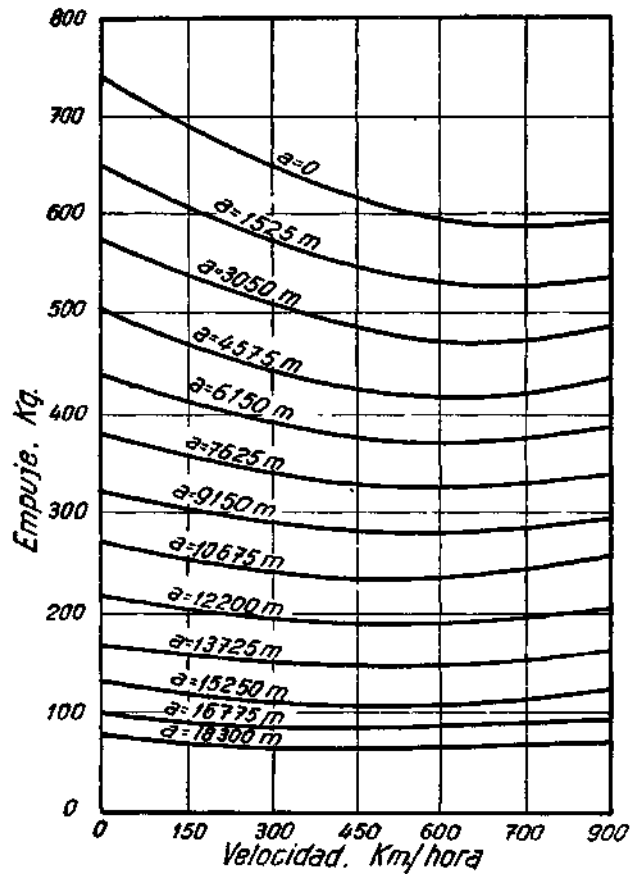


Fig. 20-V.—Variación del empuje a diferentes alturas de vuelo en el General Electric I-16.

única sustitución del rendimiento real del motor por el del ciclo teórico. Tendremos, pues:

$$E_c = \frac{1}{g} [\sqrt{\gamma(1+r)} (2gJL\eta_t + rV^2) - rV]. \quad [18-V]$$

La función  $E_c = f(r)$  es una hipérbola en la que la velocidad  $V$  interviene como parámetro. En la región positiva ( $r \geq 0$ ,  $E_c \geq 0$ ),

única que interesa considerar, la curva presenta una asíntota horizontal dada por:

$$E_c = \frac{1}{2g} \left( V + \frac{2gJL\eta_t}{V} \right) \quad [19-V]$$

Como puede verse, la función crece indefinidamente al aumentar la relación  $r$ . Este resultado ya podía preverse, puesto que estamos considerando el empuje específico, es decir, el empuje por unidad de peso del combustible. En estas condiciones, aumentar el valor de la relación aire/combustible significa incrementar el gasto en peso de aire, lo que lleva consigo que aumente el empuje capaz de lograrse con la cantidad fijada de combustible.

Para  $V = 0$  la asíntota es la recta del infinito, siendo la función una parábola en vez de una hipérbola. Cuando aumenta la velocidad de vuelo la asíntota se acerca al eje de abscisas, indicando que cada vez va siendo menor el aumento de empuje susceptible de lograrse incrementando  $r$ . Esto es una consecuencia lógica de que, a medida que aumenta la velocidad de vuelo, cada vez va teniendo más influencia en el valor del empuje el consumo de combustible y cada vez menos el gasto de aire.

La distancia mínima de la asíntota al eje de abscisas ocurre cuando:

$$V = \sqrt{2gJL\eta_t} = w,$$

y para este valor la cónica degenera confundiéndose con su asíntota, viniendo dada por la recta:

$$E_c = \frac{1}{g} \sqrt{2gJL\eta_t} = \frac{w}{g}.$$

En este caso el valor del empuje es independiente de la relación aire/combustible, resultado que se explica teniendo en cuenta que para este valor de  $V$  se producía el mínimo de la función  $E_c = f(V)$ , en el que todo el empuje provenía del combustible.

A partir de este valor de la velocidad la asíntota vuelve a separarse del eje de abscisas. A primera vista este resultado parece ser que está en contradicción con lo que podía esperarse, ya que todo el empuje proviene del combustible que, además, ha de supe-

rar el efecto negativo del gasto de aire, como puede observarse en la expresión:

$$E_c = \frac{1}{g} [w - r(V - w)]. \quad [20-V]$$

Esta anomalía aparente se explica teniendo en cuenta que la velocidad de salida de los gases de escape es función de la relación aire/combustible. En la fórmula:

$$w = \sqrt{\frac{2gJL\eta_u}{1+r}} + \frac{rV^2}{1+r}, \quad [21-V]$$

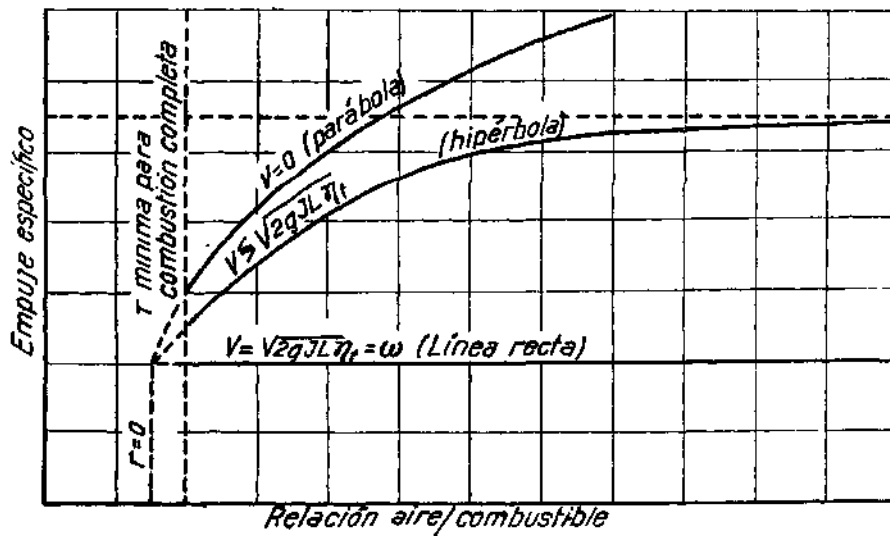


Fig. 21-V.—Variación del empuje específico con la relación aire/combustible, tomando como rendimiento del motor el del ciclo teórico.

fácilmente se determina que la derivada  $dw/dr$  es negativa mientras que la velocidad de vuelo cumpla la condición:

$$V < \sqrt{2gJL\eta_u} = w,$$

que es el caso general en la práctica. Por el contrario, cuando se verifica que:

$$V > \sqrt{2gJL\eta_u} = w,$$

la derivada es positiva, indicando que la función  $w = f(r)$  es cre-

ciente. Por tanto, al aumentar la relación aire/combustible se incrementa la velocidad  $w$ , resultando también creciente la función  $E_c = f(r)$ .

Cuando  $r$  tiende a infinito, la velocidad  $w$  tiende a la velocidad  $V$  y el empuje específico toma el valor asintótico de la función.

En la figura 21-V está representada la forma general de esta función.

### Determinación de los valores óptimos de la relación aire/combustible

Acabamos de ver que si el rendimiento termodinámico del motor no dependiese de la relación aire/combustible el empuje específico sería una función creciente de esta última variable en todo el campo normal de velocidades de vuelo. Por otra parte, también vimos en el capítulo anterior que el rendimiento real del motor disminuía al aumentar la relación  $r$ , llegando a anularse cuando ésta tomase un valor suficientemente elevado. Como el empuje específico depende esencialmente del rendimiento real del motor y se anula con él, fácilmente se comprende que habrá de existir un valor de la relación aire/combustible que haga máximo dicho empuje específico.

Como este cálculo va a efectuarse para velocidades susceptibles de alcanzarse en la práctica, puede utilizarse la fórmula aproximada del empuje específico:

$$E_c = \frac{1}{g} [\sqrt{2gJL\eta_r r + V^2 r^2} - V r]. \quad [22-V]$$

Sustituyendo en esta expresión el valor del rendimiento dado por:

$$\eta_r = \left[ \eta_e - \frac{r c_p T_2}{L} \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right) \right] \eta_t,$$

resulta:

$$E_c = \frac{1}{g} \left[ \sqrt{2gJL\eta_e \eta_t r - 2gJc_p T_2 \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right) \eta_t r^2 + V^2 r^2} - V r \right]. \quad [23-V]$$

Como siempre, se estudiará esta función  $E_c = f(r)$  para valores constantes de los demás parámetros.

Para simplificar, pongamos

$$A = 2 g J L \eta_e \eta_b,$$

$$B = 2 g J c_p T_2 \left( \frac{1}{\eta_{ic}} - \eta_e \right) \eta_b.$$

Resultando:

$$E_c = \frac{1}{g} [A r + (V^2 - B) r^2 - V r]. \quad [24-V]$$

Esta función es elíptica para velocidades normales de vuelo (1). Para  $V=0$ , resulta:

$$E_c = \frac{1}{g} [A r - B r^2], \quad [25-V]$$

siendo máximo el empuje específico cuando la relación aire/combustible toma el valor:

$$r = \frac{A}{2 B} = \frac{L \eta_e \eta_b}{2 c_p T_2 (1 - \eta_e \eta_{ic})}. \quad [26-V]$$

En el caso general de no ser nula la velocidad, derivando e igualando a cero se llega a la ecuación:

$$B (B - V^2) r^2 - A B r + \frac{A^2}{4} = 0,$$

cuyas dos soluciones vienen dadas por:

$$r_1 = \frac{A}{2 \sqrt{B} (\sqrt{B} + V)}; \quad [27-V]$$

$$r_2 = \frac{A}{2 \sqrt{B} (\sqrt{B} - V)}. \quad [28-V]$$

En este caso la elipse ya no es simétrica respecto al eje de abscisas, correspondiendo las dos soluciones anteriores al máximo y al mínimo de la función que, cuando  $V=0$ , se presentaban

---

(1) Es elipse, parábola o hipérbola, según sea  $V \lesseqgtr \sqrt{B}$ . Para valores usuales de los parámetros,  $\sqrt{B}$  es del orden de los 400 m/seg.

para el mismo valor de  $r$ . Sustituyendo las raíces encontradas en [24-V], resulta:

$$E_c = \frac{1}{g} \left[ \sqrt{(V \pm \sqrt{B})^2 r^2} - V r \right],$$

comprobándose que para  $r = r_2$  es negativo el empuje, correspondiendo, por tanto, al mínimo

Sustituyendo los valores de A y B en la expresión de  $r_1$ , resulta:

$$r_1 = \frac{2gJL\eta_c\eta_d}{2 \left[ 2gJc_p(T'_2 - T_0) \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right) + V \right] \sqrt{2gJc_p(T'_2 - T_0) \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right)}} \quad [29-V]$$

Se comprueba fácilmente con esta fórmula que el valor óptimo de  $r$  hallado es función creciente de los rendimientos  $\eta_c$  y  $\eta_e$  y de la altura de vuelo, y función decreciente de la velocidad y relación de compresión.

Estos resultados se interpretan físicamente teniendo en cuenta que cuanto más se aproxime el funcionamiento del motor al del ciclo teórico (aumento de los rendimientos de la compresión y expansión y de la altura de vuelo) mayor será el valor óptimo de  $r$ , ya que para dicho ciclo teórico es  $r = \infty$  el valor que proporciona el máximo del empuje específico.

Contrariamente, ya vimos en el capítulo anterior que el aumento de la temperatura  $T'_2$  de fin de compresión, mediante la velocidad de vuelo o aumentando  $\Delta T_c$ , se traducían en unas mayores pérdidas absolutas en el motor aunque mejorase el rendimiento. Por tanto, nos apartamos del ciclo teórico y los valores óptimos de  $r$  serán más reducidos.

El aumento de poder calorífico del combustible aumenta el valor de  $r$ , ya que se mejoran las características del ciclo real sin afectar a las del teórico.

En la figura 22-V se representa la variación de los valores óptimos de  $r$  en función de la relación de compresión, en condiciones de velocidad nula y al nivel mar. Se han trazado dos curvas: una con valores elevados de los rendimientos de la compresión y expansión y otra con valores más reducidos. El primer caso correspondería al de un turborreactor equipado con compresor axial y con turbina de elevadas características, y el segundo al caso de

utilizarse compresor centrífugo y tener la turbina algún menor rendimiento.

De la observación de la figura parece deducirse la conclusión de que para las relaciones de compresión usuales comprendidas entre 4 y 6:1, los valores óptimos de la relación aire/combustible oscilan entre 100 y 180:1, muy superiores a los utilizados en la

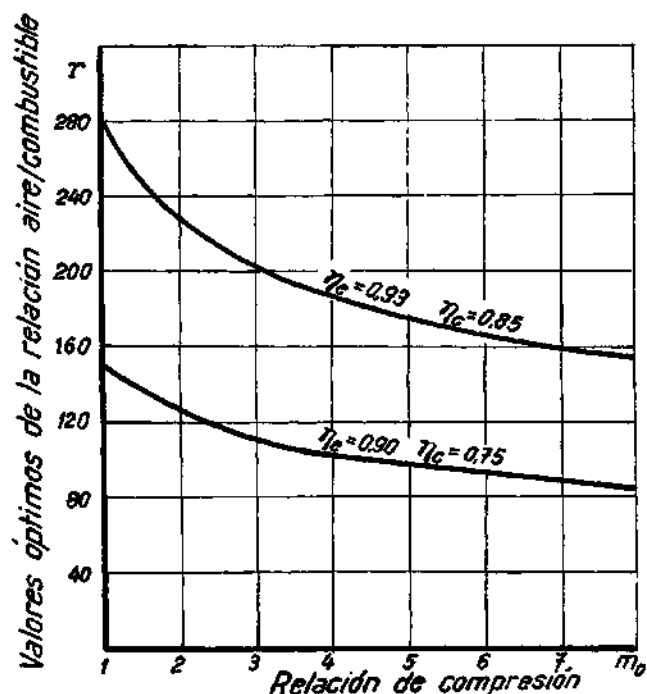


Fig. 22-V.—Influencia de la relación de compresión en los valores óptimos de la relación aire/combustible para  $V=0$  y al nivel del mar.

práctica. Pero hay que tener en cuenta que estas curvas están trazadas para  $V=0$  y al nivel del mar, teniendo mucha influencia las condiciones de vuelo en los valores de  $r$ . En la figura 23-V se estudia esta dependencia. Se ha tomado para su cálculo una relación de compresión de 4:1 y valores de los rendimientos de la compresión y expansión que corresponderían a un caso intermedio; turbina de buenas características y compresor centrífugo. En ella puede verse la gran influencia de la velocidad, pues aun cuando sea elevada la altura de vuelo, al aproximarnos a las zonas de velocidad

máxima el valor óptimo de la relación aire/combustible es del orden de 60:1.

Para mayor claridad se ha insertado la figura 24-V, representándose en ella las curvas  $E_c = f(r)$  para distintas velocidades y alturas y con los mismos valores de la relación de compresión y rendimientos que en la figura anterior.

En las zonas próximas a los máximos las curvas son muy tendi-

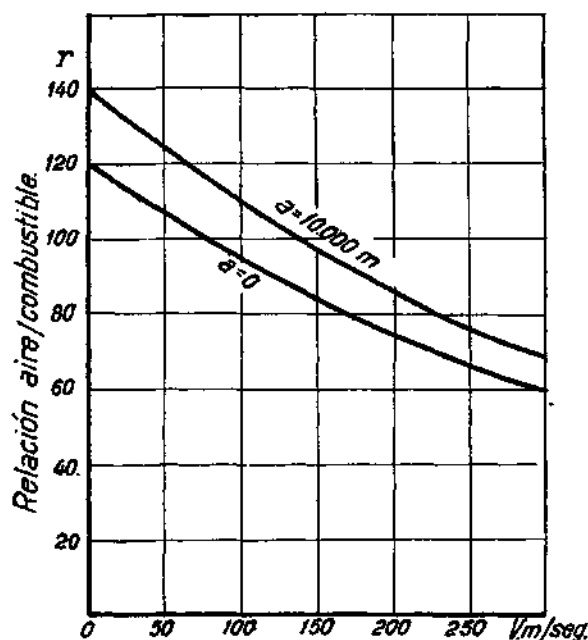


Fig. 23-V.—Influencia de la velocidad y altura de vuelo en los valores óptimos de la relación aire/combustible. ( $m_0 = 4:1$ ,  $\eta_1 = 0,90$ ,  $\eta_2 = 0,76$ ,  $\eta_3 = 0,93 = \text{cte.}$ ,  $L = 10.300 \text{ Kcal/Kg.}$ ).

das. Por ejemplo, en la curva trazada para  $V = 300 \text{ m/seg.}$  y  $a = 0$ , cuando se pasa del valor  $r = 45:1$  a  $r = 60:1$ , representa solamente una ganancia de unos 90 Kg. en empuje específico, lo que corresponde a un incremento relativo inferior al 4 %. En cambio, para un mismo empuje, disminuir la relación aire/combustible del valor 60:1 al 45:1, representaría reducir el gasto de aire en un 25 % y con él todas las dimensiones del motor. Por esta razón se ha trazado lo que pudiera denominarse «línea práctica de máximos» o



de valores óptimos de la relación aire/combustible, que llegan a ser inferiores a los utilizados en la práctica.

Debemos tener en cuenta que todos estos cálculos se refieren al caso de que el motor funcione a régimen nominal, solamente para el cual la relación de compresión, rendimientos orgánicos y relación aire/combustible tienen los valores normales que hemos veni-

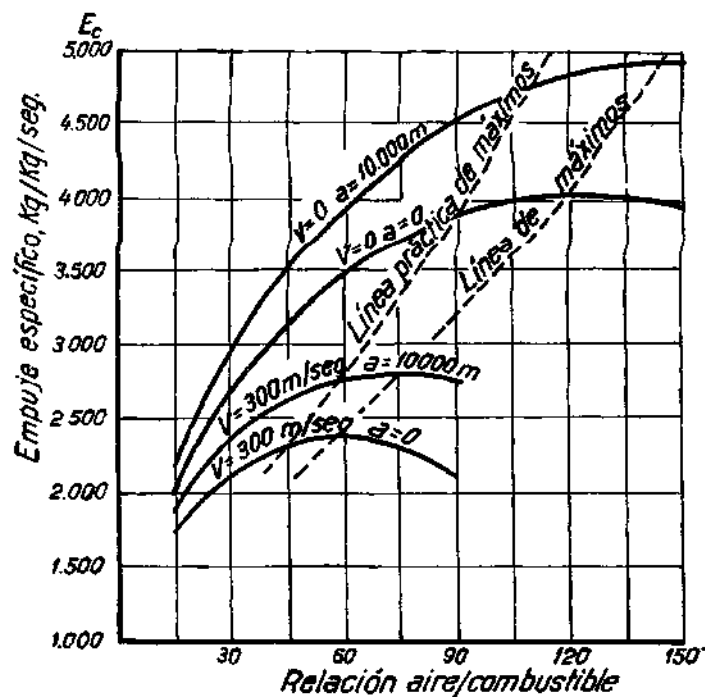


Fig 24-V.—Variación del empuje específico con la relación aire/combustible en diferentes condiciones de vuelo.

do tomando. En los turborreactores este régimen nominal corresponde más o menos al máximo y, por tanto, en estas condiciones el avión estará volando en la zona de las velocidades máximas. Para este caso, las relaciones óptimas aire/combustible son próximas o algo inferiores a 60:1, según se deduce de la figura.

Por otra parte, no debemos olvidar nunca la cuestión metalúrgica que nos impone un límite superior a la temperatura de fin de combustión o, lo que es análogo, un límite inferior a la relación aire/combustible. Con los materiales de que se dispone hoy día para la fabricación de los álabes de la turbina, puede cifrarse en

unos 850-875 °C la temperatura máxima permisible en la admisión de la directriz, lo que supone un valor de la relación aire/combustible del orden de 60 : 1 cuando los demás parámetros tienen sus valores usuales.

Vemos que este valor óptimo  $r = 60 : 1$  se ha deducido por dos razonamientos completamente diferentes, coincidiendo aproximadamente el valor que proporciona mejor empuje específico con el impuesto por consideraciones de resistencia de materiales.

No se crea por esto que carece de interés el proseguir las investigaciones metalúrgicas a fin de obtener materiales aptos para resistir mayores temperaturas. No debe olvidarse que solamente es el empuje específico el que determina estos valores óptimos de  $r$ . El empuje global del motor aumenta siempre cuando se disminuye la relación  $r$ , y cuando interesase conseguir mayor velocidad máxima a costa del rendimiento, se necesitarían valores de la relación aire/combustible inferiores a los que son capaces de soportar en la actualidad los materiales de los turborreactores. Por otra parte, en los sistemas turbohélice, que posteriormente se tratarán, el problema es por completo diferente. Su comportamiento como motor es análogo al de un turborreactor, mientras que la propulsión se realiza con hélice, a la que no afecta para nada en sus actuaciones la relación aire/combustible. Fácilmente se deduce de esto que en estos sistemas moto-propulsores convendrá funcionar con los valores más bajos posibles de esta relación, o sea, con las mayores temperaturas de fin de combustión capaces de soportar los materiales.

#### CONSUMO ESPECÍFICO

El consumo específico por kilogramo de empuje, dado por:

$$E_E = \frac{C}{E} = \frac{1}{E_c}$$

varía inversamente que el empuje específico  $E_c$ . En la práctica, en vez de considerar el gasto de combustible en kilogramos por segundo se expresa en kilogramos/hora. Tendremos, pues:

$$C_s = \frac{C \text{ (kilogramos/hora)}}{E \text{ (kilogramos)}} = 3600 C_E$$

dando valores de un orden muy práctico por ser próximos a la unidad. En las figuras 25-V y 26-V están representados los gráficos de variación de este consumo específico en función del rendimiento termodinámico del motor y de las condiciones exteriores de vuelo.

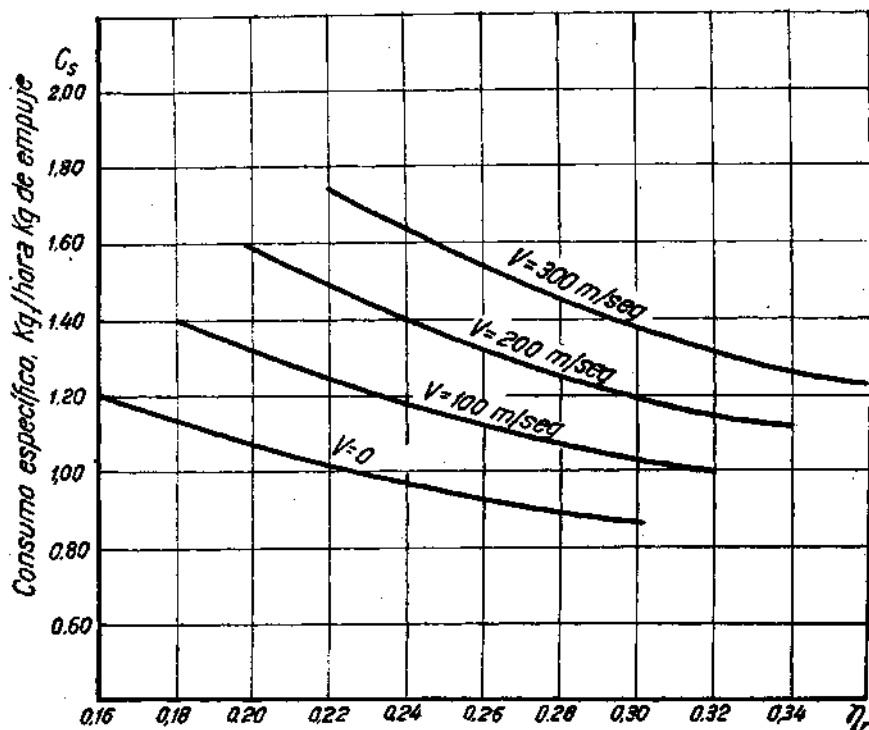


Fig. 25-V. Variación del consumo específico con el rendimiento del motor para diferentes velocidades ( $r = 60:1$ ,  $L = 16.300$  Kcal/Kg.).

## RENDIMIENTOS Y ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA EN UN SISTEMA MOTOPROPULSOR

### Definiciones

Un sistema motopropulsor es un mecanismo destinado a producir movimiento de avance, lanzando en dirección contraria a la del movimiento el medio que le rodea, porciones de su propia masa o ambas cosas a la vez. Este último caso es el más general si se entienden también como porciones de su propia masa el consumo de combustible.

Para realizar la propulsión es necesario consumir cualquier clase de energía, pero los únicos casos que consideraremos son aquellos en que esta energía procede de un combustible. Mientras las velocidades de vuelo no sean extremadamente elevadas, la energía cinética que se disipa al consumirse el combustible es por com-

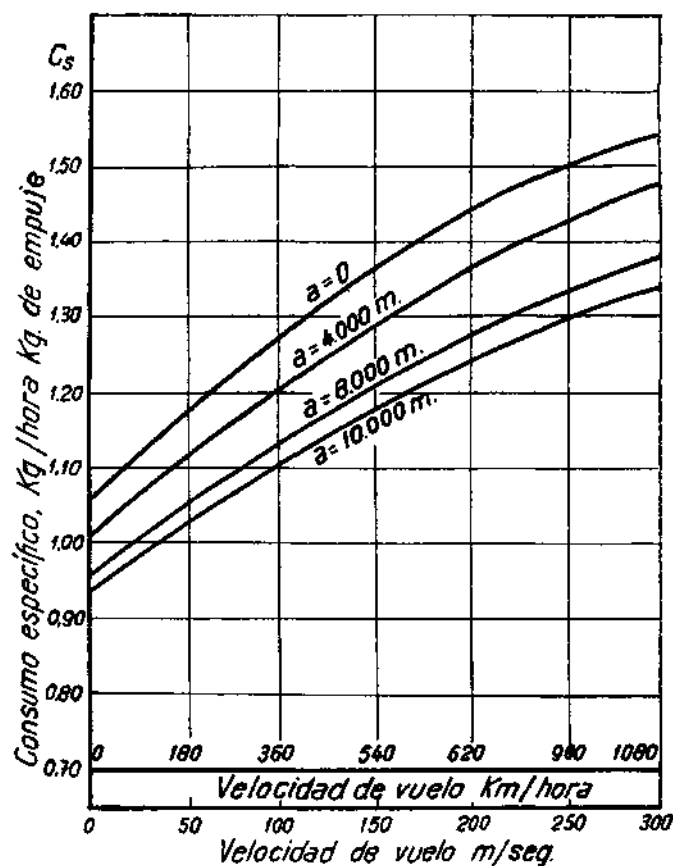


Fig. 26-V. —Variación del consumo específico con la velocidad de vuelo.  
( $m_0 = 4:1$ ,  $r = 60:1$ ,  $L = 10.900$ , Kcal/Kg.,  $\eta_1 = 0,90$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_e = 0,90 = \text{cte.}$ )

pleto despreciable en comparación con la energía calorífica del mismo.

Ya se ha hecho mención que en cualquier sistema motopropulsor cabe diferenciar el motor del propulsor. Según esto, vamos a ver que pueden distinguirse tres clases de potencias y rendimien-

tos en las diferentes transformaciones de la energía que evoluciona en el sistema motopropulsor.

- a) *Potencia calorífica*.—Es la energía térmica del combustible consumida en la unidad de tiempo. Se expresará en la forma siguiente:

$$P_c = J C L. \quad [30-V]$$

- b) *Potencia del motor*.—Este órgano transforma la energía del combustible en movimiento de cualquier clase, generalmente en forma de un par motor aplicado a un árbol, sobre el cual puede medirse la potencia. Como esta transformación siempre se realiza con pérdidas, habrá de ser la potencia del motor  $P_M$  menor que la potencia calorífica. Por definición, el rendimiento del motor se expresa en la forma:

$$\eta_M = \frac{P_M}{P_c}. \quad [31-IV]$$

- c) *Potencia útil*.—El propulsor recoge íntegramente la potencia del motor (1), transformándola en energía cinética de velocidad contraria a la del movimiento buscado. De esta manera se logra la fuerza útil o empuje  $E$ , como consecuencia del teorema del impulso.

La potencia útil se mide por el producto:

$$P_v = E V, \quad [32-V]$$

siendo también igual, cuando el movimiento es uniforme, al producto de la resistencia al avance por la velocidad. Las pérdidas que se producen en esta transformación son las de energía cinética residual, medida respecto a ejes fijos al terreno, del medio ambiente o de la masa del sistema que ha sido lanzado hacia atrás. El rendimiento de la propulsión se expresará en la forma:

$$\eta_p = \frac{P_v}{P_M} = \frac{E V}{P_M}. \quad [33-V]$$

---

(1) Cuando la transmisión de la potencia del motor al propulsor se realiza con pérdidas, como en el caso frecuente del reductor de un motor de cilindros, deberán incluirse entre las propias del motor.

El cociente entre la potencia útil y la calorífica:

$$\eta_{MP} = \frac{P_U}{P_C} = \frac{P_M}{P_C} \cdot \frac{P_U}{P_M} = \eta_M \eta_P \quad [34-V]$$

es el rendimiento global del sistema motopropulsor, viniendo dado también por el producto de los otros dos rendimientos.

En los turborreactores también se distinguen los tres tipos de potencias y rendimientos, aunque en ellos se presentan confundidos el motor y el propulsor. Basta para ello considerar que, como el propulsor recoge íntegramente la potencia del motor, puede medirse esta última como la energía cinética producida en la unidad de tiempo y referida a un sistema de ejes fijos al avión. De esta

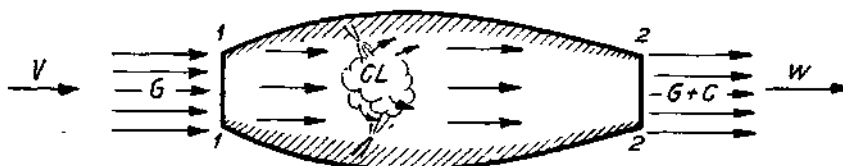


Fig. 27-V.—Esquema de la vena de gas que atraviesa un turborreactor.

manera es como se definió la potencia motora de los turborreactores en el capítulo anterior. Los conceptos de potencia calorífica y potencia útil se expresan en la forma mencionada y sin variación alguna.

#### **Ecuación general de la energía aplicada a un sistema motopropulsor**

A fin de establecer rigurosamente las definiciones anteriores y poder estudiarlas con valores cualesquiera de las velocidades, vamos a plantear el balance total de la evolución de la energía en la aeronave. Veremos cómo para muy grandes velocidades de avance habrá que modificar los conceptos que acaban de enunciarse.

La ecuación de conservación de la energía aplicada a la evolución que experimenta la vena de gas que atraviesa un turborreactor se expresará del modo siguiente (fig. 27-V):

$$\begin{aligned} \text{«Energía calorífica} &= \text{incremento de energía cinética} + \\ &+ \text{incremento de entalpía.»} \end{aligned}$$

O sea:

$$\left. \begin{aligned} JCL &= \frac{G+C}{2g} w^2 - \frac{G}{2g} V^2 + J(G+C)H_2 - JGH_1 = \\ &= \frac{G+C}{2g} w^2 - \frac{G}{2g} V^2 + J\Delta H, \end{aligned} \right\} [35-V]$$

habiendo designado para abreviar  $\Delta H$  al incremento de entalpía que experimentan los gases.

Por otra parte, recordando que:

$$E = \frac{G+C}{g} w - \frac{G}{g} V, \quad [36-V]$$

se obtiene de [35-V] y [36 V]:

$$JCL = EV + \frac{G+C}{2g} (w-V)^2 + J\Delta H - \frac{CV^2}{2g}. \quad [37-V]$$

En esta expresión el significado de cada uno de sus términos, de acuerdo con las definiciones insertadas, es el siguiente:

$$P_c = JCL$$

es la potencia calorífica.

$$P_u = EV$$

es la potencia útil.

$$\pi_e = \frac{G+C}{2g} (w-V)^2.$$

son las pérdidas de energía cinética residual, medidas respecto a ejes absolutos.

$$\pi_c = J\Delta H$$

son las pérdidas de energía calorífica por el escape.

Finalmente, nos queda por interpretar el término:

$$\pi_{ec} = \frac{CV^2}{2g},$$

cuyo significado físico es claro, representando la pérdida de energía cinética que se produce al consumirse el combustible. Para todas las velocidades usuales de vuelo susceptibles de ser alcanzadas con turborreactores, este término es despreciable frente a todos los demás. No obstante, aquí se tendrá en cuenta en los estudios teóricos de los rendimientos a grandes velocidades de vuelo, a fin de conocer de un modo completo la forma de las funciones y enunciar correctamente las definiciones de dichos rendimientos. Conviene indicar que este término tiene una gran importancia en el balance energético de los cohetes.

Prescindiendo de esta energía cinética del combustible, la ecuación [37-V] se escribirá en la forma siguiente:

$$JCL = EV + \frac{G}{2g}(w - V)^2 + J\Delta H, \quad [38-V]$$

o bien:

$$P_c = P_v + \tau_e + \tau_c. \quad [39-V]$$

Teniendo en cuenta que el empuje y la potencia del motor se expresan, en este caso, en la forma:

$$E = \frac{G}{g}(w - V), \quad [40-V]$$

$$P_M = \frac{G}{2g}(w^2 - V^2), \quad [41-V]$$

resulta:

$$P_M = EV + \frac{G}{2g}(w - V)^2, \quad [42-V]$$

obteniéndose:

$$P_c = P_M + \tau_c. \quad [43-V]$$

De acuerdo con las definiciones que se han insertado, los rendimientos del motor, de la propulsión y global del sistema motopropulsor vendrán dados por las expresiones siguientes:

$$\eta_M = \frac{P_M}{P_c} = \frac{P_c - \tau_c}{P_c} = \frac{\frac{G}{2g}(w^2 - V^2)}{JCL} = \frac{EV + \frac{G}{2g}(w - V)^2}{JCL}; \quad [44-V]$$



$$\eta_P = \frac{P_U}{P_M} = \frac{P_C - \pi_c - \pi_e}{P_C - \pi_c} = \frac{EV}{\frac{G}{2g}(w^2 - V^2)} = \frac{EV}{EV + \frac{G}{2g}(w - V)^2}; \quad [45-V]$$

$$\eta_{MP} = \frac{P_U}{P_C} = \frac{P_C - \pi_c - \pi_e}{P_C} = \frac{EV}{JCL} = \eta_M \eta_P. \quad [46-V]$$

Puede observarse que con estas definiciones el rendimiento del motor coincide con el rendimiento termodinámico del ciclo. También puede verse que el límite superior de todos estos rendimientos es igual a la unidad. Como ya indicamos, estas fórmulas serán las que se adoptarán en todos los cálculos prácticos.

En cambio, cuando se considera la energía cinética del combustible hay que modificar estas definiciones. La energía total que se consume en la unidad de tiempo es ahora igual a:

$$P_T = P_C + \frac{C V^2}{2g}, \quad [47-V]$$

y el rendimiento global del sistema motopropulsor deberá expresarse en la forma:

$$\eta_{MP} = \frac{P_U}{P_T} = \frac{EV}{JCL + \frac{C V^2}{2g}}, \quad [48-V]$$

en la que hay que tomar el valor del empuje dado por la fórmula [36-V].

Para el rendimiento de la propulsión debe conservarse su definición dada en [45-V], pero teniendo en cuenta que para el empuje también hay que utilizar su expresión sin simplificar y que la potencia del motor en este caso es igual a:

$$P_M = \frac{G+C}{2g} w^2 - \frac{G}{2g} V^2 = EV + \frac{G+C}{2g} (w-V)^2 - \frac{C V^2}{2g}. \quad [49-V]$$

Tenemos, pues:

$$\eta_P = \frac{EV}{EV + \frac{G+C}{2g} (w-V)^2} = \frac{EV}{P_M + \frac{C V^2}{2g}}, \quad [50-V]$$

en la que el numerador es la potencia útil y el denominador es igual a dicha potencia útil más las pérdidas de energía cinética residual, representando también este último término el valor máximo de la potencia que puede aprovecharse para la propulsión.

De acuerdo con las definiciones anteriores, el rendimiento del motor vendrá dado por:

$$\eta_M = \frac{\eta_{MP}}{\eta_P} = \frac{E V + \frac{G + C}{2g} (w - V)^2}{J C L + \frac{C V^2}{2g}} \quad [51-V]$$

que ya no coincide con el rendimiento termodinámico del ciclo y que denominaremos en lo sucesivo rendimiento energético del motor, a fin de evitar confusiones.

Esta definición no es arbitraria, como un resultado impuesto por las definiciones de los rendimientos de la propulsión y del sistema motopropulsor, sino que es perfectamente lógica. Según hemos visto, el denominador expresa la energía total consumida en la unidad de tiempo y el numerador es la potencia máxima que puede aprovecharse para la propulsión, términos cuya relación es la definición que debe adoptarse como rendimiento del motor. Este rendimiento también puede expresarse en la forma:

$$\eta_M = \frac{P_M + \frac{C V^2}{2g}}{P_C + \frac{C V^2}{2g}} \quad [52-V]$$

Conviene destacar que, tal y como han sido definidos, el valor máximo de los tres rendimientos es igual a la unidad, como tendremos ocasión de comprobar más adelante.

Realmente, pueden adoptarse otras definiciones arbitrarias para los rendimientos, siempre que sean lógicas y que no se obtengan valores superiores a la unidad. Por esta razón, a veces se han utilizado otras expresiones de las que, como ejemplo, insertamos las siguientes:

a) Rendimiento del motor.

Se toma el rendimiento termodinámico del ciclo.

b) Rendimiento de la propulsión.

Se admite la misma expresión que nosotros hemos tomado.

c) Rendimiento global del sistema motopropulsor.

Viene impuesto por las dos definiciones anteriores, resultando:

$$\eta_{MP} = \frac{E V}{J C L + \frac{C V^2}{2 g \eta_r}}$$

Admitiéndose el convenio de que la división del término  $CV^2/2g$  por  $\eta_r$  se justifica considerando que esta energía cinética ha sido creada a costa de las pérdidas termodinámicas del motor.

Aquí tomaremos las definiciones que primeramente hemos insertado, ya que las consideramos más racionales y no es necesario introducir ningún convenio para establecerlas. Lo que en buena lógica no puede hacerse es utilizar fórmulas que den rendimientos superiores a la unidad, como acontecería si se tuviese en cuenta la influencia de la masa del combustible en el valor del empuje y no se considerase esta última para las definiciones de los rendimientos. Por ejemplo, si en la definición del rendimiento de la propulsión dada por [45-V], correspondiente al caso en que no se tiene en cuenta la masa del combustible, se tomase como expresión de la potencia del motor la obtenida en [49-V], resultaría:

$$\eta_P = \frac{P_t}{P_M} = \frac{E V}{E V + \frac{G + C}{2 g} (w - V)^2 - \frac{C V^2}{2 g}},$$

comprobándose fácilmente que, para valores grandes de la velocidad de vuelo, este rendimiento es superior a la unidad.

#### RENDIMIENTO ENERGÉTICO DEL MOTOR

Dividiendo por la potencia calorífica  $P_C$  el numerador y denominador de la fórmula [52-V] que expresa el rendimiento energético del motor, se obtiene:

$$\eta_M = \frac{\eta_r + \frac{V^2}{2 g J L}}{1 + \frac{V^2}{2 g J L}}, \quad [53-V]$$

en la que  $\eta_r$  es el rendimiento termodinámico del ciclo real del motor. En función del número de Mach, resulta:

$$\eta_M = \frac{\eta_r + \frac{c_p T_0 (\gamma - 1)}{2L} N_M^2}{1 + \frac{c_p T_0 (\gamma - 1)}{2L} N_M^2} \quad [54-V]$$

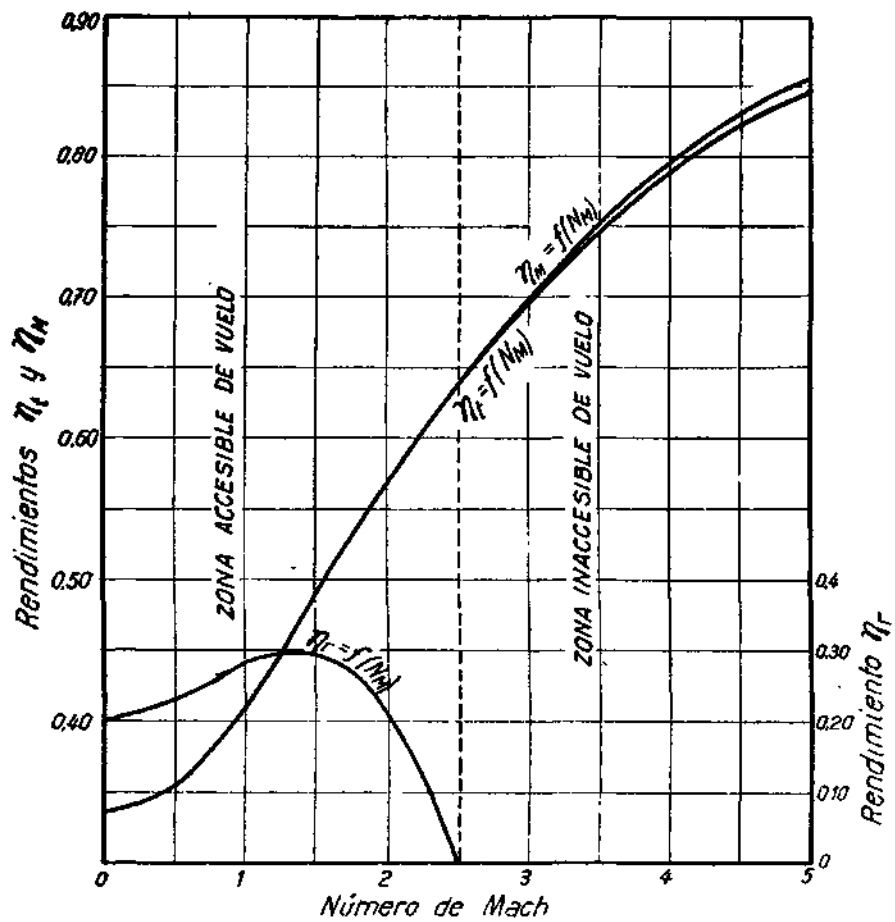


Fig. 28-V.—Rendimientos energético y termodinámico de los turbo reactores en función del número de Mach ( $\Delta T_c = 144^\circ$ ,  $L = 10.300$  Kcal/Kg.).

El término en  $V^2$  o en  $N_M^2$  es muy pequeño frente a  $\eta_r$  para todas las velocidades que son susceptibles de lograrse mediante tur-

borreactores, es decir, hasta números de Mach del orden de 2. En esta zona  $\eta_r$  y  $\eta_M$  discrepan en menos de 0,001, por lo que prácticamente tienen las dos el mismo valor. Este rendimiento energético del motor no se anula aunque  $\eta_r$  sea igual a cero, pero esto no es más que una conclusión teórica, pues al anularse  $\eta_r$  el motor deja de funcionar.

En la figura 28-V se ha representado la variación teórica del rendimiento energético del motor en función del número de Mach. Para su trazado se ha tomado en la fórmula [54-V] el rendimiento  $\eta_M$  del ciclo teórico en vez del real  $\eta_r$ , pues, como ya hemos dicho, en toda la zona en que  $\eta_r$  es distinto de cero coincide prácticamente  $\eta_M$  con él, no pudiendo diferenciarse las dos curvas en las escalas normales de los gráficos.

Como puede verse en dicha figura, aun tomando el rendimiento del ciclo teórico, hacen falta números de Mach superiores a 3 para que  $\eta_M$  difiera apreciablemente de él. Es más, como tanto  $\eta_r$  como  $\eta_M$  tienden asintóticamente a la unidad, la diferencia relativa entre uno y otro es siempre muy pequeña para cualquier valor de dicho número de Mach.

#### RENDIMIENTO DE LA PROPULSIÓN

##### Variación teórica del rendimiento de la propulsión con la velocidad de vuelo teniendo en cuenta la energía cinética del combustible

Si en la expresión exacta del rendimiento de la propulsión dada en [50-V] se sustituye el valor del empuje de la fórmula [36-V], se obtiene:

$$\eta_P = \frac{[(G + C)w - G V] V}{\frac{G + C}{2} w^2 - \frac{G}{2} V^2 + \frac{C V^2}{2}} \quad [55-V]$$

Dividiendo numerador y denominador por C y por  $w^2$ , resulta:

$$\eta_P = \frac{2 \left( 1 + r - r \frac{V}{w} \right) \frac{V}{w}}{1 + r - (r - 1) \frac{V^2}{w^2}} \quad [56-V]$$

En esta fórmula puede apreciarse que para  $V=0$  es  $\eta_P=0$ , como acontece en todas las definiciones de rendimientos de la propulsión, ya que, cuando el móvil está parado, su potencia útil es nula.

A medida que la relación  $V/w$  aumenta, el rendimiento crece, llegando a ser igual a la unidad cuando  $V/w=1$ . En estas condiciones la pérdida de energía cinética residual es nula, tomando su valor máximo el rendimiento de la propulsión. Al continuar aumentando  $V/w$ ,  $\eta_P$  comienza a disminuir y llegaría a ser nulo cuando  $V/w$  fuese igual a  $(1+r)/r$ . Ahora bien, debe tenerse en cuenta que la velocidad de salida de los gases  $w$  es función de la velocidad de vuelo  $V$ , aumentando cuando esta última crece. En el capítulo anterior vimos que estaban relacionadas con la expresión:

$$w = \sqrt{\frac{2gJL\eta_r}{1+r} + \frac{r}{1+r} V^2},$$

de donde:

$$\frac{V}{w} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2gJL\eta_r}{(1+r)V^2} + \frac{r}{1+r}}} . \quad [57-V]$$

Como puede verse, la relación  $V/w$  aumenta con la velocidad de vuelo, pues es mucho mayor la influencia que ejerce directamente esta variable en la fórmula que las debidas a los cambios de valor del rendimiento  $\eta_r$  y de la relación aire/combustible. Ya se dijo que el valor de  $V/w$  podía llegar a ser mayor que la unidad. Su valor límite viene dado por:

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{V}{w} = \sqrt{\frac{1+r}{r}}, \quad [58-V]$$

que es inferior al valor:

$$\frac{V}{w} = \frac{1+r}{r}, \quad [59-V]$$

que anulaba al rendimiento de la propulsión.

A su vez, tanto este valor como el anterior son inferiores a:

$$\frac{V}{w} = \sqrt{\frac{r+1}{r-1}}, \quad [60-V]$$

relación que daría lugar a valores infinitamente grandes de este rendimiento de la propulsión.

De acuerdo con lo expuesto se comprueba fácilmente que a partir del valor  $V/w = 1$ , para el cual el rendimiento de la propulsión tomaba su valor máximo, igual a la unidad, al aumentar la velocidad de vuelo el rendimiento disminuye, tendiendo asintóticamente al valor límite:

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \eta_P = 2 [\sqrt{(1+r)r} - r], \quad [61-V]$$

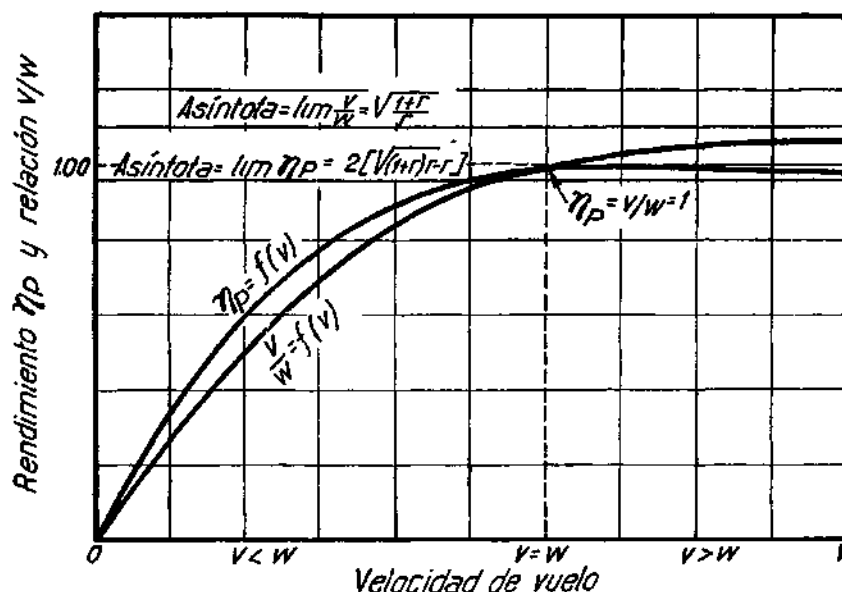


Fig. 29-V. — Variación teórica del rendimiento de la propulsión con la velocidad de vuelo cuando se considera la energía cinética del combustible.

que se obtiene sustituyendo el valor de  $V/w$  dado por [58-V] en la fórmula [56-V].

Este valor límite es siempre positivo e inferior a la unidad. Únicamente cuando  $r$  tendiese a infinito llegaría a ser  $\eta_P = 1$ , pero es que en estas condiciones la relación límite  $V/w$  también tendría un valor igual a la unidad.

En la figura 29-V están representados la forma general de las funciones  $V/w = f(V)$  y  $\eta_P = f(V)$ , en la que se resume gráficamente lo que acaba de exponerse. En la figura 30-V está trazado el

valor límite de  $\eta_P$  en función de la relación aire/combustible, de acuerdo con la fórmula [61-V]. La curva tiende rápidamente a su asíntota, siendo este valor límite casi igual a la unidad para todos los valores normales de  $r$ .

La forma general de la función  $\eta_P = f(V)$  y la determinación de su valor límite podrían también haberse calculado utilizando la fórmula:

$$\eta_P = \frac{[V(1+r)(2gJL\eta_r + rV^2) - rV]V}{JL\eta_r + \frac{V^2}{2}}, \quad [62-V]$$

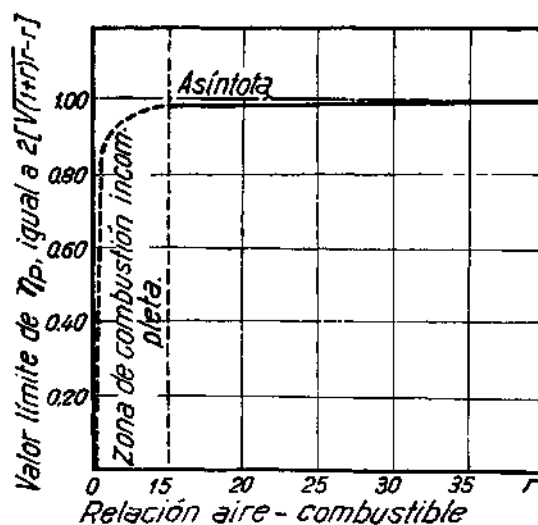


Fig. 30-V.—Valor límite de  $\eta_P$  en función de  $r$ . Puede observarse cómo para los valores normales de la relación aire/combustible, la curva se confunde prácticamente con la asíntota.

que se obtiene directamente expresando en la fórmula [50-V] el empuje y la potencia del motor en función del rendimiento termodinámico del ciclo.

Aunque en la forma en que acaba de efectuarse es como se establece correctamente la definición del rendimiento de la propulsión, volvemos a insistir en que, para todos los casos prácticos, no es necesario tener en cuenta para los turborreactores la energía del combustible, pues no introduce diferencia apreciable en los valores de estos rendimientos en toda la zona de velocidades susceptibles de alcanzarse con ellos, actualmente y en el futuro.



**Fórmulas prácticas. Variación con la velocidad de vuelo y con el rendimiento termodinámico del motor**

Utilizando la expresión del rendimiento de la propulsión dada en [45-V] y sustituyendo en ella el valor del empuje de la fórmula [40-V], se obtiene:

$$\eta_P = \frac{2 V (w - V)}{w^2 - V^2} = \frac{2 V}{w + V} . \quad [63-V]$$

Estando ahora relacionadas las velocidades  $w$  y  $V$  mediante la fórmula:

$$w = \sqrt{\frac{2 g J L \eta_p}{r} + V^2} . \quad [64-V]$$

Con estas dos expresiones se comprueba fácilmente que el rendimiento de la propulsión crece monótonamente con la velocidad de vuelo, así como la relación  $V/w$ . Mientras que el rendimiento  $\eta_p$  sea distinto de cero, el valor unidad de  $\eta_P$  no se alcanzaría hasta que la velocidad  $V$  fuese igual a infinito, siendo también entonces  $V/w = 1$ .

En la figura 31-V se han insertado dos curvas típicas representativas de la función  $\eta_P = f(V)$  en un turborreactor y para una hélice. Quizá sea ésta la mayor diferencia intrínseca que presentan los dos tipos de propulsión. En los turborreactores el rendimiento crece indefinidamente tendiendo hacia la unidad, mientras que el de una hélice, bastante superior a él en la zona de velocidades medias, decrece bruscamente y llega a anularse en cuanto las velocidades de vuelo sobrepasan de unos 750-800 Km/hora. Ciertamente que con la utilización de hélices contra-rotatorias y la adopción de nuevos perfiles de palas se han conseguido aumentar las velocidades de vuelo posibles de alcanzar mediante propulsión por hélice, pero en todo caso siempre existe una velocidad límite por encima de la cual no se puede volar. No insistimos más en esta cuestión, ya que será tratada posteriormente cuando se estudie la comparación relativa de los distintos sistemas de propulsión.

Para el cálculo numérico de la variación del rendimiento de la propulsión con la velocidad de avance se utiliza la expresión:

$$\eta_P = \frac{2V}{\sqrt{\frac{2gJL\eta_r}{r} + V^2} + V}, \quad [65-V]$$

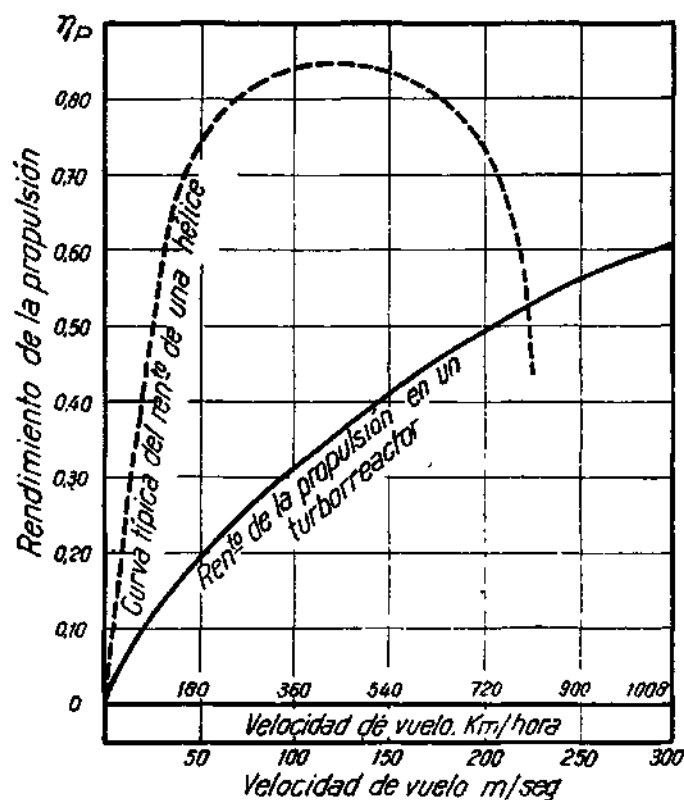


Fig. 31-V.—Variación del rendimiento de la propulsión con la velocidad de vuelo.

En la que deben tenerse en cuenta también las variaciones, ya estudiadas, del rendimiento termodinámico  $\eta_r$  y de la relación aire/combustible, si es que esta última no se toma constante. En toda la zona práctica de velocidades apenas existe diferencia apreciable en los resultados que se obtienen cuando se toman alternativamente constantes la temperatura  $T_s$  o la relación aire/combustible (fig. 32-V). Esto se debe a que apenas si se notan las pequeñas

variaciones del término en  $\eta_v/r$  en comparación con la gran influencia que ejerce directamente en la fórmula la velocidad de vuelo.

En la misma expresión [65-V] puede verse que el rendimiento de la propulsión aumenta cuando el rendimiento termodinámico del ciclo disminuye, como consecuencia del decrecimiento de la velocidad de salida de los gases de escape. Cuando fuese  $\eta_v = 0$  se-

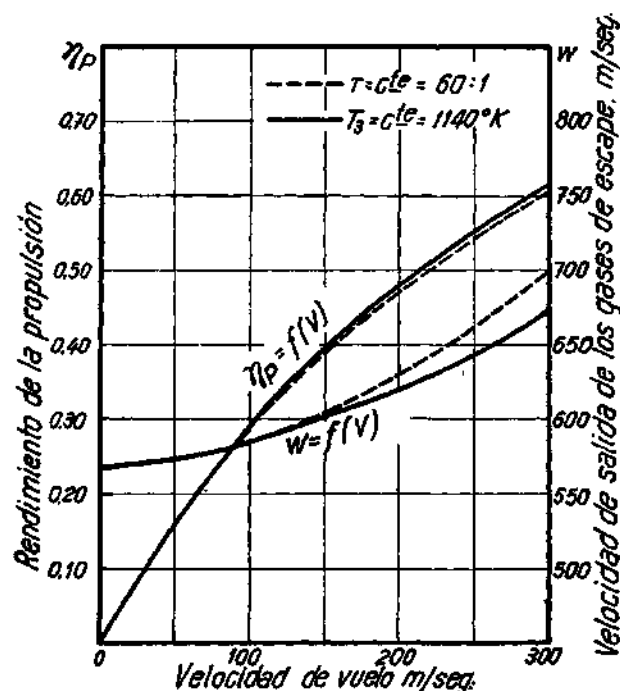


Fig. 32-V. —Variación del rendimiento de la propulsión con la velocidad de vuelo al nivel del mar ( $\eta_1 = 1,00$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_3 = 0,90$ ,  $\eta_4 = 0,95$ ,  $\eta_5 = 0,98$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ C$ ,  $L = 10.300 \text{ Kcal/Kg.}$ ).

ría  $w = V$  y el rendimiento de la propulsión tomaría un valor unidad. Claro que en estas condiciones el empuje y el rendimiento global del sistema motopropulsor serían nulos, no funcionando realmente el motor.

En la figura 33-V puede apreciarse esta influencia del rendimiento  $\eta_v$  en el de la propulsión a diferentes velocidades de vuelo.

Finalmente, en la figura 34-V está representada la variación del rendimiento de la propulsión con el número de Mach para condiciones supersónicas de vuelo. Debido al decrecimiento y anulación

del rendimiento termodinámico del motor, el rendimiento de la propulsión aumenta rápidamente y alcanza su valor límite, igual a la unidad, para números de Mach algo inferiores a 3, fuera ya, desde luego, de la zona posible de vuelo.

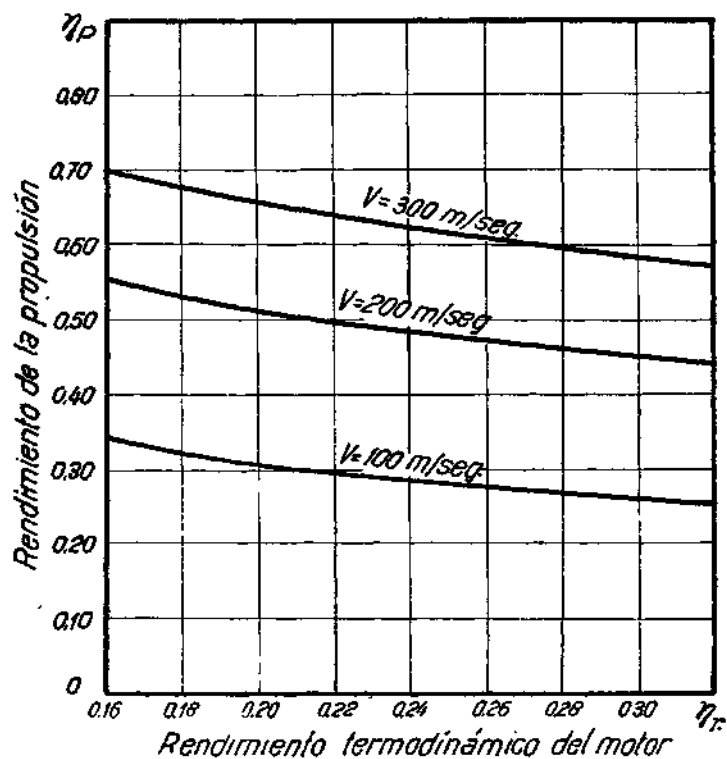


Fig. 33-V. Variación del rendimiento de la propulsión en función del rendimiento termodinámico del motor para distintas velocidades de vuelo ( $\gamma=60:1$ ).

### Influencia de la altura de vuelo y de la relación aire/combustible

Si para un valor prefijado de la velocidad de avance se aumenta la altura de vuelo, el rendimiento de la propulsión disminuye como consecuencia del crecimiento del rendimiento termodinámico del motor. En todo caso, esta influencia es de escasa consideración, influyendo también muy poco en los cálculos el tomar  $T_2$  o  $r$  constantes. Para comprobar lo que acaba de exponerse se ha trazado la

figura 35-V, calculada con los mismos datos que la 32-V, pero a 11.000 metros de altura.

Independientemente de la influencia que ejerce en el rendimiento del motor la relación aire/combustible, el rendimiento de la propulsión es función creciente de esta última variable. Admitiendo que dicho rendimiento permanece constante o bien sustituyéndolo

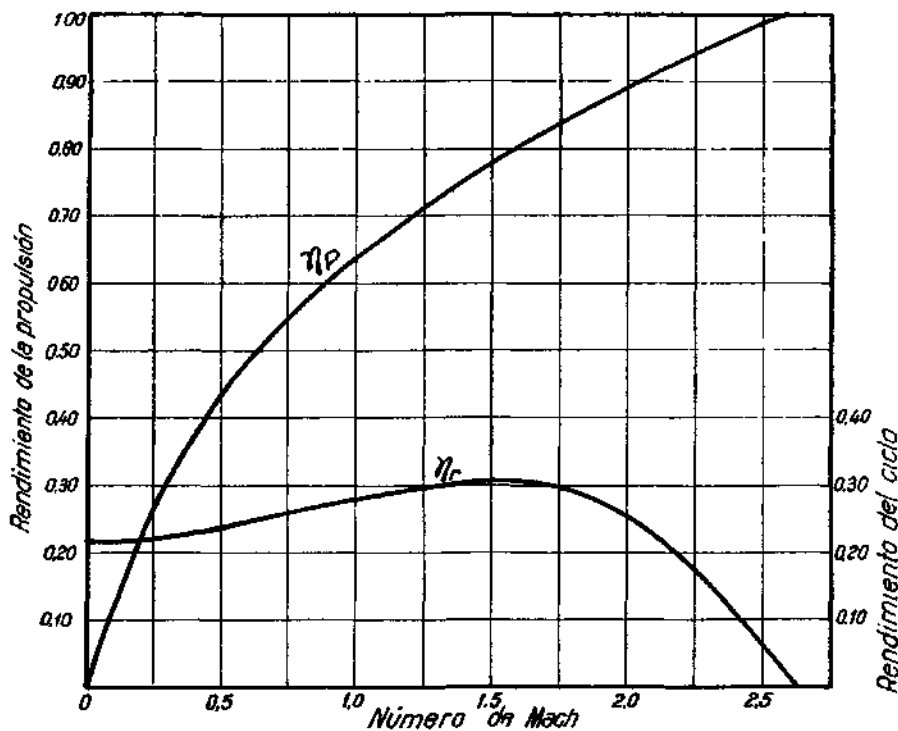


Fig. 34-V.—Variación del rendimiento de la propulsión con el número de Mach. Cuando el rendimiento del ciclo se anula, el rendimiento de la propulsión toma el valor unidad.

por el del ciclo teórico, se observa que a medida que esta relación aumenta, el rendimiento de la propulsión crece y llegaría a valer la unidad para valores infinitamente grandes a ella. Esto es una consecuencia de que, desde el punto de vista del rendimiento propulsivo, es más conveniente accionar una gran masa de aire con poca velocidad que no una masa pequeña con mucha velocidad, aunque en los dos casos pueda obtenerse el mismo empuje.

Al tener en cuenta que al aumentar esta relación aire/combusti-

ble el rendimiento termodinámico disminuye, se acentúa dicho efecto, haciéndose igual a la unidad el rendimiento de la propulsión para el valor de la relación aire/combustible que anula el rendimiento termodinámico del motor (figs. 36-V y 37-V).

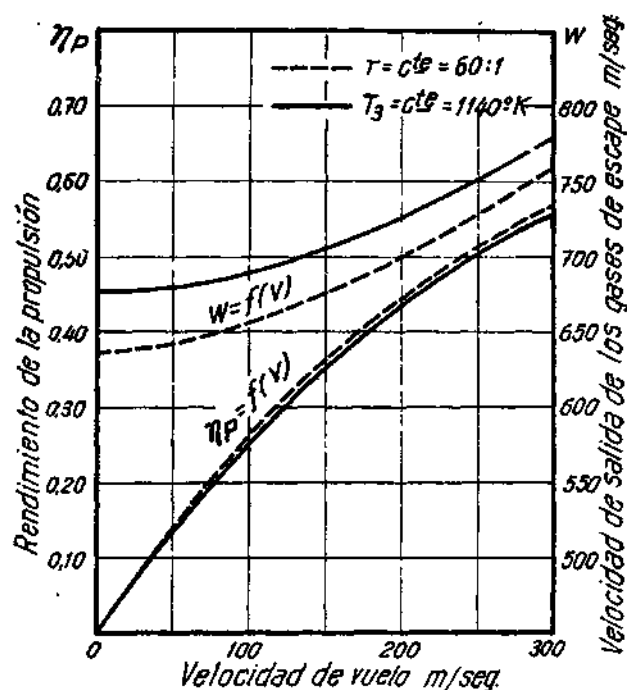


Fig. 35-V.—Variación del rendimiento de la propulsión con la velocidad de vuelo a 11.000 m. de altura ( $\eta_1 = 1,00$ ,  $\eta_2 = 0,80$ ,  $\eta_3 = 0,90$ ,  $\eta_4 = 0,95$ ,  $\eta_5 = 0,98$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ C$ ,  $L = 10.300$  Kcal/Kg.).

#### RENDIMIENTO GLOBAL DEL SISTEMA MOTOPROPULSOR

##### Variación con la velocidad y altura de vuelo

Ya vimos que su expresión teórica, cuando se tiene en cuenta la energía cinética del combustible, venía dada por:

$$\eta_{MP} = \frac{E V}{J L C + \frac{C V^2}{2g}} = \frac{[(1+r)w - rV] V}{g J L + \frac{V^2}{2}}, \quad [66-V]$$

siendo también igual a:

$$\eta_{MP} = \eta_M \eta_P. \quad [67-V]$$

Mediante la fórmula [66-V] podría estudiarse sin dificultad alguna este rendimiento global, pero resulta más cómodo considerarlo como el producto de los dos rendimientos  $\eta_M$  y  $\eta_P$ , de los que ya se conocen sus leyes de variación con la velocidad de avance.

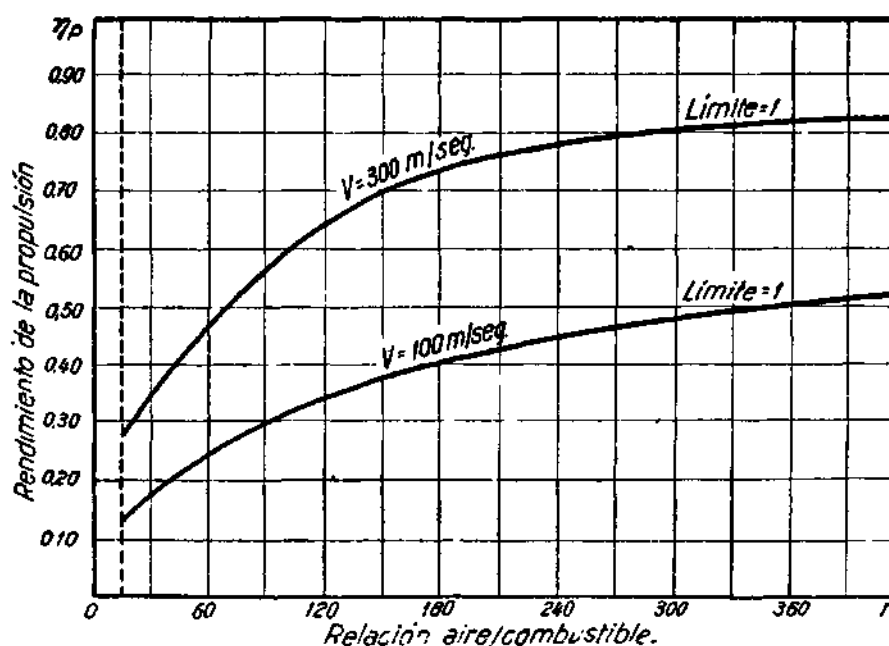


Fig. 36-V. — Variación teórica del rendimiento de la propulsión con la relación aire/combustible. Para el cálculo se ha tomado como rendimiento del motor el de su ciclo teórico, correspondiente a  $\Delta T_c = 140^\circ\text{C}$  y  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ .

En la figura 38-V se han trazado esquemáticamente las representaciones gráficas de las variaciones teóricas de los tres rendimientos:  $\eta_M$ ,  $\eta_P$  y  $\eta_{MP}$  con la velocidad. Para el trazado de la curva de  $\eta_M$  se ha tomado como rendimiento termodinámico del motor el correspondiente a su ciclo teórico.

En dicha figura se observa cómo el rendimiento global crece indefinidamente con la velocidad de avance. Para  $V=v$  es  $\eta_{MP} = \eta_M$ ; y cuando  $V$  tiende a infinito,  $\eta_{MP}$  tiende al límite de  $\eta_P$ , puesto que el de  $\eta_M$  es igual a la unidad.

Para todos los casos prácticos se prescinde de la energía cinética del combustible, resultando:

$$\eta_{MP} = \frac{E V}{J L C} = \eta_r \eta_P, \quad [68-V]$$

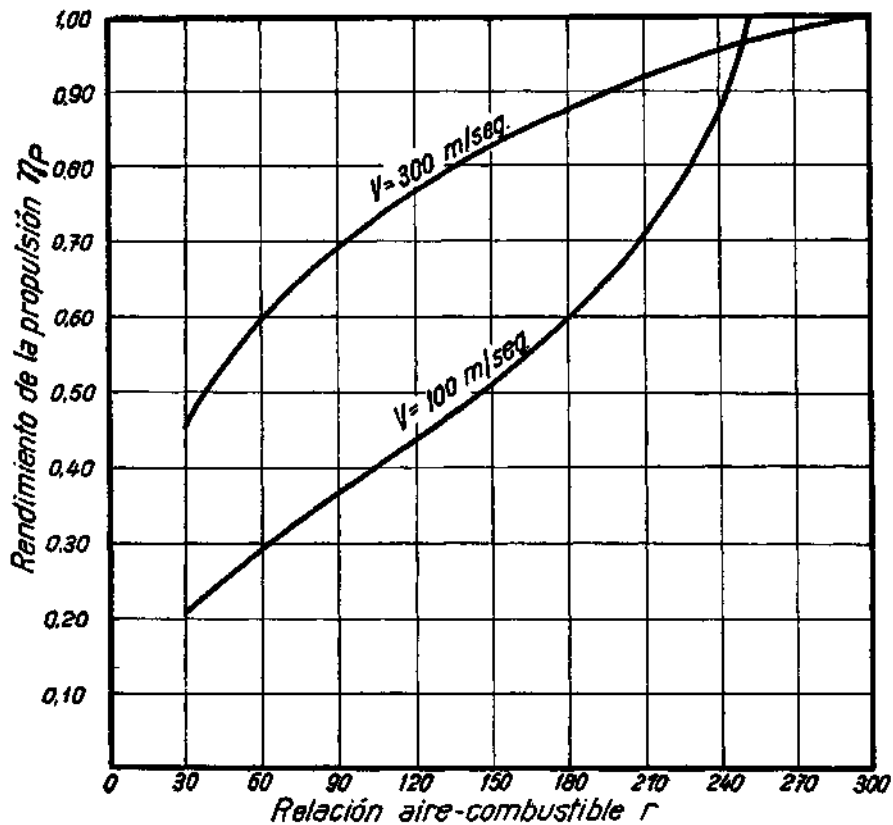


Fig. 37-V. — Variación del rendimiento de la propulsión con la relación aire/combustible al nivel del mar ( $\eta_r = 0,90$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ$ ,  $L = 10.310 \text{ Kcal/Kg.}$ ,  $\eta_c = 0,80$  para  $V = 100 \text{ m/seg.}$  y  $\eta_c = 0,84$  para  $V = 300 \text{ m/seg.}$ ).

fórmula en la que debe tomarse para  $\eta_P$  su expresión simplificada dada en [63-V].

En la figura 39-V están representados los tres rendimientos en función del número de Mach. El rendimiento global del sistema motopropulsor crece rápidamente con la velocidad de avance en toda la zona subsónica y en parte de la supersónica, debido al aumento de los dos rendimientos  $\eta_P$  y  $\eta_r$ ; pero a causa de la poste-



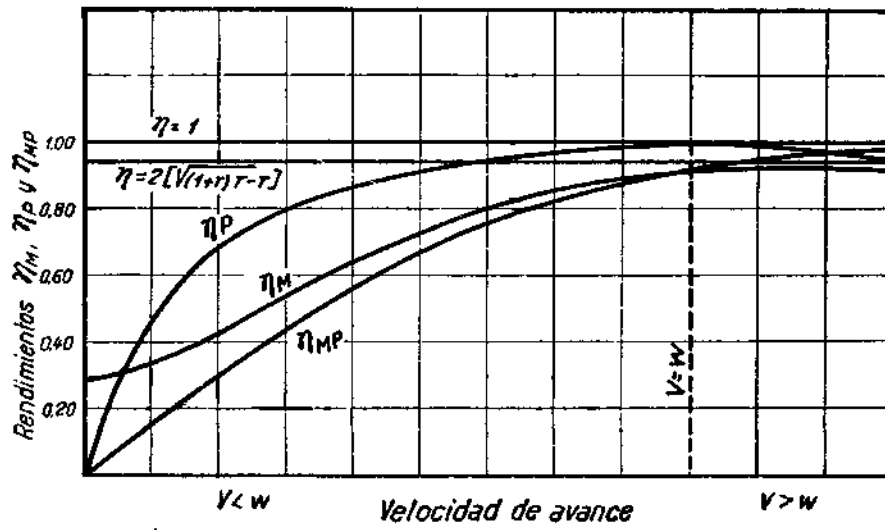


Fig. 35-V. — Representación esquemática de los rendimientos energético del motor, de la propulsión y global del sistema motopropulsor.

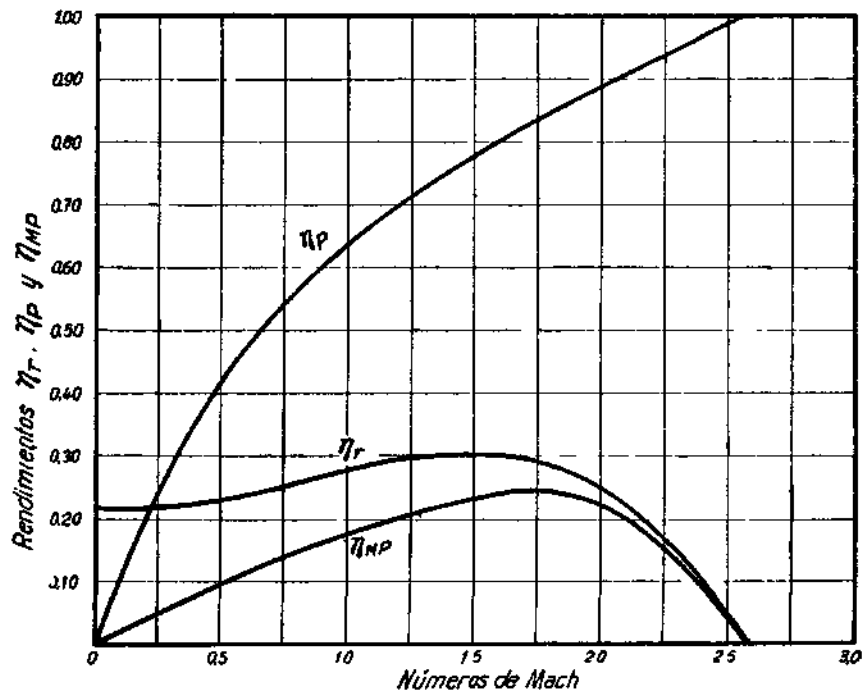


Fig. 39-V. — Rendimientos del motor, de la propulsión y global del sistema motopropulsor, en función del número de Mach.

rior disminución de este último llega un momento en el que presenta un máximo, para números de Mach comprendidos entre 1,5 y 2, a partir del cual decrece bruscamente y se anula a la vez que el rendimiento termodinámico del motor.

Aunque ya vimos que el rendimiento de la propulsión dismi-

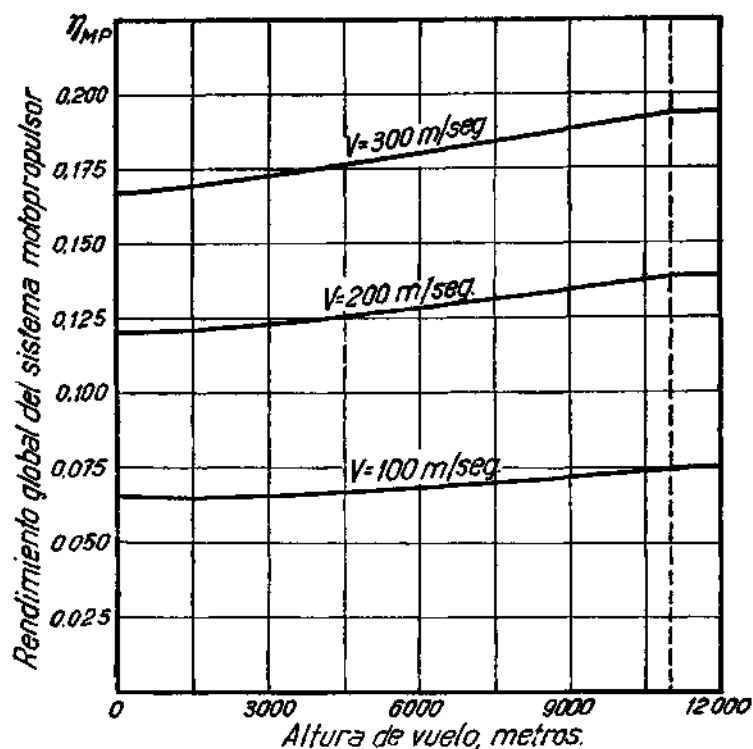


Fig. 40-V.—Variación del rendimiento global del sistema motopropulsor con la altura de vuelo a diferentes velocidades de avance ( $\tau_{11}=1,00$ ,  $\tau_{12}=0,90$ ,  $\tau_{13}=0,90$ ;  $\tau_{14}=0,95$ ,  $\Delta T_r=140^\circ$ ,  $r=60:1$ ,  $L=10.300$  Kcal/Kg.).

nuía ligeramente con la altura de vuelo, el rendimiento global aumenta a causa del notable crecimiento que experimenta el rendimiento termodinámico del motor. Se consiguen aumento del orden del 20 % cuando la altura de vuelo pasa del nivel del mar a unos 11.000 m. y para velocidades de avance de unos 300 m/seg (fig. 40-V).

En la figura 41-V se insertan las curvas de los tres rendimientos en función de la velocidad, al nivel del mar y a 11.000 m. de altura. Se han calculado con los datos de partida indicados en el pie de la

figura y tomando sucesivamente constantes  $T_3$  y  $r$ . Como puede apreciarse, apenas si existen diferencias entre los resultados que se obtienen en ambos casos. Finalmente, en la figura 42-V están di-

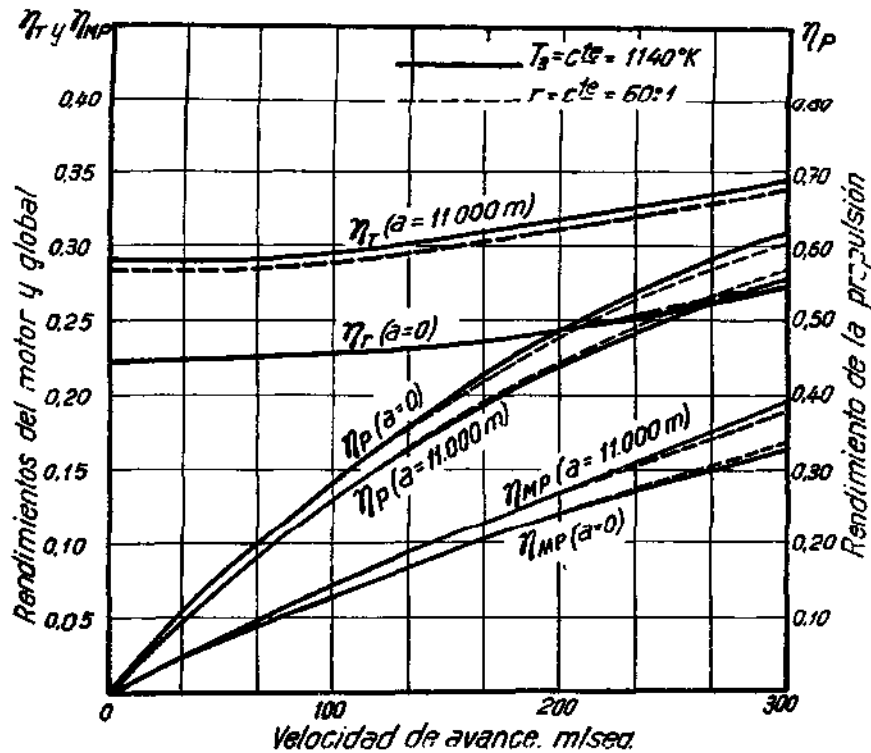


Fig. 41-V. Variación de los tres rendimientos fundamentales con la velocidad de avance, al nivel del mar y a 11.000 m. de altura. (Iguales datos numéricos de la figura anterior, pero tomando alternativamente constantes  $T_3 = 1.140^\circ K$  y  $r = 60:1$ .)

bujados los rendimientos del motor, de la propulsión y global en el Rolls-Royce Nene, obtenidos a partir de diversos gráficos de empuje, gastos de aire y consumo de combustible insertados en catálogos de la casa constructora.

**Variación del rendimiento global con los distintos parámetros que definen el funcionamiento de los turborreactores y determinación de los valores óptimos de cada uno de ellos**

Una vez establecido el rendimiento global del sistema motopropulsor ya se está en condiciones de juzgar cómo influyen y qué valores son más convenientes de los parámetros que definen el

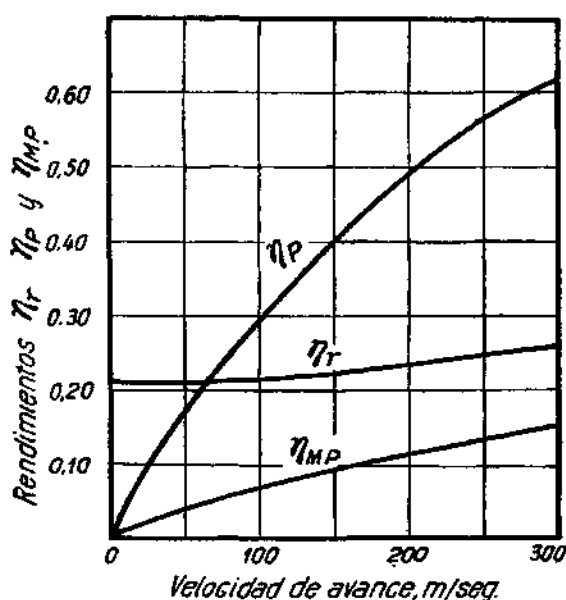


Fig. 42-V. -Variación con la velocidad de avance de los rendimientos del motor, de la propulsión y global del sistema motopropulsor en el turborreactor Rolls-Royce Nene.

funcionamiento de los turborreactores. Un estudio de esta naturaleza no puede efectuarse con certeza considerando aisladamente la influencia ejercida por los parámetros sobre el rendimiento termodinámico del motor o sobre el de la propulsión, pues, debido al funcionamiento en conjunto como sistema motopropulsor que presentan los turborreactores, puede haber parámetros que actúen en sentido contrario respecto a sus características motoras y propulsoras. Por ejemplo, ya hemos visto que los valores reducidos de la relación aire/combustible beneficiaban al comportamiento termodi-

námico del motor, mientras que valores grandes de ella eran convenientes desde el punto de vista del rendimiento de la propulsión.

No es esto lo que acontece en un grupo motor de cilindros-hélice. En él están perfectamente diferenciados el motor y el propulsor y un factor que influyese beneficiosamente en el funcionamiento interno del primero, como, por ejemplo, un aumento de la relación de compresión, no efectuaría acción alguna directa en el rendimiento propulsivo de la hélice.

Por tanto, el estudio del rendimiento global de los turborreactores es de la mayor importancia. Ahora bien, este estudio puede referirse casi por completo al del empuje específico. En efecto, la fórmula [68-V] puede ponerse en la forma:

$$\eta_{MP} = \frac{V}{J L} E_c. \quad [69-V]$$

Según esto, todos los factores que influyan en el empuje específico afectarán en igual forma al rendimiento global, excepto en el caso del poder calorífico del combustible y velocidad de vuelo.

De todos los parámetros que definen las características funcionales de los turborreactores ya se han estudiado las influencias que ejercen algunos de ellos en el empuje específico y en el rendimiento global, como acontece para la velocidad de vuelo. Otros parámetros no es necesario volver a considerarlos, como es el caso de todos los rendimientos orgánicos:  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$ ,  $\eta_4$  y  $\eta_q$ , ya que influyen siempre en un mismo sentido, mejorando las características motoras, rendimiento y relación potencia/peso (1) y actuando en forma análoga sobre el empuje específico. Por tanto, como ya podía suponerse, cuanto más elevados sean sus valores mayor será el rendimiento global del sistema motopropulsor.

Nos resta, pues, por considerar la influencia que ejercen en las características globales de los turborreactores la relación aire/combustible, el poder calorífico de éste y la relación de compresión.

---

(1) La influencia en la relación potencia/peso se consideró a través de la relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión.

### Influencia de la relación aire/combustible en peso y del poder calorífico inferior del combustible

Para un valor determinado del poder calorífico inferior del combustible y de la velocidad de avance, la función  $\eta_{MP} = f(r)$  será por completo análoga a la  $E_c = f(r)$ , siendo válidas para el rendimiento global todas las consideraciones que se efectuaron para el

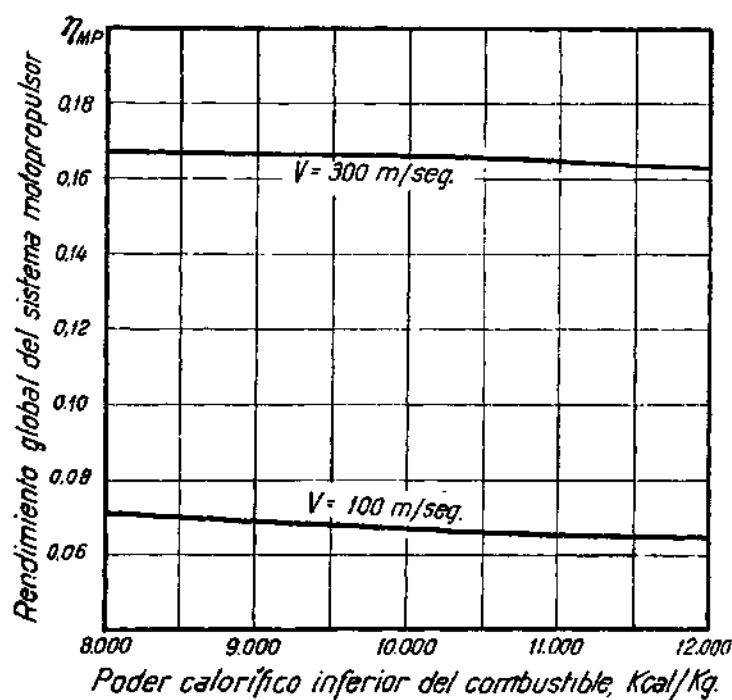


Fig. 43-V.—Variación del rendimiento global del sistema motopropulsor con el poder calorífico del combustible ( $\eta_c = 0,80$ ,  $\eta_e = 0,90$ ,  $\eta_d = 1$ ,  $r = 80:1$ ,  $\Delta T_c = 140^\circ$ ,  $T_0 = 288^\circ \text{K}$ ).

empuje específico en su dependencia con la relación aire/combustible.

En cambio, así como el empuje específico es función creciente del poder calorífico del combustible, acontece lo contrario para el rendimiento global, el cual decrece, aunque en pequeña proporción, cuando aumenta dicha variable (fig. 43-V). Claro que de esto no puede obtenerse la conclusión de que sean convenientes los

combustibles de bajo poder calorífico, pues la pequeña mejora que se obtuviese en el rendimiento global sería a costa de perder empuje específico. Esto implicaría un mayor consumo de combustible para obtener un empuje prefijado, lo que daría lugar a un mayor tamaño y peso del turborreactor, y sobre todo obligaría a llevar más combustible en el avión para obtener un mismo radio de acción, factor éste de la mayor importancia en los aviones equipados con turborreactores.

Aunque hasta ahora hemos considerado separadamente los dos parámetros  $L$  y  $r$ , nos va a resultar ahora más ventajoso para estudiar las características globales de los turborreactores englobarlos en uno solo, o sea, introducir en los cálculos la relación  $L_r = L/r$ , que expresa las kilocalorías consumidas en el cielo por kilogramo de aire (1). También podemos operar con la relación inversa,  $r_L = r/L$ , igual al peso de aire por kilocaloría consumida.

La función  $E_c = f(r)$ , venía dada por la fórmula:

$$E_c = \frac{1}{g} \left[ \sqrt{2gJL\eta_c\eta_u r - 2gJc_p T_2 \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_c \right) \eta_u r^2 + V^2 r^2} - V r \right],$$

de la que se obtiene el rendimiento global en función de la relación  $r/L$  dividiendo por  $L$  y multiplicando por  $V/J$ . Resulta:

$$\eta_{MP} = \frac{V}{gJ} \left[ \sqrt{2gJ\eta_c\eta_u r_L - 2gJc_p T_2 \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_c \right) \eta_u r_L^2 + V^2 r_L^2} - V r_L \right]. \quad [70-V]$$

De estas dos fórmulas se deduce que la función  $\eta_{MP} = f(r_L)$  es completamente análoga, salvo un factor de proporcionalidad, a la  $E_c = f(r)$ . Según esto, todas las conclusiones que se obtuvieron sobre los valores óptimos de la relación aire/combustible deducidos de su influencia en el empuje específico, pueden aplicarse a la relación  $r/L$  respecto al rendimiento global del sistema motopropulsor.

En la figura 44-V está representada la función  $\eta_{MP} = f(r_L)$  para distintos valores de la velocidad y altura de vuelo. Al nivel del mar los valores óptimos de  $r_L$  están comprendidos entre 0,006 y 0,009 kilogramo de aire/Kcal., mientras que a grandes alturas es

(1) Si el rendimiento de la combustión fuese igual a la unidad, este parámetro expresaría también las kilocalorías desarrolladas por kilogramo de aire.

conveniente una mayor cantidad de aire, puesto que en este caso los máximos varían de 0,009 a 0,012 Kg/Kcal.

Igualmente a como acontecía para las curvas de empuje especí-

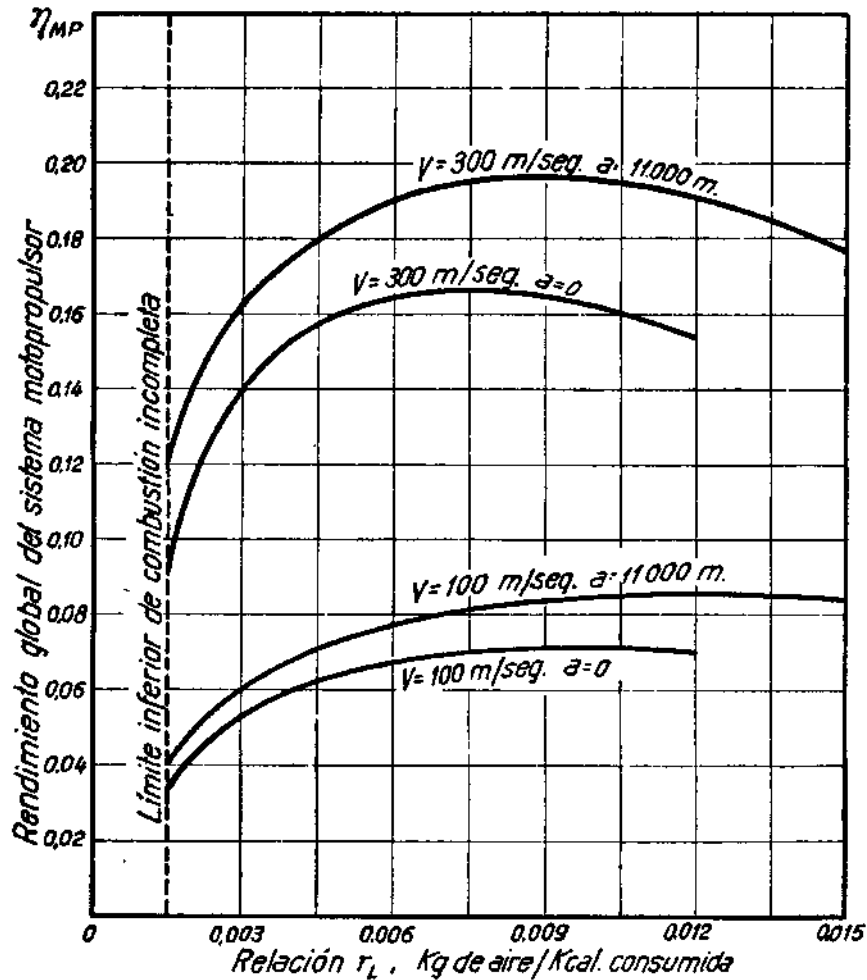


Fig. 44-V.—Variación del rendimiento global del sistema motopropulsor con la relación  $r/L$   
( $\eta_c = 0,80$ ,  $\eta_e = 0,90$ ,  $\Delta T_e = 140^\circ$ ,  $r_{q0} = 1$ ).

fico representadas en la figura 24-V, aquí también podemos ver que las funciones son de poca pendiente en la zona de los máximos, obteniéndose poca ganancia de rendimiento en esta zona, aunque se aumente considerablemente la relación  $r_L$ . Por esta razón, y



considerando que la principal utilización de los aviones equipados con turborreactores se efectuará con grandes velocidades y alturas de vuelo, puede deducirse la conclusión de que, a pleno régimen del motor, los valores más convenientes de  $r_L$  deben ser del orden de 0,006, correspondiendo, como ya podía esperarse, a valores de

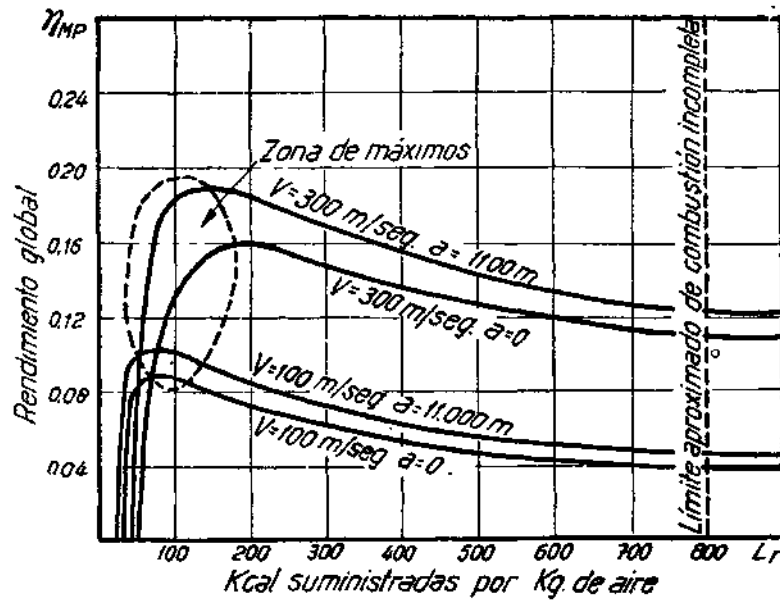


Fig. 45-V.—Variación del rendimiento global del sistema motopropulsor en función de la relación  $L/r$ . (Datos numéricos de la figura anterior.)

la relación aire/combustible de 60 : 1 para combustibles con poder calorífico inferior igual a 10.000 Kcal/Kg.

Conclusiones análogas se obtienen mediante el estudio de la función  $\eta_{MP} = f(L_r)$ , en la que se utiliza como variable el valor inverso de la relación anterior. Su expresión analítica, obtenida de la fórmula [70-V], es la siguiente:

$$\eta_{MP} = \frac{V}{g J} \frac{\sqrt{2 g J \eta_e \eta_t L_r - 2 g J c_p T_2 \left( \frac{1}{\eta_c} - \eta_e \right) \eta_t + V^2} - V}{L_r} \quad [71-V]$$

En la figura 45-V está representada gráficamente esta función.

Como es natural, los valores óptimos de  $L$ , son los inversos de la relación  $r_L$ , pero, además, puede verse en dicha figura cómo el rendimiento global decrece bruscamente en cuanto  $L$ , toma valores inferiores a los correspondientes al máximo.

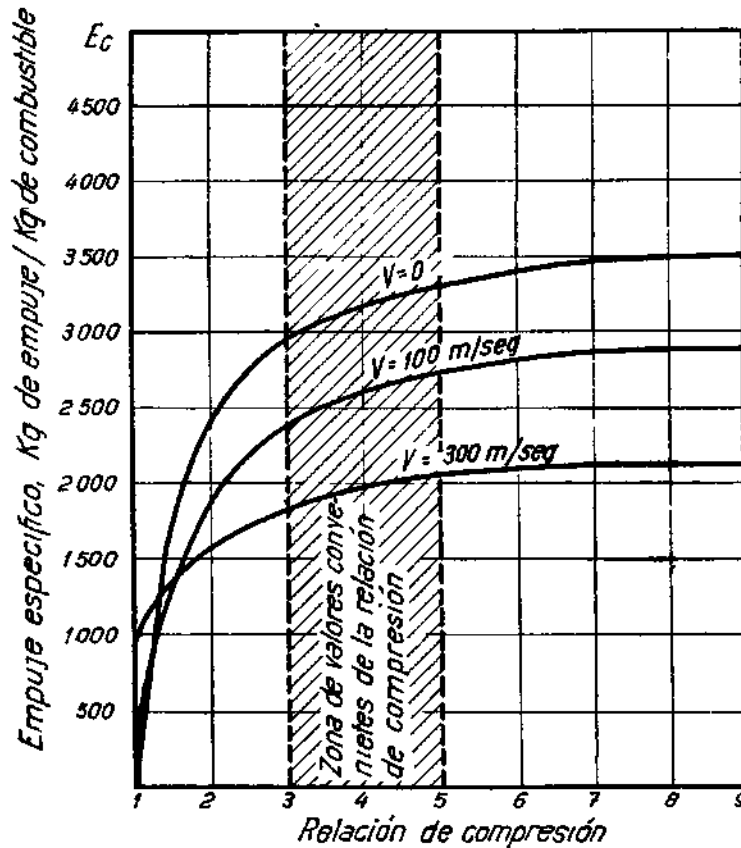


Fig 46 V. Variación del empuje específico con la relación de compresión para diferentes velocidades de avance con rendimientos reducidos de la compresión y expansión ( $\eta_c = 0,70$ ,  $\eta_e = 0,80$ ,  $T_0 = 288^\circ \text{K}$ ,  $r = 60$ ,  $L = 10\,300 \text{ Kcal/Kg.}$ )

El rendimiento global es igual a cero, como consecuencia del anulamiento del rendimiento termodinámico del motor, cuando  $L$ , toma el valor:

$$L_1 = \frac{c_p T_2 (1 - r_{1e} r_{1c})}{r_{1e} r_{1c}}, \quad [72-V]$$

que viene a ser del orden de las 50 Kcal/Kg. de aire.

Los máximos del rendimiento global se producen para valores de  $L_r$  comprendidos entre las 75 y 150 Kcal/Kg., del orden del doble de los que producían su anulamiento. En cambio, a partir de estos máximos el rendimiento decrece lentamente, puesto que se llega a la zona de combustión incompleta, con valores de  $L_r$  que pueden estimarse en unas 800 Kcal/Kg., sin que esta disminución haya sido superior al 30 %.

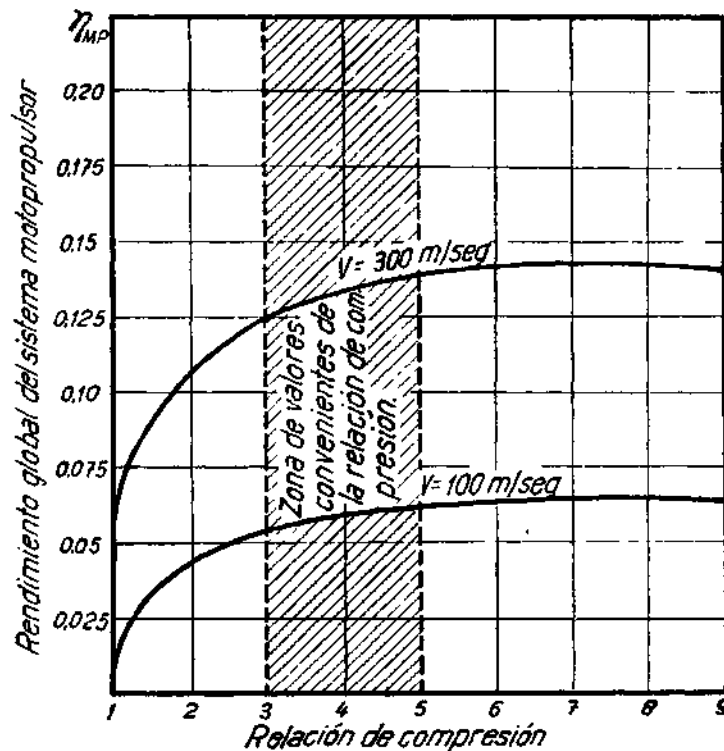


Fig. 47-V.—Variación del rendimiento global del sistema motopropulsor con la relación de compresión para diferentes velocidades de avance, con rendimientos reducidos de la compresión y expansión. (Datos numéricos de la figura anterior.)

### Influencia de la relación de compresión

En el capítulo anterior vimos cómo el rendimiento termodinámico del motor era función creciente de la relación de compresión, pero que llegaba un momento en el que se alcanzaba su valor máximo, a partir del cual disminuía hasta llegar a su anulación. Tam-

bién se estableció la conclusión que no convenía utilizar las relaciones de compresión que producían dicho valor máximo, sino otras inferiores a ellas, pues por ser las curvas de poca pendiente en esta zona se conseguía muy poca ganancia en rendimiento a

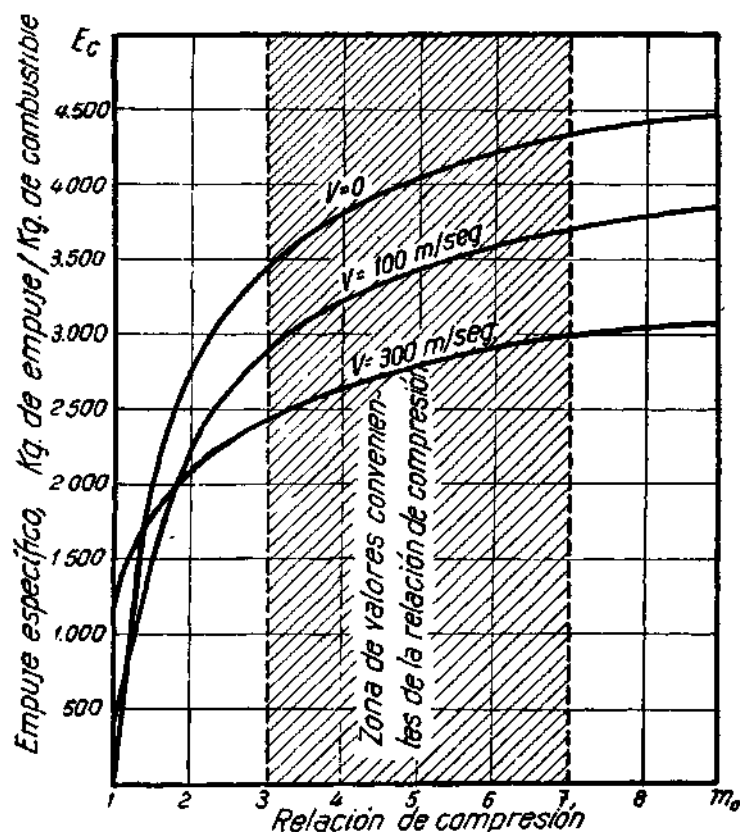


Fig. 48-V. Variación del empuje específico con la relación de compresión para diferentes velocidades de avance, con rendimientos elevados de la compresión y expansión ( $\eta_c = 0,85$ ,  $\eta_e = 0,95$ ,  $T_0 = 288^\circ\text{K}$ ,  $r = 60:1$ ,  $L = 10.300$  Kcal/Kg.).

costa de una notable disminución de la relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión.

De acuerdo con la dependencia que presentan el empuje específico y el rendimiento global con el rendimiento del motor, ya puede preverse que la relación de compresión influirá en forma análoga en las características globales del sistema motopropulsor. Para hacer patente esta dependencia se han calculado los gráficos

de las figuras 46-V, 47-V, 48-V y 49-V, en las que se representan el empuje específico y el rendimiento global en función de la relación de compresión para distintas velocidades de avance. En las dos primeras se han tomado valores más bien bajos de los rendimientos orgánicos, y en las dos segundas valores elevados de dichos rendimientos.

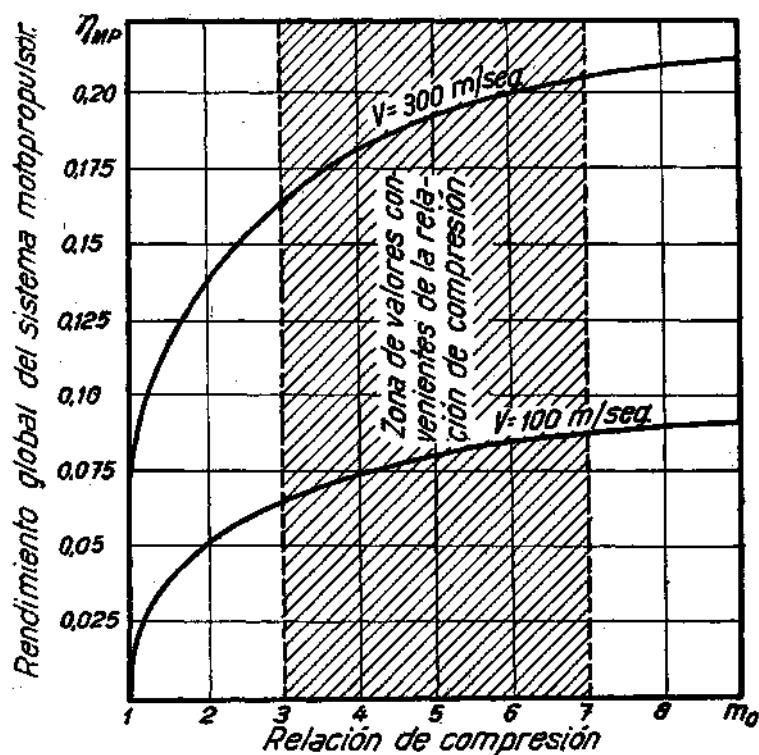


Fig. 49-V. — Variación del rendimiento global del sistema motopropulsor con la relación de compresión para diferentes velocidades de avance, con rendimientos elevados de la compresión y expansión. (Datos numéricos de la figura anterior.)

En este último caso pueden utilizarse con ventaja valores más altos de la relación de compresión, tanto porque las curvas de empuje específico y rendimiento global son de mayor pendiente y presentan sus máximos más alejados, como porque la relación potencia disponible/potencia gastada en la compresión disminuye en menor proporción cuando los rendimientos de la compresión y expansión toman valores más próximos a la unidad.

Todos los razonamientos que se insertaron en el capítulo anterior y en el estudio del empuje específico sobre la influencia mutua de los valores óptimos de la relación aire/combustible y de la relación de compresión, siguen siendo válidos en cuanto al rendimiento global se refiere. Recordaremos que valores altos de  $m_0$  reducían los valores óptimos de  $r$ , y que si se aumentaba esta última variable eran más reducidas las relaciones de compresión que producían las mejores condiciones funcionales de los turborreactores.

Con los estudios y conclusiones insertados en este capítulo y en el anterior pueden determinarse en cada caso los valores más convenientes de todos los parámetros que definen el ciclo de trabajo de los turborreactores, subordinándose siempre dichos valores a las condiciones particulares que requiera la utilización principal a que haya de destinarse el motor.

#### BIBLIOGRAFIA DE LOS CAPITULOS IV Y V

1. E. T. VINCENT: *The Theory and Design of Gas Turbines and Jet Engines* Mc. Graw-Hill Book, New York, 1950.
2. M. ROY: *Thermodynamique des Systèmes Propulsifs à Réaction et de la Turbine à Gaz*. Dunod, París, 1947.
3. F. W. GODSEY: *Gas Turbines for Aircraft*. Mc. Graw-Hill Book, New York, 1948.
4. M. J. ZUCROW: *Principles of Jet Propulsion and Gas Turbines*. John Wiley and Sons, New York, 1948.
5. A. W. JUDGE: *Modern Gas Turbines*. Chapman and Hall, London, 1947.
6. PAUL CHAMBADAL: *Thermodynamique de la Turbine à Gaz*. Hermann & Cie., París, 1949.
7. V. C. FINCH: *Jet Propulsion Turbojets*. The National Press, Millbrae, California, 1948.
8. W. R. HAWTHORNE: *Factors Affecting the Design of Jet Turbines*. «S. A. E. Journal», vol. 54, núm. 7, julio 1946.
9. A. DOLINSKY y F. W. DISCH: *The Atmosphere and Its Predicted Effects on Turbine Type Aircraft Engines*. «S. A. E. Quart. Trans.», vol. 1, núm. 3, julio 1947.
10. D. L. MORDELL: *Jet-Propulsion Gas Turbines*. «Aircraft Engineering», vol. 18, núm. 205, marzo 1946.
11. D. D. STREID: *Gas Turbine Fundamentals*. «Mech. Engineering», vol. 68, número 2, febrero 1946.
12. W. F. DURAND: *Jet Propulsion*. «Mech. Engineering», vol. 68, núm. 3, marzo 1946.
13. F. ROTH y E. HANNI: *Turbopropulseurs et Réacteurs*. «Inter-Avia», núm. 4, 1946.
14. Z. FONBERG: *General Theory of Reaction Propulsion*. «Journal of the American Rocket Society», septiembre 1945.

15. J. K. SALISBURY: *The Basic Gas Turbine and Some of Its Variants*. «Mech Engineering», vol. 66, núm. 6, junio 1944.
16. F. K. FISCHER y C. A. MAYER: *Combustion Gas Turbines*. «Aero-Digest», vol. 47, núm. 1, octubre 1944.
17. R. EKSERGIAN: *On the Reaction of Fluids and Fluid Jets*. «Journal of the Franklin Institute», vol. 237, núm. 5, mayo 1944.
18. J. T. RETTALIATA: *The Gas Turbine*. «Allis Chalmers Electrical Review», volumen 6, núm. 4, diciembre 1941.

## CAPITULO VI

### ECUACIONES GENERALES DE LOS COMPRESORES Y TURBINAS

#### NOTACIÓN DEL CAPÍTULO

- $K$  = grado de reacción.  
 $V$  = velocidad absoluta del aire o gas.  
 $V_a$  = velocidad axil.  
 $V_t$  = velocidad tangencial.  
 $V_r$  = velocidad radial.  
1 y 2 = subíndices que denotarán entrada y salida en los órganos móviles de la máquina.  
 $G$  = gasto en peso de aire.  
 $M_v$  = momento de la cantidad de movimiento, Kg/seg/m.  
 $P_m$  = par motor, Kgm.  
 $r$  = radio medio de la máquina.  
 $P$  = potencia, Kgm/seg.  
 $T_p$  = trabajo periférico, Kgm/Kg.  
 $u$  = velocidad periférica.  
 $w$  = velocidad relativa.  
 $V_c$  = velocidad de circulación.  
 $v$  = volumen específico.  
 $\sigma_a$  = sección anular de paso.  
 $\eta_c$  = rendimiento adiabático de un compresor.  
 $\eta_s$  = rendimiento adiabático de un escalón.  
 $m$  = relación de compresión.  
 $m_i$  = relación de compresión de un escalón.  
 $N$  = número de escalones de una máquina.



## ECUACIONES GENERALES DE LOS COMPRESORES Y TURBINAS

**Definiciones**

Los compresores rotatorios y las turbinas son máquinas destinadas a transformar energía tomada del exterior en aumento de la entalpía del aire (compresores), o bien a efectuar el proceso inverso utilizando un gas (turbinas) que, en los casos que aquí se considerarán, procederá siempre de una o varias cámaras de combustión.

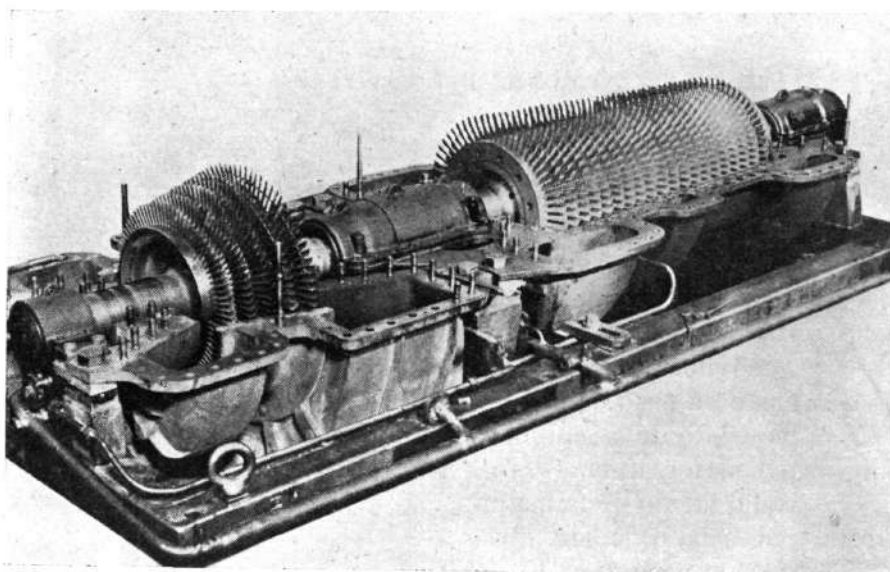


Fig. 1-VI.—Grupo compresor turbina de gran potencia de la refinería Houdry en Filadelfia (Estados Unidos).

En un compresor se aumenta la energía cinética del aire en un órgano móvil (rotor), transformándose posteriormente esta energía en un órgano fijo (estator o difusor) en aumento de la presión y temperatura del aire. En una turbina el proceso es contrario, aumentándose la energía cinética del gas en un órgano fijo (estator o directriz) mediante la consiguiente disminución de presión, y recogándose esta energía cinética en el órgano móvil (rotor), que la convierte en trabajo exterior.

Cuando toda la transformación de entalpía en energía cinética

se verifica en el órgano fijo, circulando el gas a presión constante en el rotor, la máquina se denomina de acción, mientras que en el caso más general de que esta transformación se realice en ambos órganos la máquina se denomina de reacción. Se define el grado de reacción en los compresores o turbinas mediante la expresión:

$$K = \frac{\Delta H_r}{\Delta H_r + \Delta H_s}, \quad [1-VI]$$

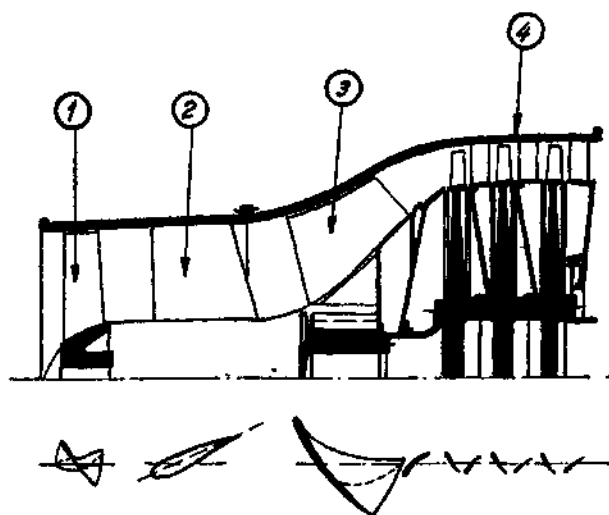


Fig. 2-VI. -Compresor combinado del turborreactor alemán He. S-011. 1, primer escalón axial o ventilador de pre-rotación; 2, álabes guías; 3, compresor diagonal; 4, compresor axial de tres escalones. Este turborreactor ha sido el único que ha utilizado un compresor diagonal, sistema que proporciona buenas características funcionales para turborreactores de 1.000-1.500 Kg. de empuje, pero de difícil proyecto y construcción.

en la que  $\Delta H_r$  y  $\Delta H_s$  son los incrementos o variaciones de entalpía en el rotor y en el estator. El grado de reacción puede variar desde  $K=0$  ( $\Delta H_r=0$ ) hasta llegar a valer la unidad. Cuando  $\Delta H_r = \Delta H_s$ , la máquina es de 50 % de reacción, caso éste muy frecuente en la práctica, sobre todo para los compresores.

Según la dirección general de la corriente de gas, las máquinas se denominan axiales, diagonales o radiales. En las primeras, la trayectoria media de la corriente está comprendida en un cilindro de generatriz paralela al eje de rotación de la máquina; en las segundas en un cono, y en las terceras las velocidades de salida (com-

presores) o de entrada (turbinas), están dispuestas según un plano perpendicular a dicho eje de giro.

Dentro de la clasificación anterior, y especialmente para los compresores, se denominan máquinas de admisión axial aquellas en las que su velocidad de entrada es paralela al eje de giro.

### Ecuaciones generales. Condiciones que se requieren para establecerlas

El proceso que sigue un fluido cualquiera en su evolución a través de una máquina rotatoria, compresor o turbina, tal como la mostrada en esquema en la figura 3-VI, supondremos que cumple las siguientes condiciones:

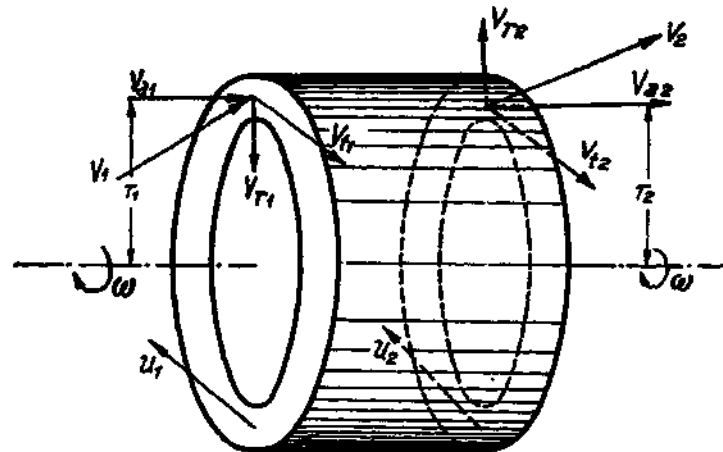


Fig. 3-VI.—Esquema de una máquina rotatoria (compresor o turbina).

- a) La máquina y la corriente flúida son simétricas respecto al eje de giro.
- b) No hay variación radial de las magnitudes que caracterizan el movimiento del fluido, o bien se admite que pueden aplicarse todos los cálculos a sus valores medios correspondientes al también diámetro medio de la máquina.
- c) Se desprecian las pérdidas de calor por las paredes, suponiendo el sistema térmicamente aislado.
- d) Se supone el movimiento estacionario o, al menos, estacionario en sus valores medios.

e) Se admite que el gasto en peso de gas es constante a todo lo largo de la máquina, despreciando, si las hubiese, las pérdidas intersticiales de fluido entre las secciones de entrada y salida.

Con estas condiciones que acaban de imponerse pueden ya establecerse en forma muy sencilla las ecuaciones generales del movimiento.

### Ecuación del impulso

De acuerdo con las hipótesis a) y b), el movimiento será unidimensional. En cada punto la velocidad absoluta del gas  $V$  tendrá tres componentes: axial, tangencial y radial, que denominaremos  $V_a$ ,  $V_t$  y  $V_r$ , respectivamente (figs. 3-VI y 4-VI). Las secciones de entra-

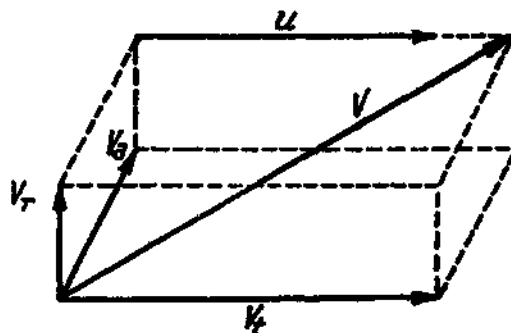


Fig. 4-VI.—Descomposición de la velocidad absoluta  $V$  en sus tres componentes: axial, tangencial y radial.

da y salida se distinguirán con los subíndices 1 y 2, denominándose  $u_1$  y  $u_2$  a las velocidades periféricas de giro del rotor en los diámetros medios de dichas secciones.

Aunque plantearemos las ecuaciones en forma general, en la práctica no consideraremos más que los casos siguientes:

$$\begin{aligned} V_{r,1} &= 0 & V_{a,2} &= 0 \text{ (compresor radial o centrífugo),} \\ V_{r,2} &= 0 & V_{a,1} &= 0 \text{ (compresor y turbina axiales).} \end{aligned}$$

Por ahora, la ecuación del impulso no interesará establecerla más que en su expresión como momento de la cantidad de movimiento respecto al eje de giro.

Suponiendo que la máquina es cerrada, o sea, que el gas no ex-

perimenta otras acciones entre las secciones 1 y 2 que las producidas por las paredes móviles del rotor, el momento de las fuerzas exteriores respecto al eje de giro será precisamente el par motor de la máquina, ya que las presiones en las secciones 1 y 2 actúan según dicho eje, no produciendo momento alguno.

La variación del momento de la cantidad de movimiento del gas entre las secciones de entrada y salida vendrá dado por:

$$\frac{d}{dt} \mathfrak{M}_v = \frac{G}{g} (V_2 r_2 - V_1 r_1),$$

siendo  $G$  el gasto en peso de gas y  $r_1$  y  $r_2$  los radios medios de las secciones de entrada y salida. De acuerdo con lo mencionado, esta expresión será igual al par motor de la máquina, que en el caso de un compresor es ejercido contra el aire. Resultará, pues:

$$\mathfrak{P}_m = \frac{G}{g} (V_2 r_2 - V_1 r_1).$$

Multiplicando ambos miembros por la velocidad angular, se obtiene, finalmente, como expresión de la potencia comunicada al aire por el árbol motor:

$$P = \frac{G}{g} (V_2 u_2 - V_1 u_1). \quad [2\text{-VI}]$$

En el caso de una turbina, el par motor es ejercido por el gas contra el rotor, resultando:

$$P = \frac{G}{g} (V_1 u_1 - V_2 u_2), \quad [3\text{-VI}]$$

expresión en la que, generalmente, puede tomarse  $u_1 = u_2$ , aunque aquí seguiremos distinguiendo ambas velocidades periféricas para uniformar la notación.

El trabajo comunicado o cedido por el gas por kilogramo/segundo de aire, que se ha denominado a veces trabajo periférico en la técnica de las turbinas de vapor, se obtiene de las expresiones anteriores dividiendo por el gasto. Resulta:

$$\mathfrak{A}_p = \frac{1}{g} (V_2 u_2 - V_1 u_1) \quad (\text{compresores}); \quad [4\text{-IV}]$$

$$\mathfrak{A}_p = \frac{1}{g} (V_1 u_1 - V_2 u_2) \quad (\text{turbinas}). \quad [5\text{-VI}]$$

En el caso de que la máquina sea «abierta», como acontece normalmente para los rotores de los compresores centrífugos, el gas roza durante su paso a través de los canales del rotor con la pared fija de la cubierta del mismo. Esto produce una nueva fuerza exterior que da lugar a un momento apreciable sobre el eje de giro, lo que se traduce en que la potencia absorbida por la máquina es superior al valor del segundo término, ya que una parte de ella se invierte en vencer dicha resistencia de rozamiento del aire.

Este factor es despreciable en las turbinas y compresores axiales, pero se tendrá en cuenta en el cálculo de los compresores centrífugos, dando lugar a un mayor incremento de la temperatura del aire en el rotor.

Obsérvese que tal como se han establecido las ecuaciones [2-VI] y [3-VI], se consideran positivas las velocidades tangenciales cuando tienen igual sentido que sus correspondientes velocidades periféricas.

### Ecuación de conservación de la energía

Ya se estableció esta ecuación en el capítulo II para el caso de una vena de gas, supuesta térmicamente aislada y en la que se extraía o comunicaba trabajo exterior. En ausencia de campos de fuerzas y aplicada a nuestro caso, resulta:

$$\frac{P}{G} = \mathfrak{C}_p = J (H_2 - H_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad (\text{compresores}); \quad [6\text{-VI}]$$

$$J (H_1 - H_2) = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \mathfrak{C}_p \quad (\text{turbinas}). \quad [7\text{-VI}]$$

Denominando  $w_1$  y  $w_2$  a las velocidades relativas de entrada y salida del gas en el rotor de la máquina, obtenidas restando vectorialmente de las velocidades absolutas  $V_1$  y  $V_2$  las velocidades periféricas  $u_1$  y  $u_2$  (fig. 5-VI), se obtiene:

$$2 V_{1r} u_1 = V_1^2 + u_1^2 - w_1^2,$$

$$2 V_{2r} u_2 = V_2^2 + u_2^2 - w_2^2,$$

y sustituyendo en [4-VI] y [5-VI], resulta:

$$\mathfrak{T}_p = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (\text{compresores}), \quad [8-VI]$$

$$\mathfrak{T}_p = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} \quad (\text{turbinas}). \quad [9-VI]$$

Comparando con [6-VI] y [7-VI], se obtiene:

$$J(H_2 - H_1) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (\text{compresores y turbinas}), \quad [10-VI]$$

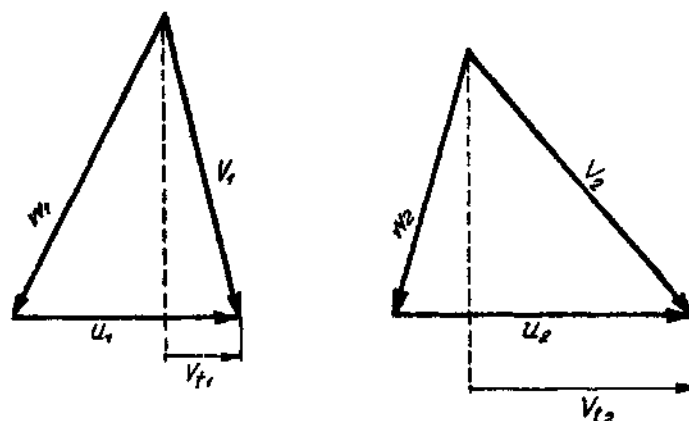


Fig. 5-VI. Triángulos de velocidad de entrada y salida.

que es la ecuación de conservación de la energía referida a ejes relativos, fijos al rotor de la máquina. El término  $(u_2^2 - u_1^2)/2g$ , nulo para los compresores axiales y las turbinas, representa en los compresores centrífugos la diferencia de energía potencial entre la entrada y salida del rotor, pues al tomarse ejes fijos a la máquina giratoria todo pasa como si la vena de gas estuviera sometida a un campo de fuerzas centrífugas. Este caso volverá a tratarse con más detenimiento en el capítulo VIII.

Las máquinas rotatorias se disponen frecuentemente con varios escalones, compuesto cada uno de ellos de su rotor y estator (compresores), o bien de estator y rotor (turbinas). También es frecuente el caso de aplicar la ecuación de conservación de la energía al

escalón completo. Para establecerla en estas condiciones basta considerar que en el órgano fijo se produce exclusivamente una transformación de energía cinética en entalpía o recíprocamente. Distinguiendo con el subíndice 3 a las condiciones de salida en el estator de los compresores, tendremos:

$$\frac{V_2^2 - V_3^2}{2g} = J (H_3 - H_2), \quad [11-VI]$$

resultando de [6-VI]:

$$\mathfrak{P}_p = J (H_3 - H_1) + \frac{V_3^2 - V_1^2}{2g} \quad (\text{compresores}). \quad [12-VI]$$

Análogamente, designando con el subíndice 0 las condiciones iniciales en la directriz de la turbina, se obtendrá:

$$\frac{V_1^2 - V_0^2}{2g} = J (H_0 - H_1) \quad [13-VI]$$

y con [7-VI]:

$$J (H_0 - H_2) = \frac{V_2^2 - V_0^2}{2g} + \mathfrak{P}_p \quad (\text{turbinas}). \quad [14-VI]$$

#### Ecuación de continuidad

Se expresará en la forma general, estableciendo que el gasto en peso es constante. Podrá determinarse para cualquiera de las velocidades: axil, tangencial o radial, considerando la sección de paso del gas en estas tres respectivas direcciones. En particular, si denominamos sección anular de paso al área de la sección transversal medida normalmente a su generatriz media (fig. 6-VI), y velocidad de circulación a la componente de la velocidad según la normal a esta sección, tendremos:

$$\frac{\sigma_a V_c}{v} = \text{cte.}, \quad [15-VI]$$

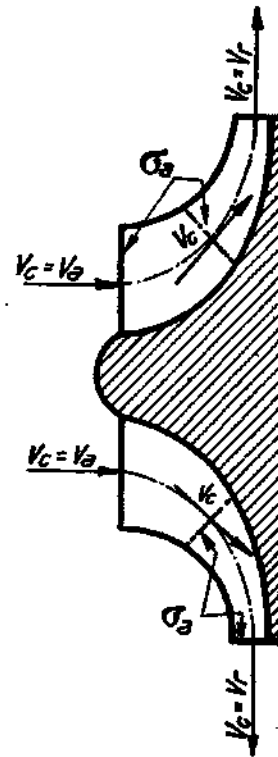


Fig. 6-VI Velocidades de circulación y secciones de paso en el rotor de un compresor centrífugo.



en la que  $v$  es el volumen específico del aire o gas en la sección que se considere.

Para los compresores axiales y turbinas, con gran aproximación puede tomarse como velocidad de circulación la velocidad axial. En los compresores centrífugos también en su sección de entrada la velocidad de circulación es la velocidad axial, mientras que en su sección de salida coincide con la velocidad radial.

Cuando no se aplica la ecuación de continuidad a un elemento (rotor o estator), sino a un conjunto de ellos, hay que tener en cuenta que pueden producirse pérdidas intersticiales entre los órganos fijos y móviles, disminuyendo el gasto de aire o gas que circula por la máquina. En este caso hay que descontar el gas que se pierde, estimándose mediante los procedimientos que se indicaron en el capítulo III cuando se estudiaron el paso de un gas a través de ranuras y los cierres de laberinto.

### **Pérdidas y rendimientos**

De acuerdo con las suposiciones que se admitieron en el cálculo termodinámico de los turborreactores (capítulo IV), también se supondrá en el estudio de los compresores y turbinas que son despreciables las pérdidas de calor por las paredes, justificándose principalmente por las grandes velocidades de circulación de los gases. En estas condiciones, los rozamientos y choques del aire o gas al circular por la máquina, que hacen que el proceso sea irreversible, se tienen en cuenta mediante el rendimiento adiabático de la transformación. Como ya vimos, este rendimiento se define en los compresores por la relación entre el incremento de entalpía teórico necesario para obtener una determinada relación de compresión y el verdadero que se produce en la realidad, siendo inversa la relación en el caso de las turbinas.

Otras clases de pérdidas son las que se producen en los cojinetes de la máquina, con el efecto de un mayor consumo de potencia o de una menor producción de trabajo útil. Estas pérdidas son insignificantes en los compresores y turbinas de los turborreactores, provistos de cojinetes de bolas o rodillos, siendo su rendimiento mecánico superior al 99 %. En estas pérdidas podrían incluirse las debidas a la resistencia al giro que presentan los rotores de los compresores y turbinas al rozar contra el aire exterior que

los rodea. Estas pérdidas, de alguna importancia en las turbinas de vapor de un gran número de escalones, son completamente despreciables en los compresores y turbinas de los motores de reacción.

De otro tipo son las pérdidas intersticiales de gas. Ellas pueden dar lugar a que la máquina trabaje en parte inútilmente, comprimiendo aire que luego no ha de aprovecharse, o bien que parte del gas salga al exterior sin producir trabajo útil (turbinas). Serán tratadas posteriormente cuando se estudien en particular cada uno de estos tipos de máquinas.

Como los compresores y turbinas pueden disponerse a veces con un gran número de escalones, caso éste el normal en los compresores axiales, tiene interés calcular una fórmula que proporcione el rendimiento adiabático de la máquina en función del rendimiento, supuesto igual para todos, de cada uno de sus escalones.

Fijémonos en el caso de un compresor, ya que es éste el más importante para nosotros. Sea  $m = p_N/p_0$  la relación total de compresión de un compresor de  $N$  escalones y  $m_i = p_i/p_{i-1}$  la relación de compresión del escalón  $i$ .

El rendimiento adiabático global del compresor viene dado por:

$$\eta_c = \frac{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_N}{T_0} - 1}, \quad [16-VI]$$

mientras que el de un escalón es igual a:

$$\eta_i = \frac{m_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_i}{T_{i-1}} - 1}. \quad [17-VI]$$

Consideremos el caso en que todos los escalones tienen igual rendimiento  $\eta_i$  e igual relación de compresión. Entonces se verifica:

$$\frac{p_N}{p_0} = m = m_i^N \quad \frac{T_N}{T_0} = \left(1 + \frac{m_i^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_i}\right)^N$$

resultando:

$$\eta_c = \frac{m_s^{\frac{N(\gamma-1)}{\gamma}} - 1}{\left(1 + \frac{m_s^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_s}\right)^N - 1} \quad [18-VI]$$

En esta fórmula se comprueba que a medida que aumenta el número de escalones el rendimiento del compresor disminuye, tendiendo a cero si  $N$  tiende a infinito. Por tanto, siempre que quiera aumentarse la relación de compresión de un compresor aumentando el número de escalones será a costa del rendimiento de la máquina, aunque dichos escalones tengan igual rendimiento que los anteriores.

Supongamos ahora que la relación de compresión de la máquina sea constante. La fórmula [18-VI] podemos escribirla en la forma:

$$\eta_c = \frac{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(1 + \frac{m^{\frac{\gamma-1}{N\gamma}} - 1}{\eta_s}\right)^N - 1} \quad [19-VI]$$

Puede apreciarse en esta fórmula que al aumentar el número de escalones disminuye  $\eta_c$ , y cuando  $N$  tiende a infinito su límite es igual a:

$$(\eta_c)_{\min} = \lim_{N \rightarrow \infty} \eta_c = \frac{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{m^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} \quad [20-VI]$$

De aquí se deduce la conclusión, que ya podía preverse, que es conveniente conseguir una determinada relación de compresión con el menor número posible de escalones.

En la figura 7-VI están trazadas las curvas del rendimiento global del compresor en función del número de escalones, para diversos valores de los rendimientos parciales y relaciones de compresión. Puede verse cómo al principio disminuye rápidamente el rendimiento del compresor, pero que a partir de un número de escalones del orden de 8 las curvas son muy tendidas, siendo

muy pequeña la disminución del rendimiento. También puede observarse que cuando los rendimientos  $\eta_a$  son elevados, el rendimiento del compresor apenas si disminuye con el número de escalones. Esta es una ventaja de los compresores axiales en los que forzosamente hay que utilizar gran número de escalones, pues en ellos sus rendimientos parciales son del orden de 0,90, siendo poco inferior a este valor el rendimiento total del compresor.

Conviene advertir que los cálculos anteriores no sirven más que

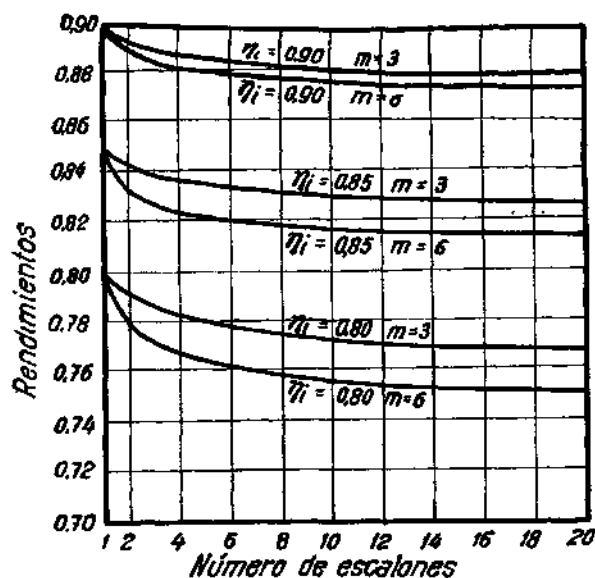


Fig. 7-VI.—Variación del rendimiento de un compresor en función del número de escalones para diferentes valores de la relación total de compresión y del rendimiento adiabático de cada escalón. (Ref. 18, cap. VII.)

para dar una idea aproximada de lo que acontece en la realidad, pues no es muy frecuente que todos los escalones sean de igual rendimiento y menos aún que en todos sea igual su relación de compresión.

En los motores de reacción no es frecuente que se utilicen turbinas de más de dos escalones. No obstante, si se desea, es fácil aplicar a ellas lo que se ha expuesto para los compresores, bastando tener en cuenta que en las fórmulas [16-VI] y [17-VI] hay que invertir los términos y que se obtienen, por tanto, conclusiones inversas a las que se establecieron. En particular, en una turbina de dos o más escalones es mayor su rendimiento adiabático global que

el rendimiento parcial de cada uno de ellos. No obstante, de aquí no puede eslabecerse la conclusión de que sea conveniente, desde el punto de vista del rendimiento, utilizar el mayor número posible de escalones para aprovechar la energía de expansión de un gas, sino que la interpretación correcta es que el rendimiento de cada escalón va siendo menor a medida que se reduce la energía destinada a transformarse en el mismo.

#### BIBLIOGRAFIA

La bibliografía de este capítulo se incluye en la de los tres capítulos siguientes.

## CAPITULO VII

### COMPRESORES AXILES

#### **Antecedentes**

Es bastante antigua la idea de utilizar el proceso inverso del funcionamiento de una turbina de reacción para comprimir aire. En el año 1847 el francés Burdin bosquejó un proyecto de compresor axil, y Tournaire, completando los trabajos anteriores, presentó en la Academia de Ciencias francesa un estudio sobre estos compresores. En Inglaterra, Parsons proyectó su primer compresor axil en el año 1884, desarrollando la Sociedad Parsons Co. más de treinta modelos hasta el año 1908.

En todos estos primeros ensayos se obtuvieron muy malos resultados debido al desconocimiento que existía de las teorías en que se basa el funcionamiento de los compresores axiles. Se empleaban unos escalonamientos análogos a los de las turbinas de reacción de vapor con unos grados de compresión completamente inadecuados, por todo lo cual los rendimientos que se conseguían eran tan bajos que resultaban inaceptables.

Desde el punto de vista aerodinámico es mucho más fácil proyectar correctamente una turbina que un compresor. Esto se debe a que la expansión de un gas siempre es estable, mientras que en una compresión, al existir un gradiente de presión contrario a la marcha general del fluido, con efecto perjudicial máximo en la capa límite, puede dar lugar a que se produzcan fenómenos de inestabilidad. Esto obliga a que este último proceso haya que efectuarlo mucho más gradualmente, pero, no obstante, en todos los compresores se presenta el fenómeno de inestabilidad y cambio de sentido de la corriente de los gases cuando se supera un gradiente de presión límite, que viene fijado por el tipo de compresor y condiciones de funcionamiento. Además, el diseño de un compresor axil ha de

ser muy cuidadoso. Es de gran importancia la elección de perfiles y forma de los álabes; los cambios de sección han de efectuarse muy gradualmente para que la corriente no se desprenda de las paredes, y ha de evitarse el que se sobrepasen ciertos valores de los números de Mach. En cambio, en una expansión el gas se adapta con mucha mayor facilidad a las paredes, pueden utilizarse sin inconveniente valores más elevados de los números de Mach y tiene mucha menos importancia la forma de los álabes. Basta considerar que un compresor axial funcionando como turbina puede proporcionar fácilmente rendimientos del orden de 0,70, mientras que pretender conseguir el caso inverso sería por completo inadmisibile.

Los progresos de este tipo de máquinas no comenzaron hasta

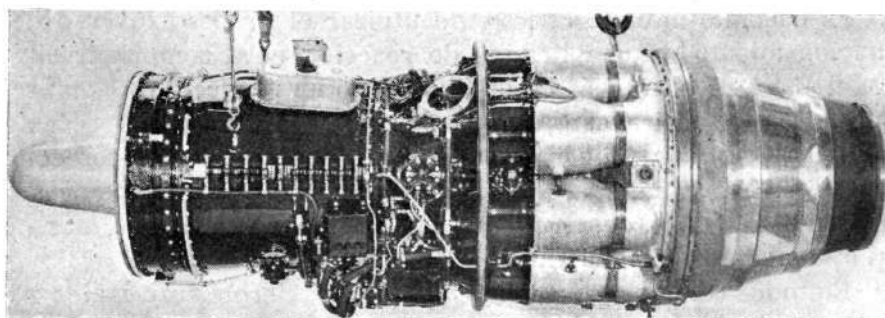


Fig. 1-VII. — El Rolls-Royce «Avon», uno de los más potentes turboreactores construidos en la actualidad, provisto de un compresor axial de doce escalones.

pasado el año 1926, cuando el Dr. A. A. Griffith dió a conocer su teoría aerodinámica sobre perfiles de compresores y turbinas. En colaboración con el Ministerio del Aire inglés y con el Aeronautical Research Committee, se construyó una unidad experimental formada por una turbina y un compresor axial de un solo escalonamiento, obteniéndose muy buenas características en los ensayos efectuados. No obstante, la aplicación efectiva de este tipo de compresores a los turboreactores y turbohélices no comenzó en Inglaterra hasta el año 1936.

En los Estados Unidos la casa Westinghouse experimentó y construyó diversos tipos de compresores a partir del año 1906, pero hasta 1928 no se consiguió una unidad de buen rendimiento, que fué destinada al tiro forzado de los ventiladores de los barcos de guerra.

En esta breve reseña histórica de los compresores axiles también deben mencionarse los trabajos efectuados en Suiza y Alemania. La primera de estas naciones ha sido, y es en la actualidad, una de las más acreditadas en proyectos y construcción de compresores y turbinas, mientras que a la segunda corresponde la primacía en la puesta en vuelo de un avión equipado con un turborreactor de compresor axil (Jumo 004, año 1941).

Las teorías sobre el funcionamiento y diseño de los compresores axiles, aunque bastante desarrolladas, puede decirse que en la actualidad están todavía en un período formativo. Personalidades de reconocida solvencia en el campo de la Aerodinámica y en la

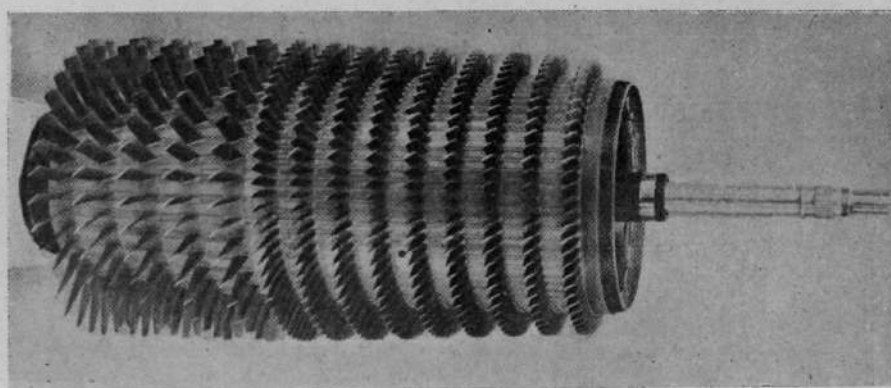


Fig. 2-VII. — Rotor del compresor axil de catorce escalones del turbohélice Armstrong Siddeley «Python».

técnica de los compresores y turbinas se han ocupado en la resolución de los complicados problemas teóricos y prácticos que presenta el diseño correcto de este tipo de máquinas.

No obstante, todavía no existe en la actualidad un cuerpo de doctrina sólidamente establecido y con abundancia de datos experimentales por el que pueda guiarse con absoluta confianza el proyectista de este tipo de máquinas. Aunque, naturalmente, con gran número de puntos de contacto, existen discrepancias en las teorías que se aplican, notándose especialmente en las fórmulas y datos empíricos que forzosamente hay que utilizar.

El compresor axil presenta en nuestros días cada vez mayor interés. Su reducida sección frontal y elevado rendimiento lo hacen perfectamente idóneo para su utilización en turborreactores y tur-



bohélices, notándose cada vez mayor tendencia a la sustitución del compresor centrífugo por él. Sus mayores inconvenientes estriban en el pequeño grado de compresión que se consigue por escalonamiento, lo que obliga a que haya necesidad de un gran número de ellos para conseguir una relación de compresión del orden de la que se obtendría en uno centrífugo de potencia análoga, y a que son

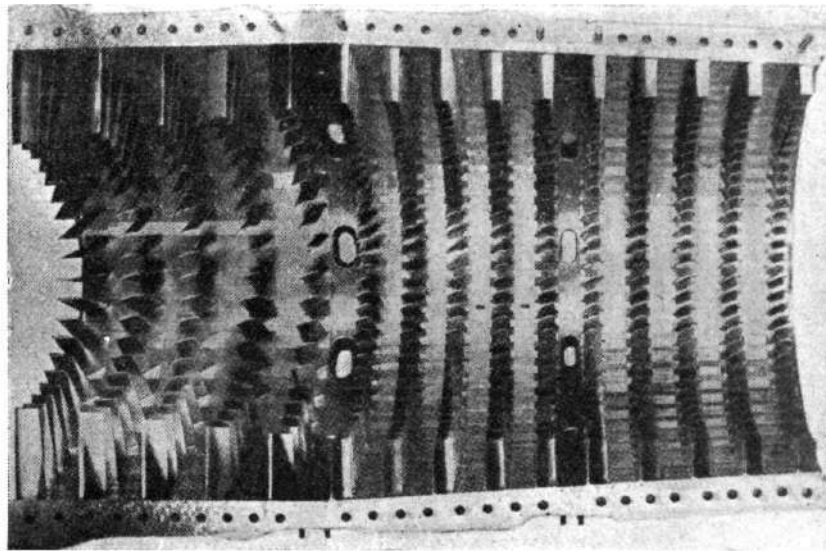


Fig. 3-VII. Cáster y estator del compresor mostrado en la figura anterior.

más costosos y difíciles de construir y proyectar. A fin de evitar el primer inconveniente que acabamos de citar, gran parte de los estudios e investigaciones se orientan en el sentido de ir forzando cada vez más los números de Mach de funcionamiento, con objeto de obtener mayor salto de temperatura o presión. Incluso se ha llegado a estudiar el problema de diseñar compresores aptos para funcionar con velocidades de circulación supersónicas (ref. 8), aunque esto sólo podría conseguirse a costa del rendimiento.

### NOTACIÓN DEL CAPÍTULO

$P$  = potencia, Kgm/seg. o CV.

$G$  = gasto en peso de aire, Kg/seg.

$\mathfrak{A}_p = P/G$ , trabajo periférico.

$n$  = régimen r. p. m.

$\omega$  = velocidad angular,  $\text{seg}^{-1}$ .

$D$  = diámetro, m. o cm.

$r$  = radio, m. o cm.

$\sigma$  = área,  $\text{m}^2$  o  $\text{cm}^2$ .

$F$  = fuerza, Kg.

$f$  = esfuerzo,  $\text{Kg}/\text{m}^2$  o  $\text{Kg}/\text{mm}^2$ .

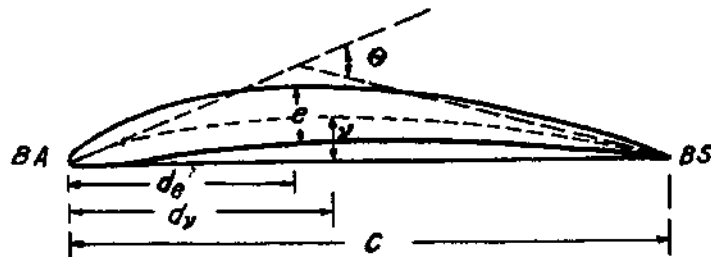


Fig. 4-VII.—Notación de un perfil.

$I$  = momento de inercia,  $\text{m}^4$  o  $\text{Kg.m.seg}^2$ .

$c$  = cuerda del perfil (fig. 4-VII).

$e$  = espesor máximo.

$v$  = curvatura máxima.

$r_v$  = radio de curvatura.

$d_e$  = distancia al punto de espesor máximo.

$d_v$  = distancia al punto de curvatura máxima.

$\theta$  = ángulo de curvatura del perfil.

$L$  = sustentación.

$D$  = resistencia.

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c v_m^2}, \text{ coeficiente de sustentación.}$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho c v_m^2}, \text{ coeficiente de resistencia.}$$

$r, s$  = subíndices que denotarán rotor y estator.

$e$  = subíndice que denotará escalón.

1, 2, 3, 4 = subíndices que denotarán entrada y salida en el rotor y estator (fig. 5-VII).

0 = subíndice que denotará salida del estator anterior al escalón que se está considerando.

c = subíndice que denotará sección central de la altura de los álabes.

m = subíndice que denotará valor medio.

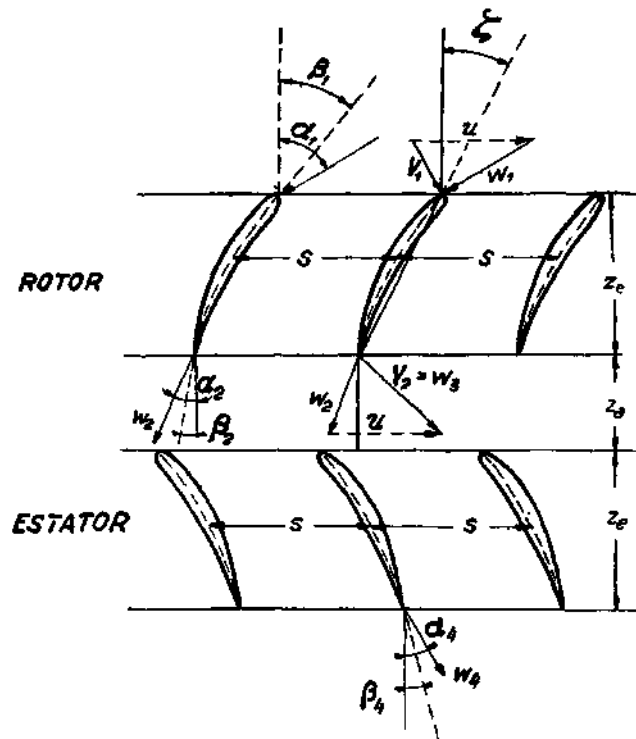


Fig. 5-VII.—Notación de un escalón.

$V$  = velocidades absolutas de entrada o salida en el rotor, m/seg.

$w$  = velocidades referidas a ejes ligados al rotor o estator.

$u$  = velocidad periférica.

$V_a$  = velocidad axial.

$\beta$  = ángulos de entrada y salida de los perfiles, medidos entre la normal al plano de giro y la tangente a la línea de curvatura media del perfil.

- $\alpha$  = ángulos de entrada y salida de las velocidades relativas  $w$ .  
 $\varphi$  = ángulos de entrada y salida de las velocidades absolutas  $V$ .  
 $\psi$  = ángulos que forma la cuerda con las tangentes a la línea de curvatura media del perfil.  
 $z$  = ángulo de situación.  
 $i = \alpha_1 - \beta_1$ , incidencia.  
 $\delta = \alpha_2 - \beta_2$ , desviación.  
 $\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2$ , deflexión.  
 $\varepsilon_n$  = deflexión nominal.  
 $s$  = separación o paso entre álabes.  
 $z_e$  = espesor o anchura del escalón, medida normalmente al plano de giro.  
 $z_a$  = distancia entre escalones, o juego axil.  
 $z_r$  = distancia entre el borde superior de los álabes y el cárter, o juego radial.  
 $N$  = número de álabes en cada semiescalón (rotor o estator).  
 $h$  = altura de los álabes.  
 $K$  = grado de reacción.  
 $\Delta T_e$  = incremento de temperatura en el escalón.  
 $\Delta T$  = incremento de temperatura en el semiescalón (rotor o estator).  
 $\Delta p_e, \Delta p$  = ídem íd. para los incrementos de presión.  
 $\Delta T_{et}, \Delta T_t, \Delta p_{et}, \Delta p_t$  = incrementos teóricos de temperatura y presión en el escalón y en el semiescalón.  
 $\pi_p$  = pérdidas de presión en cada semiescalón.  
 $\eta_{ae}$  = rendimiento adiabático del escalón.  
 $\xi$  = coeficiente de pérdidas por efectos tridimensionales.  
 $\Psi$  = coeficiente de flujo.  
 $\Phi_T$  = coeficiente de temperatura o coeficiente de trabajo.  
 $\Phi_{up}, \Phi_{wp}, \Phi_{vpt}$  = coeficientes de presión.  
 $\Pi_p$  = coeficiente de pérdidas de presión.  
 $N_{ML}$  = número de Mach límite.  
 $N_{MC}$  = número de Mach crítico.  
 $\sigma_m$  = sección mínima de paso.  
 $N_R$  = número de Reynolds.

- $\rho$  = densidad del aire (se considerará en algunos cálculos como la densidad media en un escalón).  
 $\rho_M$  = densidad del material de los álabes.  
 $M$  = momentos flectores.  
 $\Lambda$  = ángulo formado por el eje principal de inercia mínima con la dirección tangencial.  
 $\varphi_c, \varphi_a, \varphi'_a$  = coeficientes de distribución de cargas.  
 $\lambda$  = relación de disminución del área de la sección transversal del álabe.  
 $C_K$  = coeficiente de compensación de momentos.

#### ECUACIONES Y CONCEPTOS GENERALES

##### Teorías utilizadas en el estudio de los compresores axiales

Tres clases de teorías se utilizan en el estudio aerodinámico de estos compresores basadas en los siguientes conceptos: teorías aerodinámicas sobre perfiles aislados, teorías de perfiles en hilera y teorías aerodinámicas de la corriente de aire a través de conductos.

Cuando los álabes están muy separados, o sea, cuando la relación paso/cuerda es grande, pueden utilizarse en el estudio de los compresores los datos obtenidos en la teoría de perfiles aislados, puesto que la interferencia mutua de los álabes no es de mucha consideración. En cambio, cuando los álabes se disponen muy próximos entre sí, no sirven los datos aerodinámicos sobre sus perfiles, pudiendo calcularse simplemente como conductos o canales por los que circula el aire.

Con álabes separados las pérdidas friccionales son pequeñas, pero el guiado de la corriente es deficiente y no se obtienen más que pequeños aumentos de presión por escalón. Por el contrario, cuando los álabes se disponen muy próximos pueden conseguirse grandes valores de la relación de compresión en cada escalón, puesto que el perfecto guiado impide el desprendimiento de la corriente; pero este efecto se consigue a costa del rendimiento por aumentar considerablemente las pérdidas friccionales.

Por estas razones, en los compresores axiales de los turborreactores se disponen los álabes con una separación que, generalmente, corresponde a un caso intermedio entre los que acaban de citarse. Los valores de la relación paso/cuerda están comprendidos entre 0,5

y 1,5, y en estas condiciones no son aplicables los datos y teorías de los perfiles aislados ni las de los conductos. Es necesario utilizar la teoría correspondiente a perfiles en hilera y valerse de los datos experimentales obtenidos mediante ensayos en túneles aerodinámicos o túneles en «cascada», en los que se investiga el comportamiento de las hileras de álabes.

Aquí seguiremos en líneas generales el método de Howell (ref. 2), que es una teoría mixta entre los cálculos aerodinámicos sobre perfiles aislados y sobre conducciones. Se admitirá un guiado bastante perfecto de la corriente, deduciendo el coeficiente de sustentación en función de la deflexión producida en ella, y determinando el coeficiente de resistencia mediante datos experimentales.

Para algunos tipos de cálculos se admitirá que el aire se comporta como un fluido incompresible, tomando para ello una densidad media en cada escalón. En cambio, en todas las cuestiones en las que intervengan cambios de entalpía y consideraciones energéticas, así como en la determinación de la variación de propiedades del aire a lo largo del compresor, se aplicarán las leyes correspondientes de los fluidos compresibles.

Finalmente, indicaremos que primeramente se estudiará la corriente supuesta bidimensional y después se analizará la variación radial de las diversas magnitudes que la caracterizan.

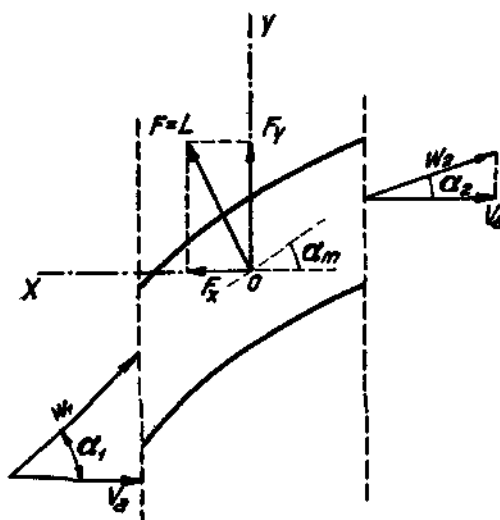


Fig. 6-VII.—Fuerzas ejercidas por el aire contra los álabes.

### Sustentación y resistencia

Consideremos la conducción entre dos álabes representada esquemáticamente en la figura 6-VII. Al formar parte estos dos álabes de una hilera, a la que puede equipararse el rotor de un com-

presor axil, la suma de las fuerzas ejercidas por el aire contra las caras de los dos álabes que limitan el canal de paso entre ellos, será igual a la fuerza total ejercida por dicha corriente sobre un solo álabe.

Por ahora admitiremos que la corriente es bidimensional, refiriendo todas las magnitudes a sus valores correspondientes al diámetro medio del compresor o puntos medios de la altura de los álabes. Supondremos también que las velocidades  $w_1$  y  $w_2$  de entrada y salida son valores medios en sus respectivas secciones.

Sean  $F_x$  y  $F_y$  las fuerzas por unidad de altura ejercidas por el aire contra los álabes. Despreciando las fuerzas exteriores producidas por el rozamiento del aire contra los anillos de cierre, superior e inferior, el teorema del impulso proporciona las dos siguientes expresiones:

$$F_x = (p_2 - p_1) s - s \rho_1 w_1 \cos \alpha_1 (w_1 \cos \alpha_1 - w_2 \cos \alpha_2)$$

$$F_y = s \rho_1 w_1 \cos \alpha_1 (w_1 \sin \alpha_1 - w_2 \sin \alpha_2),$$

y en función de las velocidades axiales:

$$V_{a_1} = w_1 \cos \alpha_1; \quad V_{a_2} = w_2 \cos \alpha_2$$

se obtiene:

$$F_x = (p_2 - p_1) s - s \rho_1 V_{a_1} (V_{a_1} - V_{a_2}),$$

$$F_y = s \rho_1 V_{a_1} (V_{a_1} \tan \alpha_1 - V_{a_2} \tan \alpha_2).$$

La velocidad axil viene dada por la ecuación de continuidad:

$$\frac{G}{g} \rho V_a \sigma_a = \text{cte.}, \quad [1\text{-VII}]$$

pero como las variaciones de presión son pequeñas en cada escalón, puede admitirse un valor medio  $\rho$  de la densidad en él, resultando:

$$V_{a_1} = V_{a_2} = V_a = \text{cte.}$$

Se obtiene, pues, para  $F_x$  y  $F_y$ :

$$F_x = (p_2 - p_1) s, \quad [2\text{-VII}]$$

$$F_y = s \rho V_a^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2). \quad [3\text{-VII}]$$

Si se considera el caso de un fluido ideal desprovisto de rozamiento puede utilizarse la ecuación de Bernoulli en su forma más simplificada, obteniéndose:

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho V_a^2 (\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2).$$

En este caso el ángulo que forma la resultante  $F$  con la dirección axial del movimiento viene dada por la expresión:

$$\tan \alpha_m = \frac{F_x}{F_y} = \frac{1}{2} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2), \quad [4-VII]$$

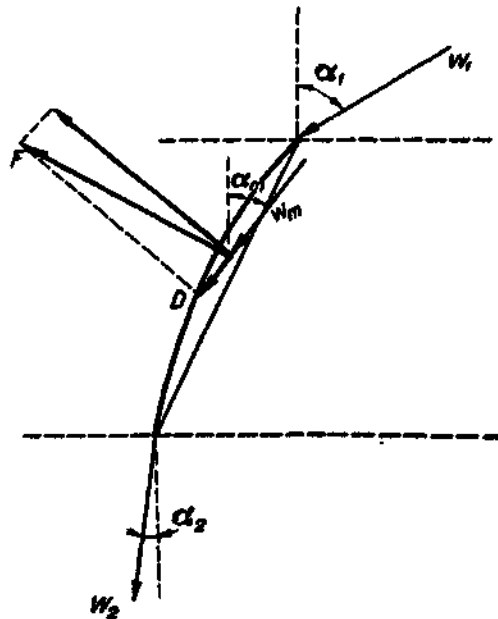


Fig. 7-VII.—Direcciones de la sustentación y resistencia.

denominándose sustentación a esta resultante, perpendicular al vector velocidad media  $w_m$ .

En el caso general de fluido compresible y en presencia de fuerzas tangenciales de fricción se modifica esta resultante en magnitud y dirección, siguiéndose denominando sustentación a la proyección de dicha fuerza en dirección perpendicular a  $w_m$ , mientras que la componente que aparece según dicho vector es la resistencia  $D$  (fig. 7-VII).



**Ecuaciones generales**

Teniendo en cuenta que  $u_1 = u_2 = u$ , y con  $V_a = \text{cte.}$ , la ecuación [4-VI] del capítulo anterior se expresa en la forma (fig. 8-VII):

$$\mathfrak{T}_p = \frac{u}{g} (V_2 \sin \varphi_2 - V_1 \sin \varphi_1) = \frac{u V_a}{g} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2). \quad [5-VII]$$

Como es natural, esta expresión podría también haberse deducido en función de la fuerza  $F_y$ , ya que la potencia tomada del árbol por el rotor es igual a:

$$P = F_y h u N, \quad [6-VII]$$

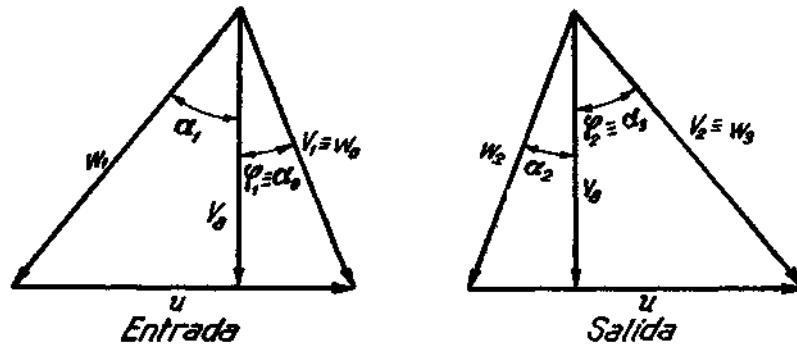


Fig. 8-VII.—Triángulos de velocidades.

en la que  $h$  es la altura y  $N$  el número de álabes. Sustituyendo el valor de  $F_y$  dado por [3-VII], y teniendo en cuenta que:

$$\text{sh } N = \sigma_a,$$

$$\frac{G}{g} = \rho \sigma_a V_a,$$

resulta:

$$P = \frac{G}{g} u V_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2), \quad [7-VII]$$

en la que dividiendo por el gasto se obtiene la expresión [5-VII] del trabajo periférico.

La ecuación [8-VI] se convierte en nuestro caso:

$$\mathfrak{C}_p = -\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}, \quad [8-VII]$$

y la [10-VI] en:

$$J(H_2 - H_1) = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}, \quad [9-VII]$$

o bien:

$$\mathfrak{C}_p = -\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + J(H_2 - H_1) \quad [10-VII]$$

El salto total de entalpía en el escalón vendrá dado por:

$$J(H_1 - H_1) = J(H_4 - H_3) + J(H_2 - H_1),$$

y con:

$$J(H_1 - H_3) = \frac{w_3^2 - w_1^2}{2g}$$

se obtiene:

$$J(H_1 - H_1) = \mathfrak{C}_p + \frac{V_1^2 - w_1^2}{2g}. \quad [11-VII]$$

En el caso más usual es  $\alpha_1 = \alpha_0$ ,  $w_1 = V_1$ ; es decir, que el aire sale del estator con la misma velocidad con que entró en el rotor. En este caso resulta:

$$J(H_1 - H_1) = \mathfrak{C}_p. \quad [12-VII]$$

Por tanto, el incremento de temperatura en el escalón vendrá dado por la expresión:

$$\Delta T_c = \frac{u V_u}{g J c_p} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2), \quad [13-VII]$$

fórmula que puede aplicarse a todos los casos ( $w_1 \neq V_1$ ), considerando que se refiere al incremento de temperaturas totales en el escalón.

Como puede observarse, el compresor funciona aumentando las velocidades absolutas entre la entrada y salida de cada rotor. En cambio, las velocidades relativas decrecen, actuando el compresor respecto a ellas como un difusor, ya que las secciones de salida

son mayores que las de entrada. Se relacionan aproximadamente con la expresión:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} . \quad [14-VII]$$

### Grado de reacción. Tipos de compresores

El grado de reacción en cada escalón se expresa por la relación entre el incremento de entalpía en el rotor y el incremento total, o sea:

$$K = \frac{\Delta H_r}{\Delta H_r + \Delta H_s} = \frac{\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}}{u_r + \frac{V_1^2 - w_4^2}{2g}} = \frac{V_a^2 (\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2)}{2u V_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) + V_1^2 - w_4^2}$$

Si  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , puede dividirse por  $V_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)$ , resultando:

$$K = \frac{V_a (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)}{2u + \frac{V_1^2 - w_4^2}{V_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)}} \quad [15-VII]$$

En el caso frecuente, de ser  $\alpha_1 = \alpha_0$ , es  $V_1 = w_1$ , quedando:

$$K = \frac{V_a}{2u} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) = \frac{V_a}{u} \tan \alpha_m. \quad [16-VII]$$

Algunas veces se define el grado de reacción como la relación entre el incremento de entalpía en el rotor y el incremento total de entalpía, pero referido este último valor a las temperaturas de remanso, antes y después del escalón. En este caso la fórmula [16-VII] sigue siendo aplicable aunque no sean iguales las velocidades  $V_1$  y  $w_4$ . De todas maneras, aun con la definición usual del grado de reacción, puede aceptarse como válida dicha fórmula siempre que  $\alpha_0$  y  $\alpha_4$  no sean muy diferentes, pues en estas condiciones el término  $(V_1^2 - w_4^2)/V_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)$  es de muy escasa consideración.

En el caso general, el grado de reacción puede expresarse también en la forma siguiente:

$$K = \frac{w_1^2 - w_2^2}{w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2} = \frac{\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2}{\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2 + \tan^2 \alpha_3 - \tan^2 \alpha_4} . \quad [17-VII]$$

En esta última fórmula se comprueba inmediatamente que el compresor sería de acción ( $K = 0$ ) si  $\alpha_1 = \alpha_2$ , y de 100 % de reacción ( $K = 1$ ), si  $\alpha_3 = \alpha_4$ .

En la práctica, los únicos compresores que se han utilizado han sido los de un grado de reacción superior al 50 %.

Los compresores con un grado de reacción igual al 50 % se rea-

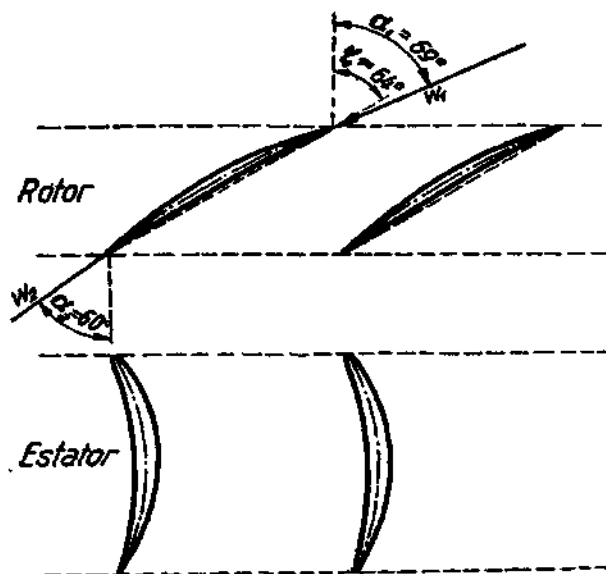


Fig. 9-VII.—Escalón de 100 % de reacción,  $s/c = 1$ ,  $\alpha_1 = 60^\circ$ ,  $\zeta \approx 64^\circ$ ,  
 $\alpha_1 - \alpha_3 = 9^\circ$ ,  $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_3 = 0,873$ .

lizan mediante una disposición simétrica de los álabes de los rotores y estatores, verificándose la condición:

$$\alpha_0 = \alpha_2 = \alpha_1,$$

cumpliéndose también las igualdades:

$$\alpha_1 = \alpha_3; \quad w_1 = w_3; \quad w_0 = w_2.$$

Al ser  $\alpha_1 = \alpha_3$ , se obtiene:

$$u = V_a (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2), \quad [18-VII]$$

relación que se utiliza con la mayor frecuencia en el cálculo de esta clase de compresores.

A primera vista pudiera parecer que los compresores con grado de reacción superior al 50 % serían los que proporcionasen mejores características, lográndose con ellos un mayor incremento de temperatura o presión por escalón. En efecto, un compresor de 100 % de reacción tendría sus álabes dispuestos como se indica en la figura 9-VII, situados los de su rotor en una posición muy inclinada respecto a la dirección axial del movimiento, con ángulos de

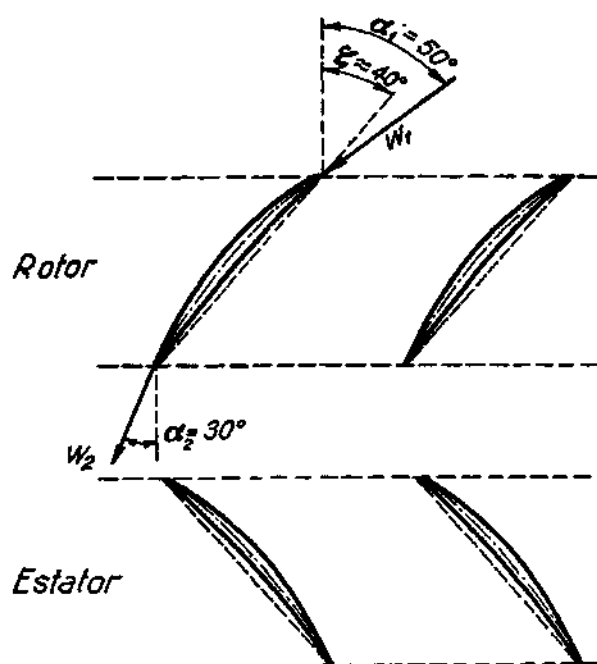


Fig. 10-VII.—Escalón de 50 % de reacción.  $s/c=1$ ,  $\alpha_2=30^\circ$ ,  $\zeta \approx 40^\circ$ ,  
 $\alpha_1 - \alpha_2 = 20^\circ$ ,  $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2 = 0,615$ .

situación del orden de los 60 ó 70°. En cambio, en un escalón de 50 % de reacción los ángulos de situación son mucho más reducidos, no sobrepasando de unos 35 ó 40° como máximo (fig. 10-VII). Como veremos más adelante, cuando el ángulo de situación es elevado, lo que se traduce en un mayor ángulo de salida  $\alpha_2$ , es preciso fijar valores más pequeños para la deflexión  $\alpha_1 - \alpha_2$ , pero como las tangentes varían rápidamente cuando se sobrepasan los 50 ó 60°, resulta que el valor del término  $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2$  es mayor en los compresores de 100 % de reacción que en los de 50 %. Según esto,

parece ser que a igualdad de velocidades periféricas y axiles se obtendría mayor incremento de temperatura en dichos compresores (fórmula [13-VII]). No obstante, esta ventaja no es más que ilusoria, pues hay que considerar que todas las características de los compresores vienen limitadas por el número de Mach máximo con que puede funcionar. Si las velocidades axiles fuesen iguales, resultarían mucho mayores velocidades relativas en los rotores de un compresor de 100 % de reacción que en uno de 50 %, lo que obliga en la práctica a funcionar en ellos con velocidades axiles notablemente más reducidas.

De lo anteriormente expuesto resulta que contra los 20 ó 21° de incremento de temperatura que pueden fácilmente lograrse en un escalón simétrico de 50 % de reacción, no se puede esperar sobrepasar mucho más de los 12° en un escalón de 100 % de reacción. Ciertamente que podría forzarse algo este último valor, pero sería a costa del rendimiento.

Las únicas ventajas que presentan los compresores de 100 % de reacción consisten en su mayor facilidad constructiva, debido a la escasa curvatura de los álabes móviles y a la inexistencia de pérdidas intersticiales en los estatores al circular en ellos el aire a presión constante. Estas parecen ser las razones que motivaron su utilización en los compresores alemanes del Jumo-004 y BMW-003.

En la actualidad están prácticamente abandonados, tendiéndose en la generalidad de los casos a la utilización de los escalones simétricos de 50 % de reacción. Por esta razón, de aquí en adelante nos referiremos casi exclusivamente a este tipo de compresores.

Para evitar confusiones conviene indicar que en muchas publicaciones inglesas se denominan «impulse blades» o álabes de acción a los de 100 % de reacción. Ello se debe a la equivalencia aerodinámica que existe entre el rotor y el estator, resultando prácticamente análogos desde el punto de vista aerodinámico un escalón de acción que uno de 100 % de reacción.

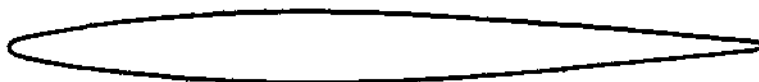
Por último, es de interés destacar que la simetría entre los álabes del rotor y estator se refiere por ahora exclusivamente al diámetro medio o sección central de los álabes, pues, como veremos posteriormente, puede haber compresores de 50 % de reacción en que esta simetría no exista más que en dicha sección central.

## PERFILES, PÉRDIDAS Y RENDIMIENTOS

## Relaciones geométricas en los perfiles

No existe todavía una técnica propia desarrollada en el sentido de la obtención de perfiles destinados específicamente a los álabes de los compresores. Se vienen utilizando perfiles ya clásicos para otros fines aerodinámicos, especialmente los destinados a funcionar con grandes velocidades, como los de punta de pala de las hélices (fig. 11-VII), obteniéndose con ellos muy buenos rendimientos.

Actualmente se investiga en el sentido de obtener perfiles de



<i>Abscisa</i>	0	0,0125	0,0250	0,0500	0,0750	0,1000	0,1500	0,2000	0,3000
<i>Ordenada ±</i>	0	0,0085	0,0126	0,0187	0,0235	0,0274	0,0337	0,0382	0,0435
<i>Abscisa</i>	0,4000	0,5000	0,6000	0,7000	0,8000	0,9000	0,9500	1,0000	
<i>Ordenada ±</i>	0,0450	0,0437	0,0399	0,0336	0,0249	0,0140	0,0077	0,0009	
<i>Radio del borde de ataque = 0,0022</i>									

Fig. 11-VII.— Perfil N. A. C. A. 0009-34, utilizado en un compresor axial N. A. C. A. de ocho escalones.

mejores características, orientados los trabajos en la utilización de líneas de curvatura media parabólicas, con las que existe mayor flexibilidad para la elección del valor y posición de la curvatura máxima del perfil. Con gran frecuencia se utilizan también líneas de curvatura media de forma circular.

Las curvaturas máximas suelen ser del orden del 5 al 6 % y los espesores de los perfiles vienen a estar comprendidos entre el 8 y el 10 % de la longitud de la cuerda.

El cálculo aerodinámico de los álabes proporciona los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  de entrada y salida. En función de ellos y de la cuerda, en el caso de línea media circular, se obtienen inmediatamente el án-

gulo de situación, curvatura y radio de curvatura con las relaciones siguientes:

$$z = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}; \quad [19-VII]$$

$$v/c = \frac{1}{2} \frac{1 - \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}{\sin \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}; \quad [20-VII]$$

$$r_{v/c} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sin \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}. \quad [21-VII]$$

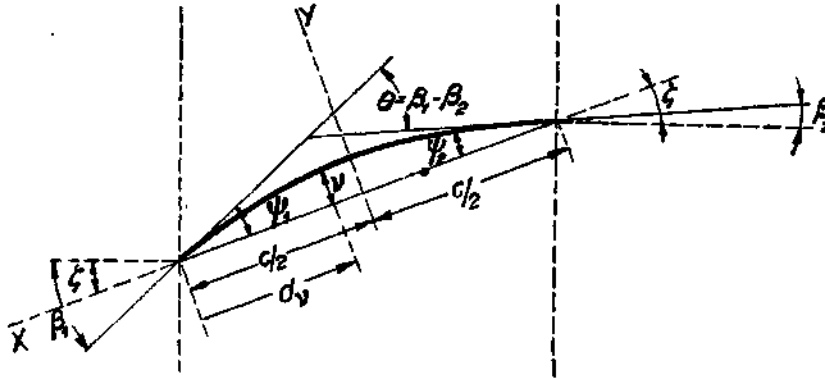


Fig. 12-VII.— Línea de curvatura media de forma parabólica.

En el caso de línea media parabólica que forme los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  con la cuerda, su expresión analítica referida a los ejes indicados en la figura 12-VII viene dada por:

$$\frac{4}{c^2} x^2 + \lambda y^2 - \frac{4}{c} (\lambda x y + \mu y - 1) = 0, \quad [22-VII]$$

siendo:

$$\lambda = \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{\tan \phi_2} - \frac{1}{\tan \phi_1} \right)^2; \quad [23-VII]$$

$$\mu = \frac{2}{c} \left( \frac{1}{\tan \phi_1} + \frac{1}{\tan \phi_2} \right). \quad [24-VII]$$



Para la curvatura máxima y para su situación resultan las siguientes fórmulas:

$$\nu = \frac{1}{\mu}; \quad [25-VII]$$

$$d_\nu = \frac{c}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{\lambda}}{\mu} \right). \quad [26-VII]$$

Entre los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  y los de entrada y salida  $\beta_1$  y  $\beta_2$  existe la relación geométrica:

$$\beta_1 - \phi_1 = \beta_2 + \phi_2 = \pi. \quad [27-VII]$$

Por tanto, una vez fijados  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , para la determinación completa de la línea de curvatura media aún se puede imponer el valor de la curvatura máxima  $\nu$ , o bien su situación  $d_\nu$ . Una vez seleccionado cualquiera de estos valores, existen dos ecuaciones que proporcionan  $\phi_1$  y  $\phi_2$  y con ellos se calcula inmediatamente dicha línea de curvatura media.

El perfil del álabe se traza en la forma acostumbrada, tomando sobre cada normal a la línea media segmentos iguales a las correspondientes ordenadas del perfil simétrico básico.

### Expresión de los coeficientes de sustentación y resistencia

Proyectando la sustentación y resistencia según la dirección tangencial, tenemos (fig. 7-VII):

$$L \cos \alpha_m + D \sin \alpha_m = F_y = \rho V_a^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2).$$

y con:

$$L = \frac{1}{2} C_L \rho c m_m^2; \quad D = \frac{1}{2} C_D \rho c m_m^2; \quad V_a = m_m \cos \alpha_m,$$

resulta:

$$C_L = 2 \frac{s}{c} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_m - C_D \tan \alpha_m. \quad [28-VII]$$

En la fórmula anterior la influencia del término  $C_D \tan \alpha_m$  es muy escasa, debido a que  $\alpha_m$  es siempre inferior a  $45^\circ$  y a que  $C_D$  es muy pequeño en comparación con  $C_L$ . Por tanto, tomando para  $C_L$  el valor teórico en el que se prescinde de la resistencia:

$$C_L = 2 \frac{s}{c} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_m \quad [29-VII]$$

se comete un error inferior al 2 % en la generalidad de los casos y siempre que las condiciones de funcionamiento en el compresor no discrepen mucho de las nominales.

En una corriente bidimensional el coeficiente  $C_D$  procedería exclusivamente de la resistencia del perfil. Su valor se determina experimentalmente mediante ensayos en túnel, viniendo a estar comprendido entre 0,016 y 0,018 para la mayoría de los perfiles que se utilizan actualmente en los compresores axiales. Como veremos, además de depender de las características propias del perfil, este coeficiente es afectado por el valor de la relación paso/cuerda, siendo también función de la incidencia para valores grandes o reducidos de este último parámetro.

Además de la resistencia del perfil se producen otros tipos de pérdidas que dan lugar a un incremento en dicha resistencia, pues hay que tener en cuenta que en la realidad la corriente no es bidimensional. Los efectos combinados de la fuerza centrífuga y de la capa límite en la superficie de los álabes y en las paredes anulares superior e inferior dan lugar a la formación de un flujo secundario en el interior de los canales de los álabes, produciéndose dos torbellinos en el borde de salida: uno próximo al vértice y el otro junto a la raíz, en forma parecida a lo que sucede en el ala de un avión. El estudio de estos torbellinos, con la consiguiente aparición de una resistencia secundaria, ha sido tratado por diversos autores. En la referencia 4 se indica que el valor de la resistencia secundaria a que dan lugar se obtiene con la expresión:

$$C_{Ds} = \frac{1}{4} \frac{C_L^2}{s/c} \left(1 - \frac{h'}{h}\right) \frac{h'}{h}, \quad [30-VII]$$

en la que  $h$  es la altura de los álabes y  $h'$  la distancia, ligeramente inferior a  $h$ , entre los centros de los dos torbellinos de los extremos. El valor de  $h'$  es función del número de Reynolds, presentando su cálculo teórico considerables dificultades; pero puede

determinarse aproximadamente por métodos experimentales, viniendo a ser del orden del 90 % de  $h$ .

Howell (ref. 2) utiliza la siguiente expresión empírica para el valor de la resistencia secundaria:

$$C_{Ds} = 0,018 C_L^2, \quad [31-VII]$$

que proporciona muy buena aproximación y que será el que aquí tomemos en todos los casos.

Por otra parte, se produce una resistencia adicional debida al rozamiento del aire contra las superficies anulares de cierre de cada escalón. Su valor es proporcional a la relación paso/cuerda, e inversamente proporcional al alargamiento del álabe  $h/c$ , viniendo dada por la siguiente fórmula práctica obtenida experimentalmente:

$$C_{Da} = 0,020 \frac{s}{c} \frac{c}{h} = 0,020 \frac{s}{h}. \quad [32-VII]$$

Según esto, el coeficiente de resistencia total  $C_D$  vendrá dado por:

$$C_D = C_{Dp} + C_{Ds} + C_{Da}. \quad [33-VII]$$

Realmente, el coeficiente de resistencia anular no puede considerarse incluido en la resistencia propia del álabe, pero en la forma en que se van a efectuar los cálculos no hay inconveniente en considerarlo como formando parte de ella. En efecto, para la determinación de  $C_L$  no se tuvo en cuenta la resistencia, que será utilizada exclusivamente para el cálculo de las pérdidas de presión en el escalón, de las que se obtendrá la expresión del rendimiento.

Al admitir que el fluido es incompresible, o tomar una densidad media en el escalón, el efecto de la resistencia  $D$  será el dar lugar a una pérdida de presión estática  $\pi_p$ . Si  $\Delta p_t$  es el incremento de presión teórico, producido cuando no hubiese resistencia, y  $\Delta p$  es el incremento de presión real, tendremos:

$$D = F_y \sin \alpha_m - F_x \cos \alpha_m = s \rho V_a^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \sin \alpha_m - (\Delta p_t - \pi_p) s \cos \alpha_m;$$

y como:

$$s \rho V_a^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \sin \alpha_m - \Delta p_t s \cos \alpha_m = 0,$$

restando ambas expresiones, resulta:

$$D = s \cos \alpha_m \pi_p, \quad [34-VII]$$

que también podría haberse escrito directamente, expresando que la resistencia es igual a la fuerza producida por la pérdida de presión y proyectada según la dirección de ella.

En función del coeficiente  $C_D$ , se obtiene:

$$\pi_p = \frac{\frac{1}{2} \rho w_m^2 C_D}{\frac{s}{c} \cos \alpha_m}, \quad [35-VII]$$

o bien:

$$\pi_p = \frac{\frac{1}{2} \rho V_a^2 C_D}{\frac{s}{c} \cos^2 \alpha_m}. \quad [36-VII]$$

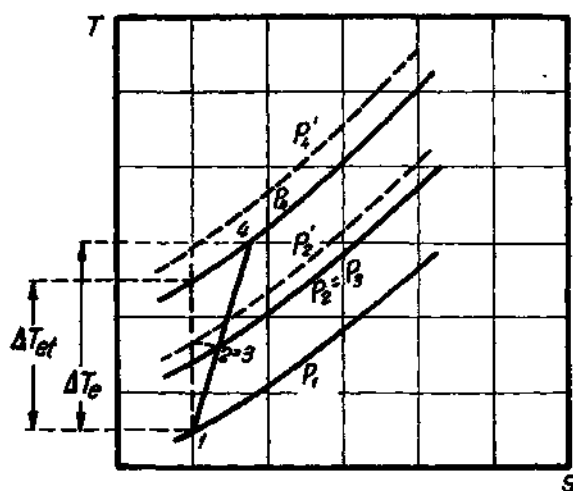


Fig. 13-VII. — Rendimiento adiabático del escalón  
( $\Delta p_{et} = p_4' - p_1$ ,  $\Delta p_e = p_4 - p_1$ ,  $\pi_p = p_4' - p_1 \approx \frac{1}{2}(p_4' - p_4)$ ).

### Rendimiento del escalón

Admitiendo que las pérdidas son de presión estática exclusivamente, pero que el aire se comporta como un fluido compresible, el rendimiento adiabático de un escalón de 50 % de reacción vendrá dado por (fig. 13-VII):

$$\eta_{ae} = \frac{\Delta T_{et}}{\Delta T_e} = \frac{T_1}{\Delta T_e} \left[ \left( 1 + \frac{\Delta p_e}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right], \quad [37-VII]$$

siendo:

$$\frac{\Delta p_e}{2} = \Delta p = \Delta p_t - \pi_p = \frac{1}{2} \rho V_a^2 (\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2) - \pi_p. \quad [38\text{-VIII}]$$

Si también se admite para el cálculo del rendimiento que el aire se comporta como un fluido incompresible en cada escalón, entonces los incrementos de temperatura son proporcionales a los de presión, resultando:

$$\eta_{ae} = \frac{\Delta p_e}{\Delta p_{ei}} = \frac{\Delta p}{\Delta p_t} = 1 - \frac{\pi_p}{\Delta p_t}. \quad [39\text{-VII}]$$

Con la expresión de  $\Delta p_t$  dada por:

$$\Delta p_t = \frac{1}{2} \rho V_a^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) - \frac{C_L}{2 \frac{s}{c} \cos \alpha_m}$$

y con la de  $\pi_p$  en función de  $C_D$ , obtenida en [36-VII], se obtiene, finalmente:

$$\eta_{ae} = 1 - \frac{2}{\sin(2\alpha_m)} \frac{C_D}{C_L}, \quad [40\text{-VII}]$$

fórmula sencilla, de manejo cómodo y que proporciona una aproximación suficiente en la práctica para la determinación del rendimiento adiabático de cada escalón.

Los valores de este rendimiento suelen ser del orden de 0,90 cuando el compresor funciona con su régimen nominal. De este 10 % de pérdidas vienen a corresponder un 4 % a la resistencia del perfil, otro 4 % a la resistencia secundaria y el 2 % restante a la resistencia anular.

#### **Pérdidas de potencia debidas a efectos tridimensionales**

Como resultado de los fenómenos de rozamiento, formación de torbellinos y pérdidas intersticiales, resulta que la velocidad axial  $V_a$  no es constante a lo largo de la altura de los álabes. A causa de ello, al tomar en las expresiones del trabajo periférico o del incremento de temperatura su valor teórico dado por la ecuación de

continuidad y suponerlos constante, se obtiene un mayor trabajo e incremento de temperatura del que resulta en realidad. De acuerdo con esto, las fórmulas [5-VII] y [13-VII] hay que modificarlas, afectándolas de un coeficiente  $\xi$  debido a los citados efectos tridimensionales. Resulta con esto:

$$\mathfrak{T}_p = \xi \frac{u V_a}{g} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2); \quad [41-VII]$$

$$\Delta T_e = \xi \frac{u V_a}{g J c_p} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2). \quad [42-VII]$$

Asimismo, al incremento de presión en el escalón habrá que afectarlo del mismo coeficiente, expresándose en la forma:

$$\Delta p_e = \xi \gamma_{ae} \Delta p_{ei} = \xi \gamma_{ae} \rho V_a^2 (\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2). \quad [43-VII]$$

En compresores de varios escalones con juegos intersticiales comprendidos entre el 1 y el 2 % de la altura del álabe, puede tomarse para el coeficiente  $\xi$  un valor medio igual a 0,86.

#### COEFICIENTES ADIMENSIONALES QUE SE UTILIZAN EN EL CÁLCULO DE COMPRESORES AXILES

##### **Coeficiente de flujo**

Se define por la relación:

$$\Psi = \frac{V_a}{u}, \quad [44-VII]$$

que en el caso normal de escalones simétricos se expresará en la forma siguiente:

$$\Psi = \frac{V_a}{u} = \frac{1}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2}. \quad [45-VII]$$

Este coeficiente es de gran importancia, sirviendo para fijar gran número de características y actuaciones de los compresores axiales.

### Coeficiente de trabajo

El incremento de temperatura en el escalón en función de la velocidad periférica (fórmulas [42-VII] y [45-VII]), se expresa del modo siguiente:

$$\Delta T_e = \xi \frac{u^2}{g J c_p} \frac{\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} \quad [46-VII]$$

Definiremos el coeficiente de trabajo o de temperatura por la relación:

$$\Phi_T = \frac{\Delta T_e}{\frac{u^2}{g J c_p}} = \xi \frac{\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} \quad [47-VII]$$

El término:

$$\frac{\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2}$$

tiene como valor máximo la unidad (1), representando el coeficiente  $\Phi_T$  la relación entre la energía comunicada al aire y el máximo de energía que podría haberse comunicado para una determinada velocidad periférica (2).

### Coeficientes de presión

Expresando el incremento de presión dado por la fórmula [43-VII] en función de la velocidad periférica, y dividiendo por  $\rho u^2$  se obtiene como valor del coeficiente de presión:

$$\Phi_{up} = \frac{\Delta p_e}{\rho u^2} = \xi \eta_{ae} \frac{\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} = \eta_{ae} \Phi_T \quad [48-VII]$$

Además de este coeficiente de presión, se acostumbra a definir

---

(1) Esta expresión tiene como valor máximo la unidad siempre que  $\alpha_2$  sea positivo (caso único en la práctica); pero si  $\alpha_2$  fuese negativo, sería  $u = V_a$  ( $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2$ ), resultando en todo caso mayor que cero el denominador de la citada expresión y volviendo a tener como valor máximo la unidad.

(2) Con frecuencia se define un coeficiente de trabajo igual al doble del que aquí se ha establecido.

otro en el que el incremento teórico de presión se refiere a la presión dinámica en la entrada de los álabes móviles, en la forma:

$$\Phi_{wpt} = \frac{\Delta p_t}{\frac{1}{2} \rho w_1^2} = \frac{\Delta p_{et}}{\rho w_1^2} = 1 - \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_2} \quad [49-VII]$$

Los coeficientes de incremento real de presión y de pérdidas, vendrán dados por:

$$\Phi_{wp} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho w_1^2} = \frac{\Delta p_t - \pi_p}{\frac{1}{2} \rho w_1^2} = \Phi_{wpt} - \Pi_p \quad [50-VII]$$

Expresándose el rendimiento del escalón en función de estos coeficientes en la forma siguiente:

$$\eta_{ae} = \frac{\Phi_{wp}}{\Phi_{wpt}} = 1 - \frac{\Pi_p}{\Phi_{wpt}} \quad [51-VII]$$

#### PARÁMETROS QUE LIMITAN LAS CARACTERÍSTICAS Y ACTUACIONES DEL COMPRESOR

##### Relaciones geométricas entre los ángulos de las velocidades y los ángulos de alabe. Desviación

Los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  de entrada y salida de las velocidades relativas, que intervienen en todas las ecuaciones del movimiento, y los ángulos de alabe  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , que se utilizan en la determinación de la forma y posición de los perfiles, están relacionados mediante la incidencia, desviación y deflexión definidas del modo siguiente (figura 14-VII):

$$i = \alpha_1 - \beta_1; \quad [52-VII]$$

$$\delta = \alpha_2 - \beta_2; \quad [53-VII]$$

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2. \quad [54-VII]$$

La incidencia y la deflexión son parámetros cuyos valores se fijan previamente en el cálculo de las condiciones nominales de funcionamiento del compresor, mientras que la desviación viene impuesta por la forma resultante de los álabes y disposición del escalón.

Esta desviación se produce por el efecto de la fuerza centrífuga,



que da lugar a un gradiente de presión dirigido hacia la parte cóncava o intradós de los álabes. Las líneas de presión constante resultan desviadas, haciendo que el aire salga con un ángulo mayor que el formado por la tangente a la línea de curvatura media. El valor de la desviación depende del ángulo de curvatura  $\theta$ , posición del punto de curvatura máxima  $d_v/c$ , relación paso/cuerda  $s/c$  y án-

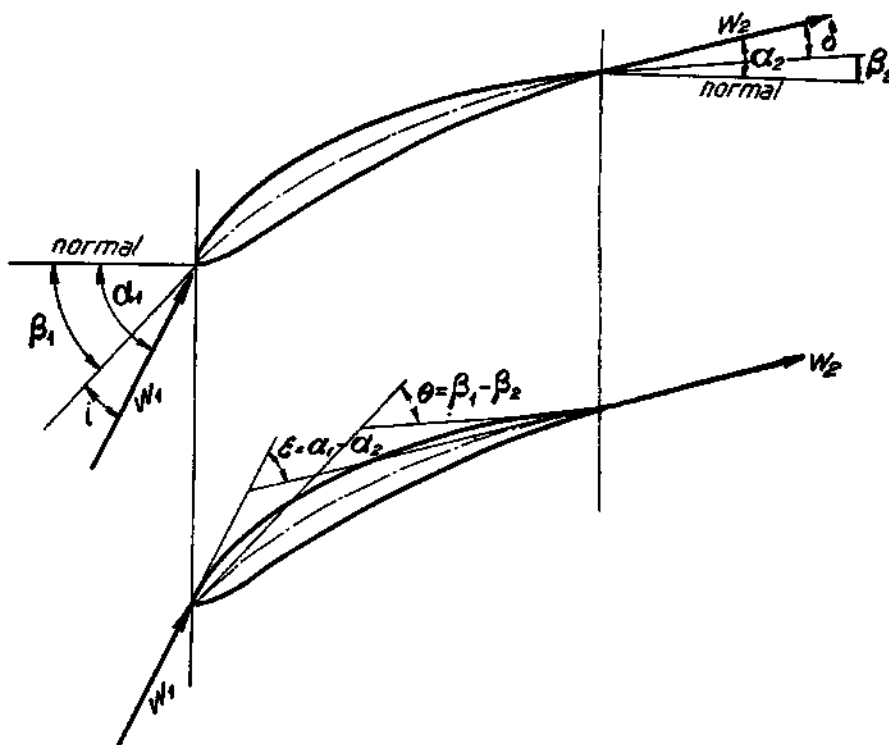


Fig. 14-VII.—Incidencia, desviación y deflexión.

gulo de salida  $\alpha_2$ . Para su determinación en condiciones nominales de funcionamiento ha sido establecida la siguiente fórmula semi-empírica (ref. 2):

$$\delta = \left( 0,46 \frac{d_v}{c} + 0,1 \frac{\alpha_2}{50^\circ} \right) \theta \left[ \frac{s}{c} \right], \quad [55-VII]$$

que para líneas de curvatura media de forma circular se reduce a la siguiente:

$$\delta = \left( 0,23 + 0,1 \frac{\alpha_2}{50^\circ} \right) \theta \left[ \frac{s}{c} \right]. \quad [56-VII]$$

Teniendo en cuenta que el término en  $\alpha_2$  ejerce poca influencia y que los valores medios de este ángulo son del orden de los  $30^\circ$ , puede también utilizarse la siguiente expresión:

$$\delta = 0,26 \theta \sqrt{\frac{s}{c}} \quad [57-VIII]$$

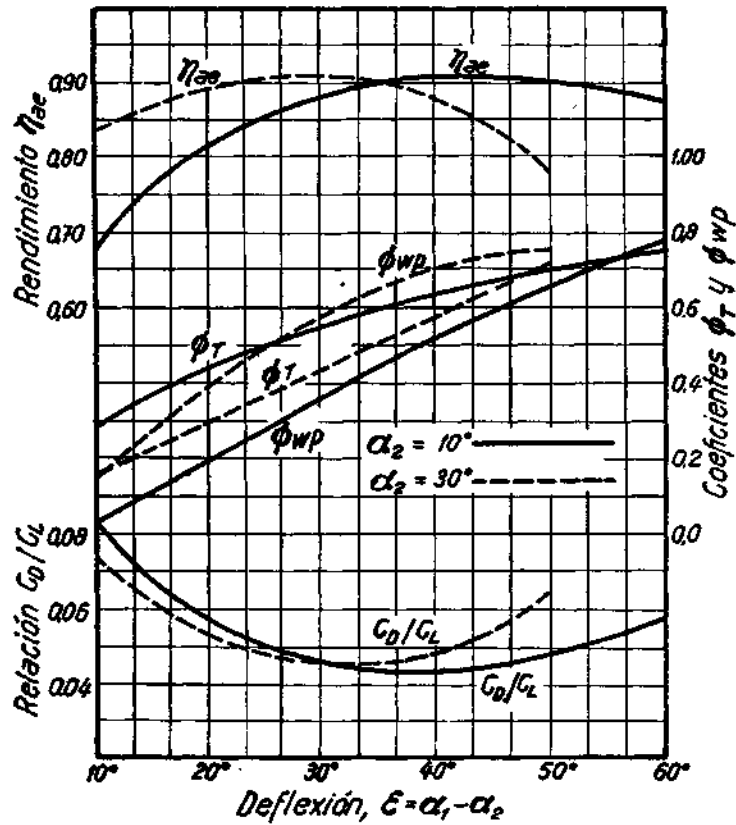


Fig. 15-VII.—Variación de los coeficientes de presión y temperatura, relación  $C_D/C_L$  y rendimiento del escalón en función de la deflexión, prescindiendo del efecto de desprendimiento de la corriente al superarse la deflexión crítica.

conocida como fórmula de Constant, de gran sencillez pero que solamente es válida para líneas de curvatura media circulares y en la que se ha despreciado la influencia del ángulo de salida.

### Incidencia y deflexión

Uno de los parámetros más importantes que fijan las actuaciones de los compresores axiales es la deflexión de la corriente que se produce en sus álabes. Para un valor dado del ángulo  $\alpha_2$ , varia-

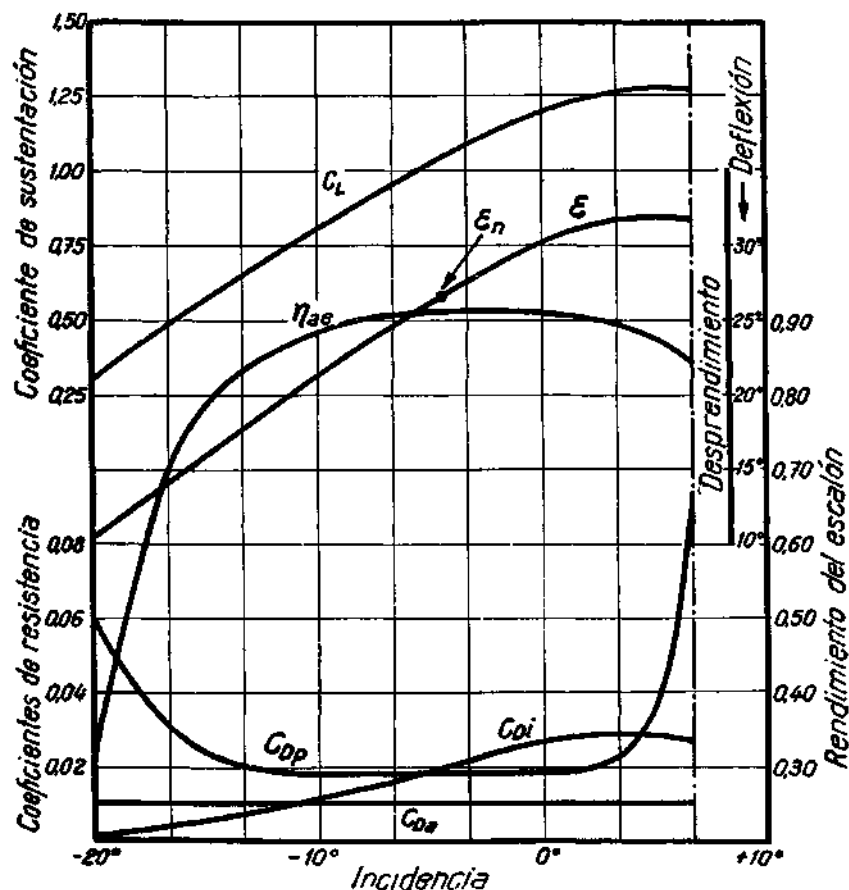


Fig. 16-VII.—Variación de la deflexión, del rendimiento del escalón y de los coeficientes de sustentación y resistencia en función del ángulo de incidencia. ( $\beta_1 = 47,5^\circ$ ,  $\beta_2 = 7,5^\circ$ ,  $s/c = 0,94$ ,  $\theta = 40^\circ$ ,  $d_v/c = 0,50$ ,  $h/c = 2$ ).

ble que puede fijarse a voluntad entre límites muy amplios, a medida que es mayor dicha deflexión aumentan los coeficientes de temperatura y presión en el escalón y, hasta ciertos límites, el rendimiento adiabático del compresor (fig. 15-VII).

Ahora bien, los gráficos insertados en esta figura corresponden al caso en el que se suponga un perfecto guiado del aire, prescindiendo del fenómeno de desprendimiento de la corriente que forzosamente se produce en cuanto se supera un cierto valor de la de-

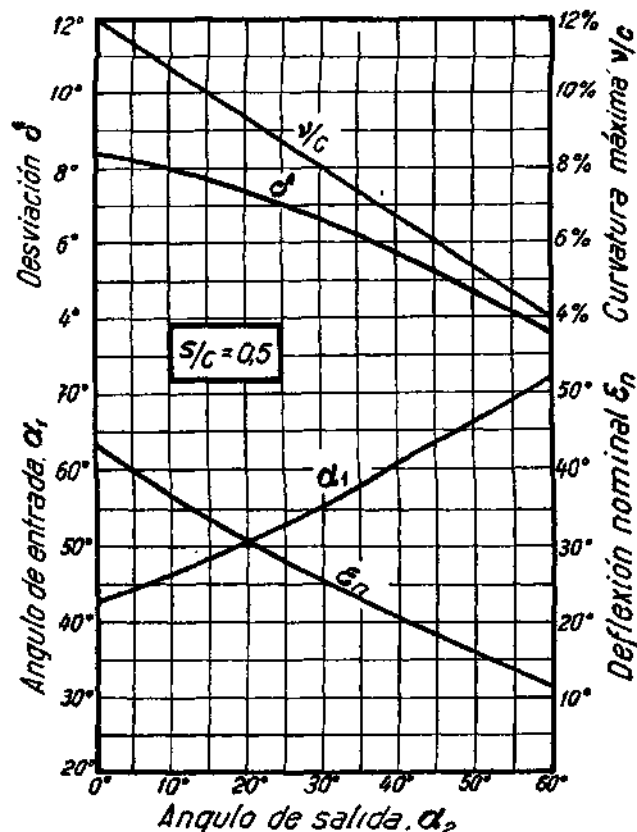


Fig. 17-VII.—Deflexión nominal y ángulo de entrada en función del ángulo de salida  $\alpha_2$ , para  $s/c = 0,5$ . Se incluyen también los valores resultantes de la curvatura máxima y de la desviación en el caso de línea de curvatura media de forma circular y para un ángulo de incidencia de cero grados.

flexión y que da lugar a la pérdida total de características funcionales del compresor.

La deflexión de la corriente producida por los álabes es función del ángulo de incidencia. En la figura 16-VII está trazada la curva representativa de dicha variación, incluyéndose también las de los coeficientes de sustentación y resistencia y rendimiento del escalón.

En esta figura puede observarse que la deflexión varía con la incidencia prácticamente en forma lineal, es decir, que la desviación, y con ella el ángulo  $\alpha_2$ , no cambian apreciablemente cuando dicha incidencia se modifica.

Por razones de seguridad, debe proyectarse un compresor para que funcione con una deflexión nominal inferior a su valor crítico en el que se produce el desprendimiento de la corriente. Es práctica normal tomar un valor de la deflexión nominal igual a 0,8 de la crítica.

En el ensayo de unos álabes de forma determinada, su deflexión crítica se produce para un cierto ángulo de incidencia, cuyo valor depende de la forma y disposición de dichos álabes. Mediante experiencias se ha comprobado que el valor resultante para dicha deflexión crítica depende del ángulo de salida  $\alpha_2$ , de la relación paso/cuerda  $s/c$  y del ángulo de curvatura  $\theta$ .

En el campo normal de variación del ángulo de incidencia, comprendido entre  $-5$  y  $+5^\circ$ , se ha podido observar que la deflexión crítica no resulta apenas afectada por el ángulo de curvatura  $\theta$ , pudiéndose en consecuencia establecer que la deflexión crítica, y con ella la deflexión nominal, no dependen más que del ángulo  $\alpha_2$  y de la relación paso/cuerda.

En las figuras 17-VII, 18-VII, y 19-VII se incluyen unos gráficos obtenidos experimentalmente (ref. 2), que proporcionan directamente el valor de la deflexión nominal en función del ángulo  $\alpha_2$  para cada relación paso/cuerda.

Cuando se está proyectando un compresor y han de instalarse en él ciertos tipos de álabes con una determinada relación paso/cuerda, se fija el ángulo de situación  $\zeta$ , quedando, pues, también fijados los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$ . El ángulo  $\alpha_2$ , correspondiente a las condiciones nominales de funcionamiento, se obtendrá con la expresión:

$$\alpha_2 = \beta_2 + \delta = \beta_2 + \left(0,46 \frac{dv}{c} + 0,1 \frac{\alpha_2}{50^\circ}\right) \theta \sqrt{\frac{s}{c}}.$$

Resultando:

$$\alpha_2 = \frac{\beta_2 + 0,46 \frac{dv}{c} \theta \sqrt{\frac{s}{c}}}{1 - 0,1 \frac{\theta}{50^\circ} \sqrt{\frac{s}{c}}} \quad [58-VII]$$

Del valor de este ángulo y de la relación paso/cuerda se deter-

mina la deflexión nominal, que proporcionará el ángulo  $\alpha_1$ . De este último valor y del de  $\beta_1$  se obtiene la incidencia con que ha de funcionar en las condiciones nominales de diseño.

El problema es diferente cuando se quieren determinar unos

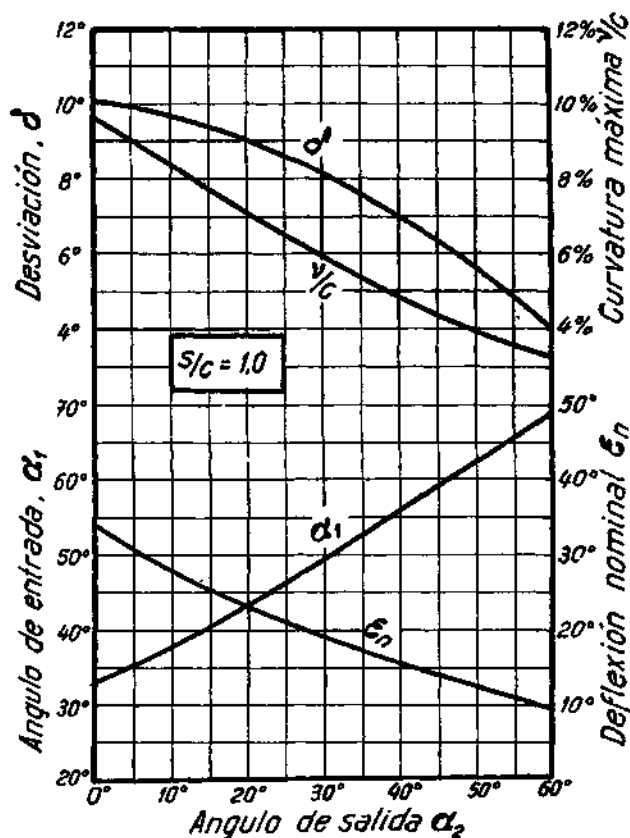


Fig 18-VII. Deflexión nominal y ángulo de entrada en función del ángulo de salida  $\alpha_2$ , para  $s/c = 1.0$ . Se incluyen también los valores resultantes de la curvatura máxima y de la deflexión en el caso de línea de curvatura media de forma circular y para un ángulo de incidencia de cero grados.

ciertos tipos de álabes para que trabajen con valores impuestos del ángulo  $\alpha_2$  y de la relación  $s/c$ . Este caso es el más importante, ya que en él se proyectan unos álabes apropiados a las condiciones nominales de funcionamiento que previamente se han elegido.

En este caso, del ángulo  $\alpha_2$  y de la relación  $s/c$  se obtienen los valores de la deflexión nominal y del ángulo de entrada  $\alpha_1$ . Estos

valores prefijados de la deflexión nominal y del ángulo  $\alpha_2$ , pueden obtenerse con diferentes valores de la incidencia y del ángulo  $\beta_1$ , relacionados con la expresión:

$$i + \beta_1 = \varepsilon + \alpha_2.$$

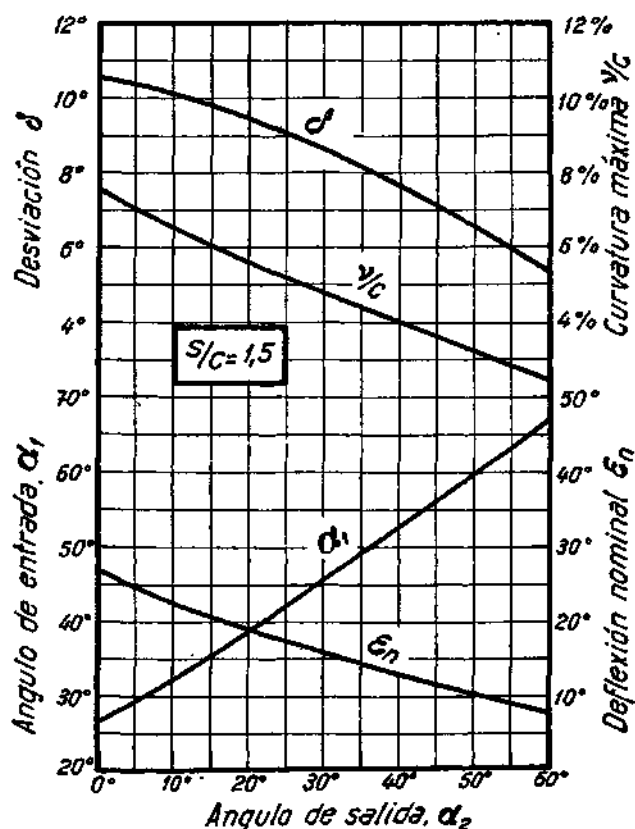


Fig. 19-VII.—Deflexión nominal y ángulo de entrada en función del ángulo de salida  $\alpha_2$ , para  $s/c = 1,5$ . Se incluyen también los valores resultantes de la curvatura máxima y de la desviación en el caso de línea de curvatura media de forma circular y para un ángulo de incidencia de cero grados

Fijada la incidencia, y a partir de ella  $\beta_1$ , si la línea de curvatura media se ha elegido de forma circular queda ya determinado el ángulo  $\beta_2$ , obtenido mediante la fórmula que proporciona la desviación nominal. En cambio, con líneas de curvatura media de forma parabólica aún puede fijarse independientemente la posición del punto de curvatura máxima, o bien, entre ciertos límites, el ángulo

3. En realidad, el ángulo de incidencia y la posición de la curvatura máxima deben elegirse estudiando el comportamiento aerodinámico de los álabes respecto al número de Mach crítico que en ellos se produce, de acuerdo también con el perfil simétrico básico que se haya estimado como más conveniente. Esta cuestión será tratada en el párrafo siguiente, y veremos que los mejores valores de la incidencia son los próximos a los  $0^\circ$ .

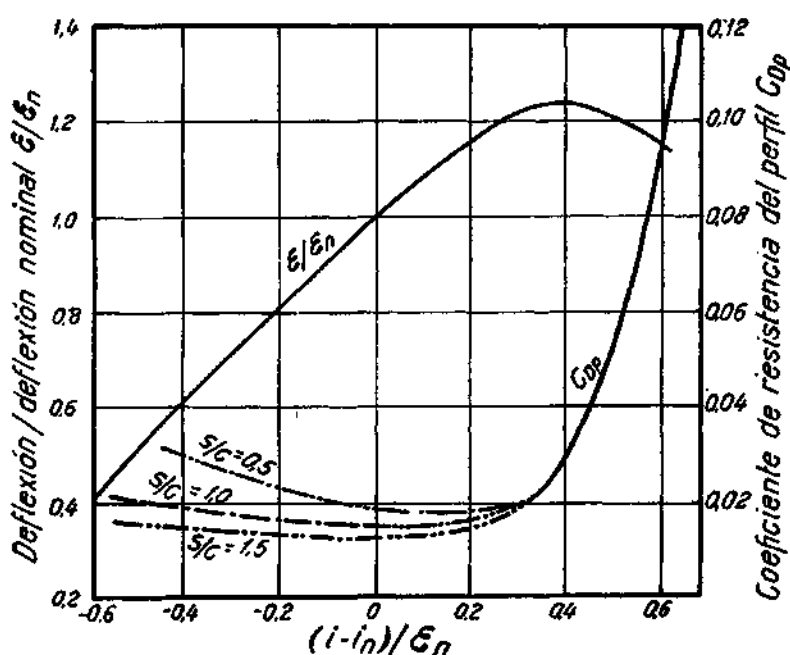


Fig. 20-VII. —Curvas adimensionales que proporcionan la variación de la deflexión para ángulos de incidencia diferentes del nominal. Se incluyen también valores representativos del coeficiente de resistencia del perfil para distintas relaciones paso/cuerda.

En las figuras 17-VII, 18-VII y 19-VII, que proporcionaban la deflexión nominal, se han incluido también los valores resultantes de la curvatura máxima de la línea media y la desviación nominal. Están calculados en el caso de incidencia nula y con línea de curvatura media de forma circular.

Las curvas  $\varepsilon = f(i)$  obtenidas mediante ensayos presentan siempre la misma forma, aunque los álabes y su disposición sea diferente. Por esta razón, la función adimensional  $\varepsilon/\varepsilon_n = f[(i - i_n)/\varepsilon_n]$ , representada en la figura 20-VII, tiene una gran generalidad, pu-



diendo utilizarse para estimar las actuaciones del compresor con valores de la incidencia y deflexión distintos de los nominales. En dicha figura se han incluido también valores normales de los coeficientes de resistencia del perfil, que también son de carácter muy general y que pueden utilizarse con buenos resultados mientras no

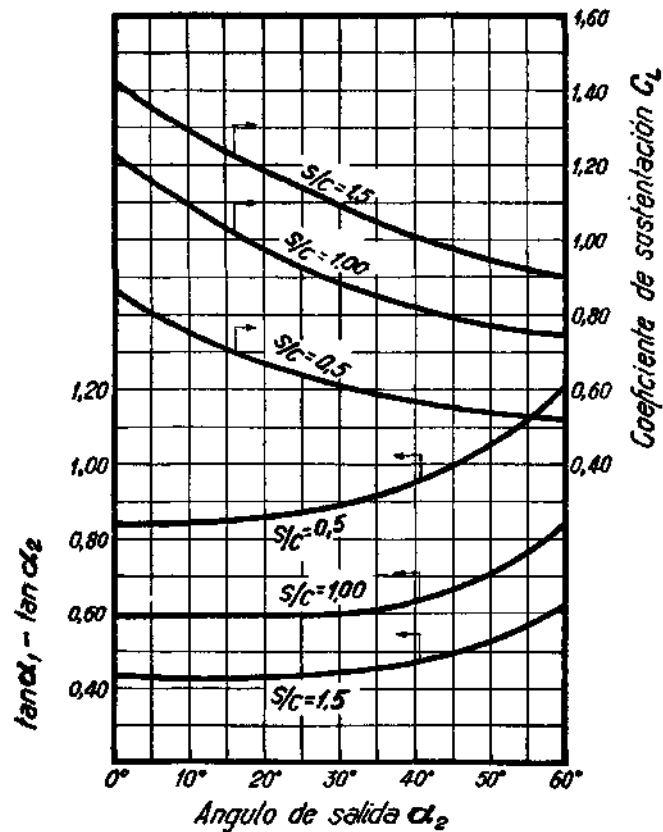


Fig. 21-VII. —Variación del coeficiente de sustentación y del término  $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2$  en función del ángulo  $\alpha_2$  y de la relación paso/cuerda, de los que se deducen los correspondientes valores de la deflexión nominal y ángulo  $\alpha_1$ .

se tengan datos directos de los valores de este coeficiente de resistencia obtenidos mediante ensayos.

Por último, en la figura 21-VII se inserta la variación de  $C_L$  y de  $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2$  en función de  $\alpha_2$ , con los valores de  $\alpha_1$  deducidos de la deflexión nominal que corresponde en cada caso. Puede apreciarse que no hay ningún parámetro que permanezca constante

para las diferentes condiciones en que se produce la deflexión crítica. Unicamente la variación de  $\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2$  es de poca consideración cuando  $\alpha_2$  está comprendido entre 0 y 40° y entre estos valores puede utilizarse una fórmula empírica determinada por Howell, que proporciona directamente la diferencia entre las tangentes de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  en función exclusiva de la relación paso/cuerda:

$$\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2 = \frac{1,55}{1 + 1,5 \frac{s}{c}} . \quad [59-VII]$$

Sus resultados se aproximan bastante a los que se obtienen utilizando los gráficos anteriores.

### Valores límites del número de Mach

Una de las variables fundamentales que limita la mayor parte de las características funcionales de los compresores axiales es el número de Mach, ya que es condición imprescindible que las velocidades relativas de circulación del aire sean subsónicas o, al menos, que no se sobrepase en gran manera el número de Mach unidad.

A su paso a través de las hileras de álabes, fijos o móviles, las velocidades relativas de circulación del aire decrecen desde la sección de entrada a la de salida. Ahora bien, esta disminución de las velocidades de paso no se efectúa de un modo progresivo, sino que puede suceder, y en la realidad así acontece, que existan velocidades en el interior de los álabes superiores al valor inicial. Esto es debido a dos causas: por una parte, los espesores de los perfiles modifican los valores de las secciones de paso, las cuales irían aumentando de un modo continuo si dichos perfiles estuviesen reducidos a sus líneas de curvatura media. Por tanto, puede existir un estrechamiento o garganta con un valor del área de su sección inferior al inicial de entrada (fig. 22-VII). Por otra parte, la forma curvada de los canales de paso produce una distribución asimétrica de las velocidades en cada sección, con sus mayores valores en la parte convexa de los álabes, puntos en los que se acentuará el peligro de que aparezcan velocidades supersónicas.

Estudiar el campo de velocidades en el interior de los álabes presenta muy grandes dificultades, por lo cual, lo que se hace en

la práctica es limitar los valores máximos de las velocidades relativas de entrada, valores límites que serán función de la forma y disposición de los perfiles de los álabes. Estos datos se obtienen mediante ensayos, siendo éste uno de los principales objetivos de la experimentación de compresores axiales, ya que es de la mayor importancia funcionar con los mayores valores posibles del número

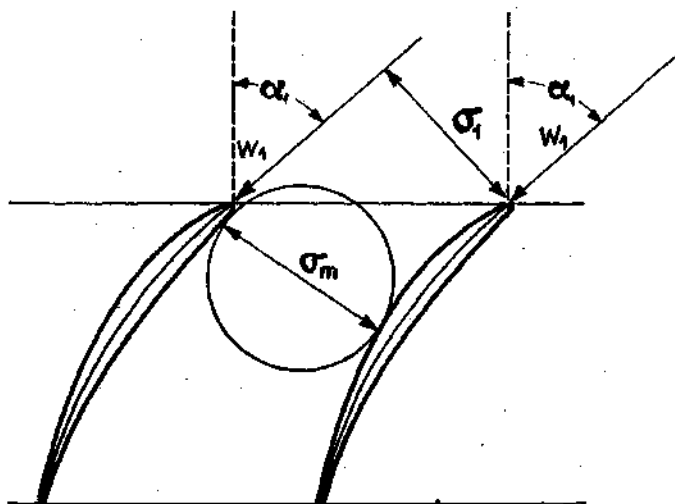


Fig. 22-VII. — Sección mínima de paso.

de Mach. Si en la fórmula [42-VII], que proporcionaba el incremento de temperatura por escalón, ponemos:

$$u = V_a (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2),$$

$$V_a = w_1 \cos \alpha_1,$$

$$w_1 = \sqrt{g \gamma R T_1} N_{M1},$$

se obtiene:

$$\Delta T_e = \xi (\gamma - 1) T_1 N_{M1}^2 (\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2) \cos^2 \alpha_1. \quad [60-VII]$$

Como puede verse, para un escalón en el que se fijan los valores de los ángulos de entrada y salida, el incremento de temperatura es proporcional al cuadrado del número de Mach de la velocidad relativa de entrada. En la misma forma aumenta la subida de presión en el escalón, ya que el rendimiento se mantiene práctica-

mente constante. Ahora bien, cuando se sobrepasa de un cierto valor con las velocidades de entrada y se da lugar a que aparezca una zona local con velocidades supersónicas, se produce una onda de choque con desprendimiento de la capa límite. A partir de este punto, y si se continúan aumentando las velocidades de entrada, el incremento gradual del coeficiente de resistencia del álabe haría disminuir el rendimiento del escalón. De esta forma se llegaría a unas condiciones en las que se habrían alcanzado velocidades supersónicas en toda la zona de estrechamiento de los álaves, produciéndose una gran onda de choque que, al producir el desprendimiento total de la corriente, daría lugar a que el rendimiento y la subida de presión se anulasen.

Un resumen gráfico de lo expuesto puede observarse en las figuras 23-VII y 24-VII. Se ha tomado una curva típica de variación del rendimiento entre los números de Mach crítico y límite, ambos referidos a la velocidad relativa de entrada  $w_1$ , calculando a partir de ella las variaciones del incremento y coeficiente de presión. El número de Mach crítico se define con la condición de que para dicho valor en la sección de entrada exista un punto en el interior de los álaves con velocidad igual a la del sonido, y el número de Mach límite es aquel para el cual se anula el rendimiento del escalón.

Como puede verse, cuando se sobrepasa el número de Mach crítico la disminución del rendimiento es al principio muy poco acentuada, manteniéndose prácticamente constante el incremento de presión, por lo que es posible diseñar un compresor para que funcione con velocidades de entrada que den lugar a números de Mach algo superiores a sus valores críticos.

Hasta ahora no hemos hecho mención de en qué punto de la altura de la sección de entrada de los álaves ha de tomarse la veloci-

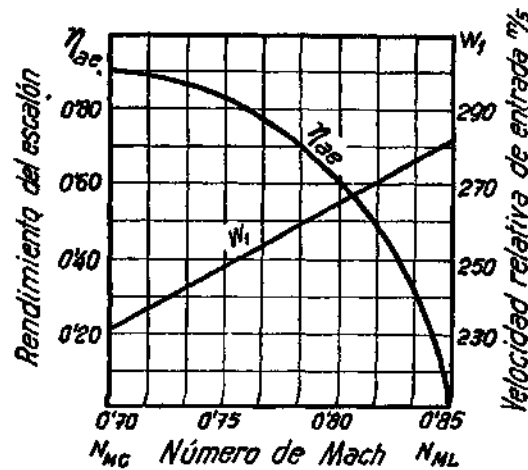


Fig. 23-VII.—Variación del rendimiento del escalón entre los números de Mach crítico y límite ( $T_1 = 288^\circ K$ ).

dad relativa de referencia. Como veremos más adelante, según el tipo de los álabes, las velocidades de entrada pueden ser máximas en los extremos o en la raíz, resultando en estos puntos valores mayores del número de Mach que cuando se toman las velocidades en la sección central. Esta cuestión se tratará cuando se estudien las formas de torsión que pueden adoptarse para los álabes.

El número de Mach crítico depende principalmente de la incidencia, siendo también función de la forma y espesor del perfil básico, relación paso/cuerda y forma de la línea de curvatura media.

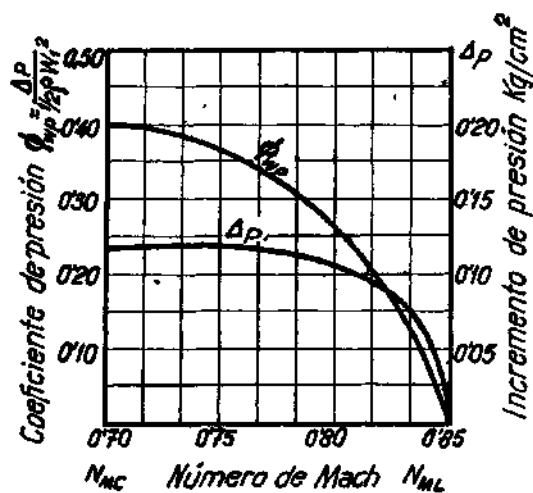


Fig. 24-VII.—Variación del incremento y coeficiente de presión entre los números de Mach crítico y límite. (Valores deducidos a partir de la figura anterior.)

ra media, mientras que  $\sigma_1$  depende de la incidencia. Por último, ambas variables son función de la relación paso/cuerda, pero no dependen en la misma forma, ya que  $\sigma_1$  es proporcional al paso mientras que  $\sigma_m$  no lo es, siendo su variación más acentuada que la de dicha sección de entrada.

De acuerdo con lo expuesto, puede afirmarse que las curvas experimentales que proporcionan el número de Mach crítico en función de  $\sigma_m/\sigma_1$  tienen una gran generalidad, proporcionando una indicación bastante aproximada del número de Mach crítico que realmente hubiera de producirse.

Desde luego, no existe una función única  $N_{Mc} = f(\sigma_m/\sigma_1)$ , ya que pueden conseguirse valores iguales de  $\sigma_m/\sigma_1$  modificando a la

Todas estas variables pueden considerarse como independientes entre sí; pero, en cambio, existe otra que es función de todas ellas, en la que se acusará cualquier modificación de las mencionadas variables. Nos referimos a la ya citada relación entre el área mínima de paso  $\sigma_m$  y el área de la sección de entrada  $\sigma_1$ .

En efecto, el área  $\sigma_m$  es función del espesor y forma de los perfiles, así como la disposición de la línea de curvatura

vez las otras variables. En este caso se conservaría el mismo valor de la velocidad media en el estrechamiento, pero podría presentarse una distribución diferente de velocidades en dicha sección.

En la figura 26-VII está representada una curva típica de variación del número de Mach crítico. Puede observarse que para relaciones  $\sigma_m/\sigma_1$  del orden de 1,15 se alcanzan los valores máximos del número de Mach, que suelen estar comprendidos entre 0,65 y 0,70, aunque, como hemos dicho, en la práctica puede funcionar con

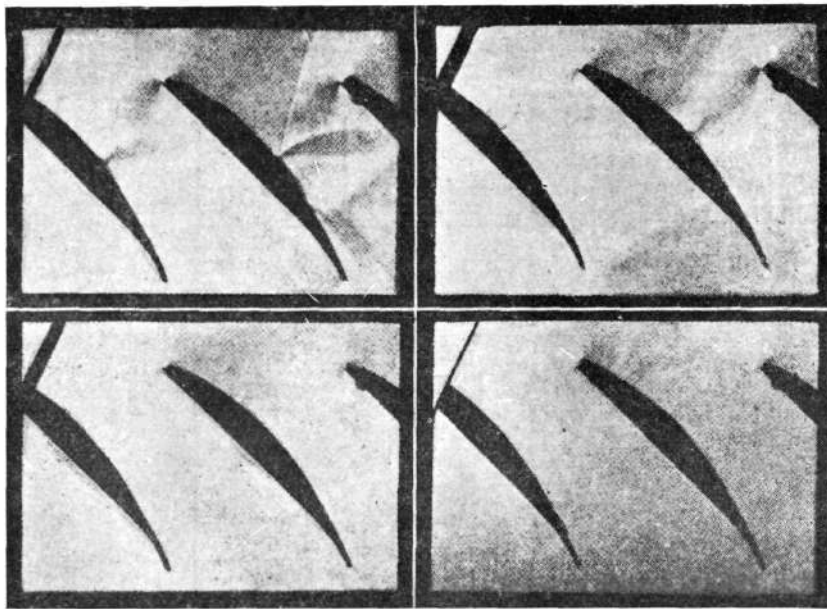


Fig. 25-VII.—Fotografías en las que se muestran los efectos progresivos de los fenómenos de compresibilidad y formación de ondas de choque (según ref. 8).

valores superiores a los mencionados. En dicha figura también se han incluido los valores del número de Mach límite, el cual depende exclusivamente de la citada relación.

El valor de  $\sigma_m/\sigma_1$  está estrechamente ligado con la incidencia que se adopte, ya que influye considerablemente en el valor de  $\sigma_1$ , mientras que las posibilidades de modificar el área mínima  $\sigma_m$  actuando sobre los perfiles o sobre la forma de la línea de curvatura media, no son demasiado grandes. Para obtener valores altos de dicha relación no existe otra posibilidad que aumentar la incidencia para hacer que disminuya la sección de entrada; pero esto

da lugar a una distribución desventajosa de las velocidades y a una entrada del aire con choques, lo que podría llevar a una disminución del número de Mach crítico cuando se adoptasen grandes valores de dicha incidencia (fig. 27-VII). Esta es también la razón de que disminuya el número de Mach crítico cuando se sobrepasa un cierto valor de la relación  $\sigma_m/\sigma_1$ .

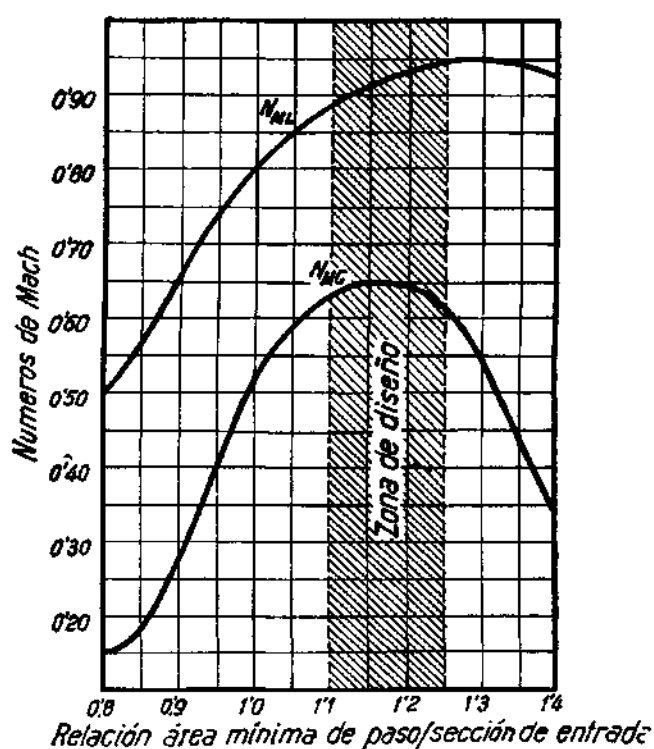


Fig. 26-VII.—Curvas representativas de la variación de los números de Mach crítico y límite en función de la relación  $\sigma_m/\sigma_1$ .

La mejor combinación parece ser la que se consigue con incidencias próximas a los cero grados y utilizando perfiles con líneas de curvatura media de forma parabólica, con posición retrasada del espesor máximo del perfil y con la curvatura máxima situada alrededor del 40 % de la cuerda. Esto da lugar a una variación progresiva de las secciones de paso, aumentando los valores de los números de Mach críticos con que puede funcionar.

También indicaremos que, como podía esperarse, cuanto más delgados sean los perfiles que se utilicen, mayores números de Mach podrán admitirse (fig. 28-VII), teniendo esto siempre el límite que impone la resistencia de materiales o el valor mínimo que quiera fijarse para la relación paso/cuerda, ya que habrá de compensarse la falta de espesor del perfil con la de adopción de una cuerda mayor. En la actualidad, los perfiles más comúnmente utilizados tienen sus espesores máximos comprendidos entre el 8 y el 10 % de la cuerda.

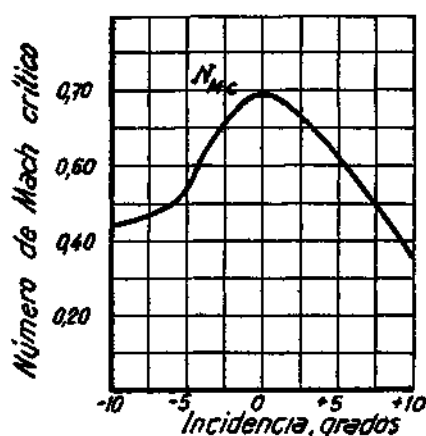


Fig. 27-VII.—Variación del número de Mach crítico en función de la incidencia.

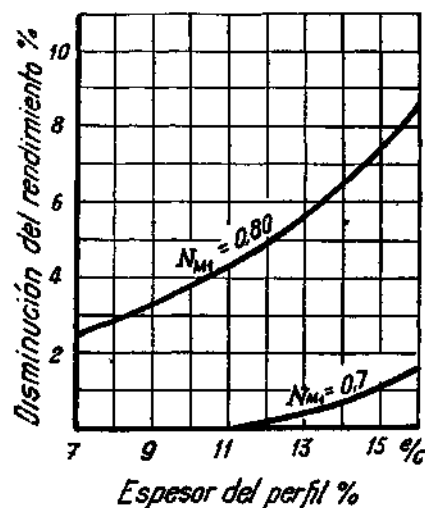


Fig. 28-VII.—Disminución del rendimiento del escalón por debajo de su valor teórico al aumentar el espesor del perfil.

Actualmente ya se han efectuado estudios teóricos sobre la posibilidad de proyectar compresores axiales aptos para funcionar con grandes velocidades supersónicas. Hay que tener en cuenta que la formación de ondas de choque no lleva forzosamente consigo una gran pérdida de rendimiento, la cual es muy pequeña si los números de Mach no sobrepasan mucho de la unidad, y más aún si se consigue que las ondas de choque que se formen sean oblicuas. El Dr. Tsien (1) ha efectuado el estudio teórico de un compresor axial, en el cual, con velocidades axiales subsónicas ( $N_M = 0,92$ ), pero con

(1) TSIENT, H. S.: *Axial Compressors with Supersonic Exit Velocities from Rotating Buckets*.



números de Mach en la entrada de los álabes móviles iguales a 1,63, y del orden de 3,00 en los del estator, se consiguen relaciones de compresión extraordinariamente elevadas con rendimientos no inferiores a 0,65.

También en este sentido se están actualmente efectuando investigaciones mediante compresores de tipo experimental en varios centros y laboratorios de Europa y Estados Unidos.

Estos compresores supersónicos están siempre basados en la utilización de muy pequeñas relaciones paso/cuerda y en la disposición de álabes especiales con bordes de ataque agudos, que se intercalan en posición adelantada respecto a los canales o álabes del estator, a fin de provocar en ellos ondas de choque oblicuas. De esta manera el aire penetra con velocidad subsónica en los conductos de paso, o al menos con velocidades no muy superiores a la del sonido, para que la onda de choque normal que se forme sea de pequeña intensidad.

La posibilidad de obtener elevadas relaciones de compresión por escalón siempre ha de estar basada en la adopción de grandes velocidades de paso y disposición muy próxima de los álabes. Con relaciones paso/cuerda pequeñas y con velocidades reducidas de circulación, las elevadas pérdidas funcionales que se producen al ser también reducidos los números de Reynolds hacen imposible el buen funcionamiento del compresor. Asimismo, elevadas velocidades de circulación son incompatibles con valores usuales de la separación de los álabes, pues, al no existir un completo guiado del fluido, la formación de ondas de choque da lugar al desprendimiento de la corriente y al fallo funcional del compresor.

No parece fácil que puedan adoptarse para los turborreactores los compresores axiales de funcionamiento supersónico, pues aunque se conseguirán valores muy reducidos del área frontal del motor y relaciones de compresión extraordinariamente elevadas con muy pocos escalones, por todo lo cual también se obtendrían valores muy pequeños de la relación peso/potencia; siempre habían de obtenerse estos resultados a costa del rendimiento del compresor y, por tanto, del propio rendimiento termodinámico del motor. Debe tenerse en cuenta que una disminución del rendimiento de la compresión desde 0,85 a 0,60 puede dar lugar a pérdidas de potencia útil del orden del 50 %, por lo que no parece probable pueda utilizarse estos compresores hasta que se haya perfeccionado su estudio y puedan conseguirse con ellos rendimientos iguales o superiores a 0,75.

## TORSIÓN DE LOS ÁLABES

**Equilibrio radial de la corriente flúida**

La variación que experimenta la velocidad periférica a lo largo de la altura de los álabes móviles, e incluso las diferentes condiciones a que se encuentra sometida la corriente de aire en los distintos radios de los álabes fijos, hacen que en ningún caso sea posible que las velocidades y presiones sean las mismas en todos los puntos de la altura de dichos álabes. Según esto, deben torsionarse los álabes para que trabajen en las más favorables condiciones aerodinámicas en todos los radios, existiendo libertad para que, dentro de unas ciertas condiciones generales, puedan adoptarse distintos tipos de torsión que impongan variaciones radiales de la corriente, de acuerdo con los requerimientos que se estimen más convenientes en cada caso.

Existen dos tipos fundamentales de torsión de los álabes denominados «torbellino libre» y «reacción constante». En los primeros el equilibrio radial de presiones, con velocidad axial constante, corresponde al caso de un torbellino libre, mientras que en los segundos se mantiene constante el grado de reacción, correspondiendo en la práctica a escalones simétricos de 50 % de reacción en todos los radios.

La variación radial de ángulos y velocidades en cada uno de estos dos casos se deduce de las condiciones de equilibrio de la corriente flúida

A su paso a través de las diferentes hileras de álabes, fijos o móviles, la velocidad del aire tiene siempre dos componentes: axial y tangencial. Para que exista equilibrio radial entre las fuerzas que actúan sobre un elemento de la corriente, deberán ser iguales el gradiente de presión y la fuerza centrífuga por unidad de volumen producida por dicha velocidad tangencial. Tendremos, pues:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_t^2}{r} \quad [61-VII]$$

Por otra parte, se impondrá siempre como condición de diseño que el trabajo ejercido contra la corriente flúida sea constante en todos los radios, lo que es análogo a fijar que la diferencia de tem-

peraturas totales entre la entrada y salida del escalón sea la misma en todos los puntos de la altura de los álabes.

Admitiendo que antes de entrar en el escalón todas las líneas de corriente tienen iguales condiciones de remanso, el requerimiento anterior equivale a afirmar la constancia de la temperatura total en todos los radios, es decir:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{V^2}{2gJc_p} + T \right) = 0. \quad [62-VII]$$

Finalmente, como tercera condición tenemos la relación existente entre presiones y densidades, que vendrá dada por:

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{cte.}, \quad [63-VII]$$

en la que  $n$  se deduce del valor del rendimiento politrópico del escalón.

El sistema anterior de ecuaciones se transforma en el siguiente:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_t^2}{r}, \quad \frac{V}{gJc_p} \frac{dV}{dr} + \frac{dT}{dr} = 0, \quad \frac{dp}{dr} - \frac{np}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = 0.$$

Utilizando la ecuación de estado expresada en forma diferencial:

$$\frac{dp}{dr} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = g\rho R \frac{dT}{dr} :$$

se pueden eliminar la presión, temperatura y densidad, resultando:

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} V \frac{dV}{dr} + \frac{n-1}{n} \frac{V_t^2}{r} = 0,$$

y con las relaciones:

$$\eta_{in} = \frac{\frac{\gamma-1}{n-1}}{\frac{\gamma}{n}}; \quad V dV = V_a dV_a + V_t dV_t$$

se obtiene, finalmente, la siguiente ecuación diferencial:

$$V_a \frac{dV_a}{dr} + V_t \frac{dV_t}{dr} + \frac{1}{\eta_{in}} \frac{V_t^2}{r} = 0. \quad [64-VII]$$

### Alabes tipo torbellino libre

Se fija la condición  $V_a = \text{cte.}$  De acuerdo con ello, la ecuación anterior proporciona la relación:

$$\frac{d V_t}{d r} + \frac{1}{\eta_n} \frac{V_t}{r} = 0,$$

o sea:

$$V_t r^{\frac{1}{\eta_n}} = \text{cte.} \quad [65\text{-VII}]$$

Es norma usual tomar  $\eta_n = 1$ , resultando simplemente:

$$V_t r = \text{cte.} \quad [66\text{-VII}]$$

En la práctica se torsionan los álabes para que las velocidades tangenciales absolutas de entrada y salida cumplan esta condición. Tendremos, pues:

$$V_a r \tan \alpha_0 = \text{cte.}$$

$$V_a r \tan \alpha_s = \text{cte.},$$

y al ser  $V_a = \text{cte.}$ :

$$r \tan \alpha_0 = \text{cte.}$$

$$r \tan \alpha_s = \text{cte.}$$

Designando con el subíndice  $c$  las magnitudes correspondientes al radio central, queda:

$$\tan \alpha_0 = \tan \alpha_{0c} \frac{r_c}{r}, \quad [67\text{-VII}]$$

$$\tan \alpha_s = \tan \alpha_{sc} \frac{r_c}{r}. \quad [68\text{-VII}]$$

La variación radial de los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  se obtiene de los triángulos de velocidades o, lo que es lo mismo, de las expresiones:

$$u = V_a (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_0),$$

$$u = V_a (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_s),$$

resultando:

$$\tan \alpha_1 = (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{0c}) \frac{r}{r_c} - \tan \alpha_{0c} \frac{r_c}{r}, \quad [69\text{-VII}]$$

$$\tan \alpha_2 = (\tan \alpha_{2c} + \tan \alpha_{0c}) \frac{r}{r_c} - \tan \alpha_{0c} \frac{r_c}{r}. \quad [70\text{-VII}]$$

En este tipo de álabes es variable el grado de reacción con el radio. Recordemos que el grado de reacción venía dado por:

$$K = \frac{V_a}{2u} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2),$$

que también puede ponerse en la forma:

$$K = 1 - \frac{V_{t1} + V_{t2}}{2u}. \quad [71\text{-VII}]$$

Con las relaciones:

$$V_{t1} + V_{t2} = (V_{t1c} + V_{t2c}) \frac{r_c}{r},$$

$$u = u_c \frac{r}{r_c},$$

resulta:

$$K = 1 - (1 - K_c) \frac{r_c^2}{r^2}, \quad [72\text{-VII}]$$

comprobándose que este grado de reacción aumenta uniformemente desde la base hasta el vértice de los álabes.

### Álabes de reacción constante

De acuerdo con la fórmula [71-VII], la condición de ser constante el grado de reacción proporciona la siguiente relación:

$$V_{t1} + V_{t2} = (V_{t1c} + V_{t2c}) \frac{r}{r_c},$$

mientras que la condición de ser constante el trabajo ejercido por los álabes sobre cada línea de corriente, proporcional a la veloci-

dad periférica y a la diferencia de velocidades tangenciales, suministra, a su vez, la relación:

$$V_{t1} - V_{t2} = (V_{t1c} - V_{t2c}) \frac{r_c}{r}.$$

De las dos fórmulas anteriores se obtiene:

$$V_{t1} = \frac{1}{2} \left[ (V_{t1c} + V_{t2c}) \frac{r}{r_c} + (V_{t1c} - V_{t2c}) \frac{r_c}{r} \right], \quad [73\text{-VII}]$$

$$V_{t2} = \frac{1}{2} \left[ (V_{t1c} + V_{t2c}) \frac{r}{r_c} - (V_{t1c} - V_{t2c}) \frac{r_c}{r} \right] \quad [74\text{-VII}]$$

y también:

$$V_{t1}^2 + V_{t2}^2 = \frac{1}{2} \left[ (V_{t1c} + V_{t2c})^2 \frac{r^2}{r_c^2} + (V_{t1c} - V_{t2c})^2 \frac{r_c^2}{r^2} \right].$$

Por otra parte, si la ecuación diferencial [64-VII], en la que tomamos  $\eta_n = 1$ , se expresa para  $V_{t1}$  y  $V_{t2}$  y se suma, se obtiene:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dr} (V_{t1}^2 + V_{t2}^2) + \frac{d}{dr} V_a^2 + \frac{V_{t1}^2 + V_{t2}^2}{r} = 0,$$

y substituyendo el valor de  $V_{t1}^2 + V_{t2}^2$ , resulta:

$$(V_{t1c} + V_{t2c})^2 \frac{r}{r_c^2} + \frac{d}{dr} V_a^2 = 0,$$

o bien:

$$\left( \frac{V_{t1c} + V_{t2c}}{r_c} \right)^2 r dr + 2 V_a dV_a = 0,$$

ecuación diferencial que, integrada entre  $r_c$  y  $r$ , proporciona la expresión:

$$\frac{V_a}{V_{ac}} = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r^2}{r_c^2} \right) \left( \frac{V_{t1c} + V_{t2c}}{V_{ac}} \right)^2}, \quad [75\text{-VII}]$$

que puesta en función de los ángulos  $\alpha_0$  y  $\alpha_s$ , resulta:

$$\frac{V_a}{V_{ac}} = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r^2}{r_c^2} \right) (\tan \alpha_{0c} + \tan \alpha_{sc})^2}, \quad [76\text{-VII}]$$

en la que se comprueba fácilmente que la velocidad axil disminuye cuando aumenta el radio, o sea, que decrece desde la base hacia el vértice de los álabes.

De acuerdo con la ley de variación que acaba de obtenerse para la velocidad axil y con las fórmulas [73-VII] y [74-VII] que proporcionan las velocidades tangenciales, pueden determinarse los ángulos de entrada y salida en cualquier punto de la altura de los álabes, en función de sus correspondientes valores en la sección central. Ahora bien, en la práctica es norma usual prescindir de la variación radial de la velocidad axil, calculando los ángulos de entrada y salida como si ésta fuera constante.

Hay que tener en cuenta que la distribución radial de la velocidad axil que realmente se produce es bastante diferente de la que se obtiene en los cálculos teóricos, tanto en álabes de reacción constante como en los tipos torbellino libre, debido a que no se consideraron los juegos intersticiales ni los efectos de la fricción.

En todos los cálculos de la variación radial de las velocidades se fija la constancia de la energía comunicada al aire a lo largo de la altura de los álabes, pero la distribución real de dicha velocidad axil (fig. 29-VII) no cumple dicha condición, siendo ésta la razón de la introducción del coeficiente  $\xi$ , menor que la unidad, del que ya se hizo mención en párrafos precedentes. En buena lógica, y dada la imposibilidad de predecir teóricamente la distribución de velocidad axil que habrá de producirse en cada escalón, se suele prescindir de esta variación para la determinación de los ángulos de entrada y salida, resultando de esta forma los cálculos mucho más sencillos y proporcionando suficiente aproximación en la práctica.

Según lo que acaba de mencionarse, la variación radial de los ángulos  $\alpha_0$  y  $\alpha_s$  se obtendrá de las fórmulas [73-VII] y [74-VII], poniendo en ellas:

$$V_{t1} = V_a \tan \alpha_0; \quad V_{t2} = V_a \tan \alpha_s; \quad V_a = \text{cte.}$$

obteniéndose:

$$\tan \alpha_0 = \frac{1}{2} \left[ (\tan \alpha_{0c} + \tan \alpha_{sc}) \frac{r}{r_c} + (\tan \alpha_{0c} - \tan \alpha_{sc}) \frac{r_c}{r} \right], \quad [77-VII]$$

$$\tan \alpha_s = \frac{1}{2} \left[ (\tan \alpha_{0c} + \tan \alpha_{sc}) \frac{r}{r_c} - (\tan \alpha_{0c} - \tan \alpha_{sc}) \frac{r_c}{r} \right]. \quad [78-VII]$$

Los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  podrían determinarse en función de  $\alpha_0$  y  $\alpha_3$  mediante los triángulos de velocidades, pero en la práctica los únicos álabes de reacción constante que se utilizan son los de 50 % de reacción con disposición simétrica del rotor y estator. En este caso se verifica en todos los radios:

$$\alpha_0 = \alpha_2, \quad \alpha_1 = \alpha_3, \quad u = V_a (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2).$$

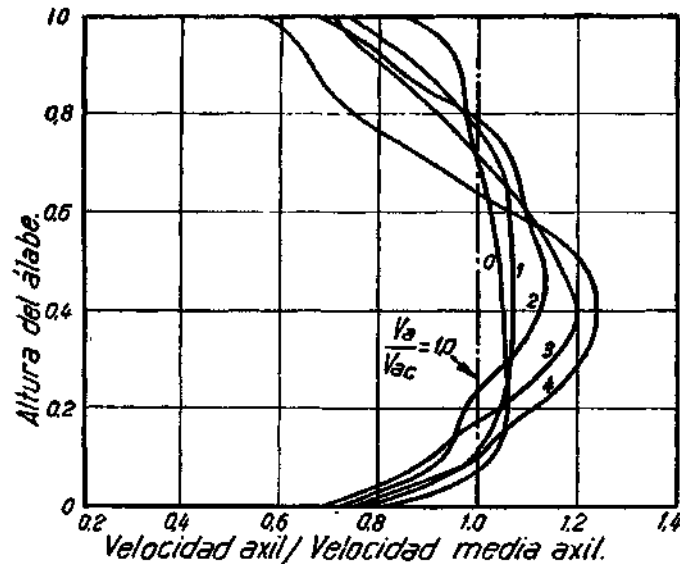


Fig. 29-VII.—Distribución radial de la velocidad axial (según ref. 2).

Curva 0.—Después de los álabes guías.

- » 1.—Primer escalón.
- » 2.—Segundo escalón.
- » 3.—Tercer escalón.
- » 4.—Cuarto escalón.

### Comparación de los dos tipos de álabes

En la figura 30-VII están dibujados los gráficos de la variación radial de los ángulos de entrada y salida del rotor y del estator para los dos tipos de álabes considerados. En la figura siguiente están trazadas las curvas de los números de Mach, curvaturas y ángulos de situación. Se han calculado con las fórmulas ya expuestas, habiéndose utilizado los siguientes datos numéricos:

$$\alpha_{2c} = 30^\circ; \quad s/c = 1; \quad \alpha_{1c} = 50^\circ;$$



$$\begin{aligned}
 N_{M1} &= 0,7; & T_1 &= 288 \text{ }^\circ\text{K (1);} \\
 w_{1c} &= 233 \text{ m/seg.;} \\
 V_a &= 150 \text{ m/seg.;} \\
 u_c &= 265 \text{ m/seg.;} & G &= 10 \text{ Kg/seg.;} \\
 h &= 5 \text{ cm.;} & r_c &= 18,75 \text{ cm.;} & i &= 0.
 \end{aligned}$$

En estas figuras puede apreciarse cómo en los álabes de tipo torbellino libre la variación de sus ángulos es mucho más conside-

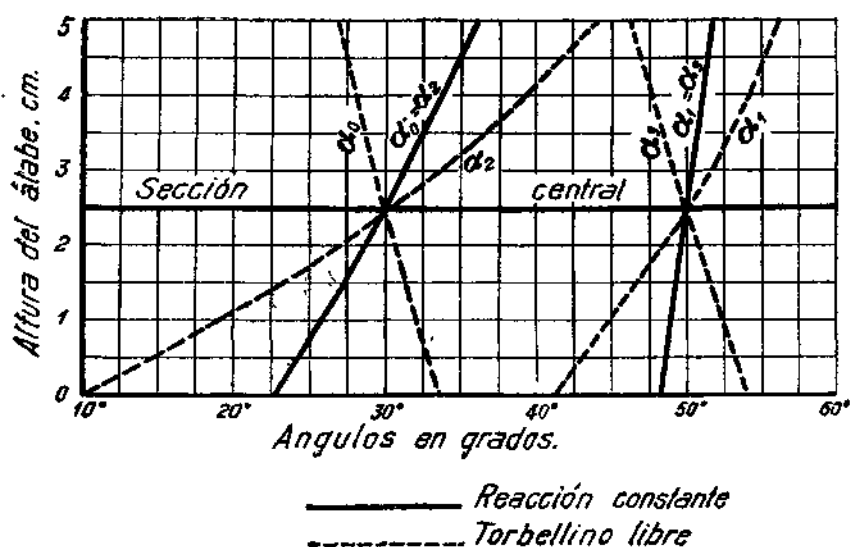


Fig. 30-VII.—Variación radial de los ángulos de entrada y salida en álabes de reacción constante y torbellino libre.

table. Consecuencia de ello es que su torsión, medida por el ángulo de situación, también es mucho mayor. Excepto en la sección central, los álabes del rotor y del estator son completamente asimétricos, disminuyendo la curvatura en los primeros desde la base hasta el vértice y ocurriendo lo contrario en los segundos (2).

(1) No se ha tenido en cuenta la variación radial de la temperatura para el cálculo de los números de Mach por ser su influencia despreciable frente al efecto ejercido por la considerable variación de las velocidades.

(2) Para evitar confusiones, indicaremos que con las denominaciones vértice y base se entienden las secciones de los álabes más alejadas y más cercanas del eje del compresor, respectivamente, independientemente de por donde se fijen.

Merece consideración especial la variación radial de los números de Mach en uno y otro tipo de álabes. En los de reacción constante el número de Mach correspondiente a la velocidad relativa de entrada aumenta con la altura de álabe, pero no muy considerablemente. En cambio, en los de tipo torbellino libre la variación es muy acusada, presentándose los valores máximos en el vértice cuando se trata de álabes del rotor, y en la base en el caso de los del estator, aunque aquí con valores más reducidos que en el extremo de los álabes móviles.

En el ejemplo que se ha expuesto gráficamente no se alcanzan valores excesivamente altos del número de Mach en el vértice de los álabes móviles. Esto es debido a que se ha tomado una relación  $h/r_c$  más bien pequeña, pues con valores mayores de ella podría llegar a ser dicho número de Mach mayor que la unidad, para valores en el diámetro central del orden de 0,7.

Según esto, en la realidad no pueden admitirse en ambos tipos de compresores iguales valores del número de Mach en el diámetro medio, sino que donde hay que referirlos es al extremo de los álabes. De aquí resulta que los álabes de tipo torbellino libre producen un incremento de temperatura o presión por escalón menor que los de reacción constante, pues al igualar los números de Mach en el vértice resultan valores más reducidos en todo el resto del álabe. En la figura 32-VII se han insertado unos gráficos que aclaran lo expuesto. En ella se comparan los álabes de reacción constante con los de torbellino libre, habiéndose tomado para ambos un número de Mach en el extremo de los álabes móviles igual a 0,75, y unos ángulos de entrada y salida en la sección central  $\alpha_{1c}$  y  $\alpha_{2c}$ , iguales a 50 y 30°, respectivamente. En función de  $h/r_c$  se han determinado los ángulos  $\alpha_{1v}$  y  $\alpha_{2v}$ , y con  $T_1 = 288^\circ\text{K}$  y los valores de  $N_{M1}$  y  $\alpha_1$  en el vértice se calcula la velocidad axial, y en función de ella la velocidad periférica  $u_c$ . El régimen se determina con la expresión:

$$n = \frac{60 u_c}{\pi D_c},$$

habiéndose tomado  $D_c = 0,50$  m.

Para valores pequeños de la relación  $h/r_c$  no es muy grande la discrepancia entre ambos tipos de álabes, pero va acentuándose más y más a medida que dicha relación aumenta. El valor de  $h/r_c$  es muy variable, no solamente de unos compresores a otros, sino en

uno mismo, ya que, debido principalmente al aumento de densidad, los álabes van disminuyendo de altura en los sucesivos escalonamientos. Como el radio es constante o varía muy poco resulta que  $h/r_c$  también decrece. En general, puede admitirse que estas relaciones vienen a estar comprendidas entre  $1/10$  y  $1/3$ , y para estos valores viene a ser el incremento de temperatura en los álabes de tipo torbellino libre del orden del 80 %, del que se obtiene en el caso de reacción constante.

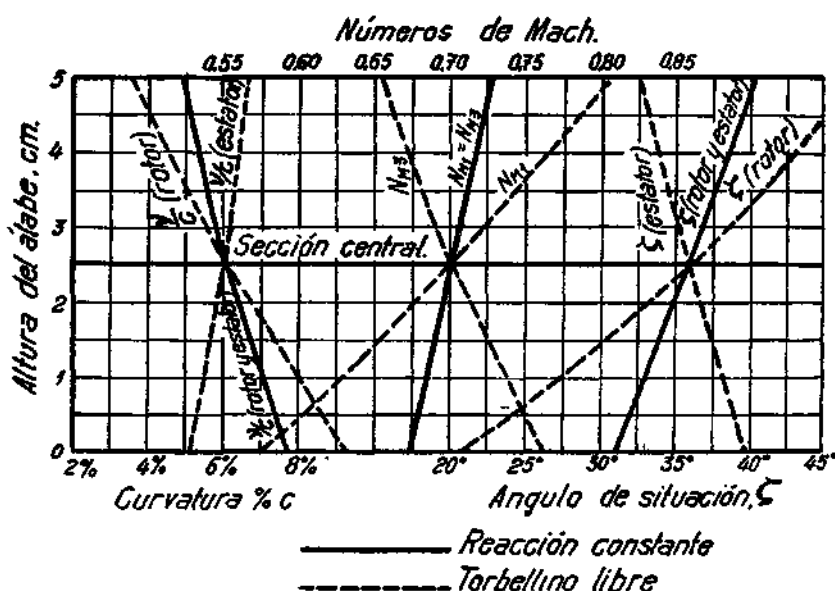


Fig. 31-VII.—Variación radial de los números de Mach, curvatura máxima y ángulos de situación en álabes de reacción constante y torbellino libre.

El régimen también es más reducido en los compresores con álabes de tipo torbellino libre, pudiendo asimismo estimarse como del orden del 80 % del correspondiente al caso de álabes de reacción constante, cuando los valores de  $h/r_c$  están comprendidos entre los mencionados.

De la citada figura puede también deducirse la conclusión de que relaciones  $h/r_c$  superiores a  $1/2$  son francamente perjudiciales para ambos tipos de compresores.

Los valores reducidos del régimen del compresor que resultan en el caso de que se utilicen álabes tipo torbellino libre puede representar una ventaja para este tipo de álabes, pero desde luego

no es la más importante. Debido a la gran variación radial de los números de Mach, aun para valores elevados en el extremo de los álabes móviles corresponden valores muy reducidos en la base. De acuerdo con esto, estos álabes admiten un espesor en la raíz mu-

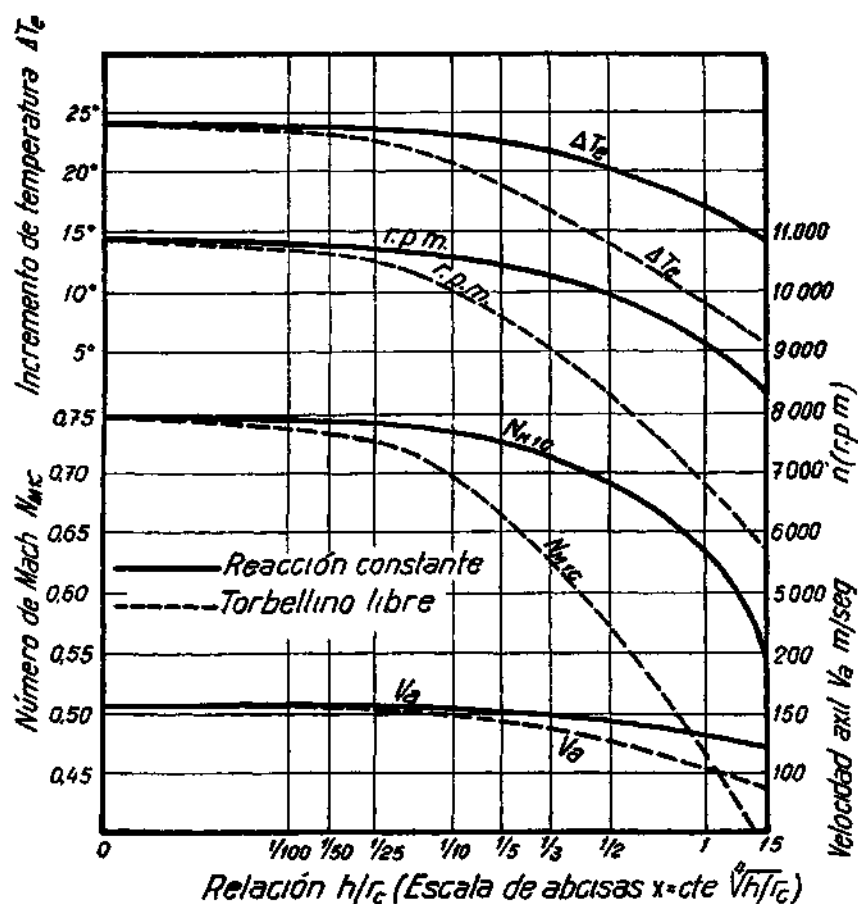


Fig. 32-VII.—Comparación de las características funcionales de álabes de reacción constante y torbellino libre en función de la relación  $h/r_c$  ( $\alpha_1 = 50^\circ$ ,  $\alpha_2 = 30^\circ$ ,  $N_{Ma} = 0.75$ ,  $T_1 = 288^\circ K$ )

cho mayor que en el vértice, siendo notablemente apropiados para construirlos de perfil variable.

Como los álabes del rotor se disponen empotrados por su base, resulta que con esta variación de los espesores de los perfiles presentan los álabes muy buenas condiciones para resistir los momentos flectores producidos por el aire, pudiendo dimensionarse con

cuerdas bastante más pequeñas que las que han de tener los de reacción constante, en los cuales no puede admitirse mucha variación del espesor del perfil por ser en ellos casi constantes los números de Mach. También en dichos álabes puede admitirse un esfuerzo mayor de flexión para un cierto valor máximo del esfuerzo combinado de flexión y de fuerza centrífuga, pues este último también es menor del que resulta en un álabe de reacción constante de igual altura. En muchos casos, la disminución de cuerda que puede lograrse es del orden del 40 %.

Con esto resulta que un compresor con álabes tipo torbellino libre tendría más escalones que uno de reacción constante para igual relación de compresión, pero su peso vendría a ser análogo y pudiendo incluso tener menor longitud. Su rendimiento sería ligeramente superior y en él podrían admitirse mayores tolerancias en los juegos radiales. Claro que en ellos habría bastante mayor número de álabes, multiplicándose los efectos de tener más álabes por escalón y mayor número de escalonamientos.

En la práctica se utilizan con gran frecuencia los compresores con álabes tipo semi-torbellino. Su torsión se obtiene tomando para las tangentes de los diversos ángulos de entrada y salida la media aritmética de las tangentes de los ángulos correspondientes a los álabes tipo torbellino libre y reacción constante. De acuerdo con ello, todas sus propiedades son intermedias entre las de los dos tipos fundamentales.

Finalmente, indicaremos que en el estudio de la torsión de los álabes solamente se ha hecho mención de los ángulos de las velocidades sin habernos referido a los ángulos de álabe. Deberán, pues, torsionarse los álabes para que los ángulos de entrada y salida de las velocidades varíen de acuerdo con las condiciones determinadas. En la práctica, una vez calculados los valores de  $\beta_1$  y  $\beta_2$  en la sección central, en función de los ángulos  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  y de la incidencia y desviación, se determina su variación radial con las mismas fórmulas que proporcionaban  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , pudiéndose admitir un mismo valor de la incidencia o todo lo largo del álabe y suponer que la desviación corresponde a la que se obtiene en dicha sección central. También pueden efectuarse los cálculos determinando la desviación en cada sección, deduciendo los valores de  $\beta_1$  y  $\beta_2$  en función de ella y de la incidencia que se haya tomado.

**Variación radial de las presiones, densidades y temperaturas. Valores medios de estas magnitudes**

Aunque no es frecuente que se considere en la práctica la variación radial de las presiones, densidades y temperaturas, pueden calcularse fácilmente mediante las ecuaciones de equilibrio. De las fórmulas:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{V_t^2}{r}$$

$$\frac{p}{\rho^n} = \frac{p_c}{\rho_c^n}$$

se deduce:

$$\frac{dp}{dr} = \rho_c \left( \frac{p}{p_c} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{V_t^2}{r} \quad [79-VII]$$

En álabes tipo torbellino libre, sustituyendo en esta expresión el valor de la velocidad tangencial dado por:

$$V_t = V_{tc} \frac{r_c}{r},$$

separando variables e integrando, se obtiene:

$$\frac{p}{p_c} = \left[ 1 + \frac{n-1}{2n} \frac{\rho_c}{p_c} \left( 1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) V_{tc}^2 \right]^{\frac{n}{n-1}}, \quad [80-VII]$$

de la que se deducen inmediatamente:

$$\frac{\rho}{\rho_c} = \left[ 1 + \frac{n-1}{2n} \frac{\rho_c}{p_c} \left( 1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) V_{tc}^2 \right]^{\frac{1}{n-1}}, \quad [81-VII]$$

$$\frac{T}{T_c} = 1 + \frac{n-1}{2n} \frac{p_c}{p_c} \left( 1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) V_{tc}^2 \quad [82-VII]$$

Estas fórmulas pueden aplicarse indistintamente a las secciones de entrada y salida de los álabes, pero en la práctica solamente interesará considerarlas referidas a los valores medios de las varia-

bles entre dichas secciones de entrada y salida. Indicando con el subíndice  $m$  los citados valores medios, resulta:

$$\left(\frac{p_m}{p_{mc}}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{\rho_m}{\rho_{mc}}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \frac{T_m}{T_{mc}} = 1 + \frac{n-1}{2n} \frac{\rho_{mc}}{p_{mc}} \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right) V_{tmc}^2 \quad [83-VII]$$

No tiene apenas importancia el fijar qué clase de valores medios son los que han de tomarse. Para las velocidades tangenciales tiene especial ventaja considerar la media aritmética, dada por:

$$V_{tmc} = \frac{V_{t1c} + V_{t2c}}{2} = \frac{1}{2} V_a (\tan \alpha_{0c} + \tan \alpha_{2c}) = V_a \tan \alpha_{mc} \quad [84-VII]$$

y una vez determinado este valor quedan ya impuestos los valores medios de todas las demás variables.

En los álabes de reacción constante, de las fórmulas [73-VII] y [74-VII], se deduce:

$$V_{tm} = \frac{V_{t1} + V_{t2}}{2} = \frac{1}{2} (V_{t1c} + V_{t2c}) \frac{r}{r_c} = V_{tmc} \frac{r}{r_c},$$

sustituyendo en [79-VII] e integrando, se obtiene:

$$\left(\frac{p_m}{p_{mc}}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{\rho_m}{\rho_{mc}}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \frac{T_m}{T_{mc}} = 1 + \frac{n-1}{2n} \frac{\rho_{mc}}{p_{mc}} \left(\frac{r^2}{r_c^2} - 1\right) V_{tmc}^2 \quad [85-VII]$$

Excepto en álabes muy largos, no tiene apenas influencia la variación radial de estas magnitudes, pudiendo efectuarse todos los cálculos con sus valores en la sección central, ya que sensiblemente coinciden con sus correspondientes valores medios a lo largo de la altura de los álabes.

#### DETERMINACIÓN DEL DIÁMETRO DEL ESCALÓN Y DE LA ALTURA DE LOS ÁLABES

El diámetro central se obtiene con la expresión:

$$D_c = \frac{60 u}{\pi n} \quad [86-VII]$$

En el caso normal de compresores con grado de reacción igual

al 50 % en la sección central, sustituyendo el valor de la velocidad periférica dado por:

$$u = V_a (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c}),$$

resulta:

$$D_c = \frac{60 V_a}{\pi n} (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c}). \quad [87-VII]$$

En función del número de Mach referido a la velocidad relativa de entrada, se obtiene:

$$D_c = \frac{60 \sqrt{g} \gamma R T_{1c} N_{M1c}}{\pi n} (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c}) \cos \alpha_{1c}. \quad [88-VII]$$

Como  $\alpha_{1c}$  se determina a partir de  $\alpha_{2c}$ , resulta que fijando el valor del número de Mach, el diámetro medio es función del ángulo de salida y del régimen del compresor. Fácilmente se comprueba que a medida que aumenta dicho ángulo de salida es mayor el diámetro central que, por el contrario, varía en proporción inversa al régimen del compresor.

La altura de los álabes se determina mediante la ecuación de continuidad:

$$\frac{G}{g} = \int_{r_h}^{r_o} 2 \pi r \dot{\rho} V_a dr. \quad [89-VII]$$

La velocidad axil ya vimos que se consideraba constante en todos los casos. Asimismo, puede tomarse para la densidad su valor en la sección central, sin que por ello se introduzca ningún error apreciable.

Conviene indicar que, aunque para los cálculos aerodinámicos del escalón se utilizaban valores medios de la densidad y velocidad axil en el mismo, en la práctica suelen ser diferentes las alturas de los álabes en el rotor y estator, debido a que la velocidad axil es constante o varía muy poco, mientras que la densidad del aire aumenta gradualmente desde la entrada hasta la salida del escalón.

La distribución de la velocidad axil a lo largo del compresor, de la que depende la variación de la densidad, es un problema que se resuelve estudiando en conjunto la organización de la máquina



y que será tratado posteriormente. Por ahora, para el estudio que va a efectuarse de cómo afectan a la altura de los álabes los diversos parámetros que definen el funcionamiento del compresor, no tiene importancia esta cuestión. Puede seguirse admitiendo que la densidad del aire es el valor medio en el escalón, valor para cuyo

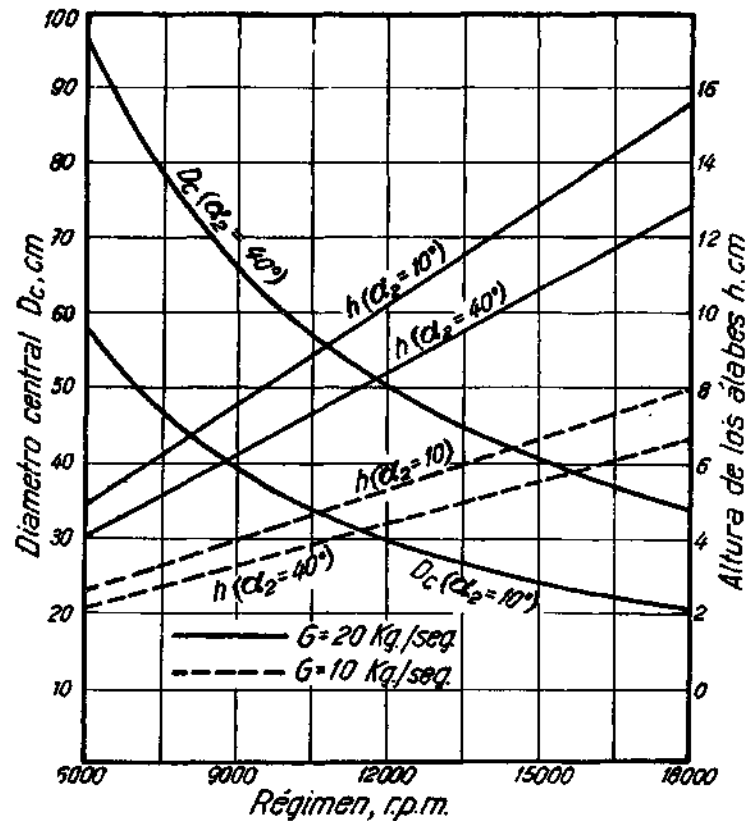


Fig. 33-VII. Diámetro central y altura de los álabes en función del régimen  
( $N_{M1C} = 0,7$ ,  $T_1 = 288^\circ\text{K}$ ,  $s/c = 1$ ).

cálculo resulta sencillo tomar la media geométrica dada por la expresión:

$$\rho_m = \rho_1 \left( 1 + \gamma_{ae} \frac{\Delta T_e}{T_1} \right)^{\frac{1}{2(\gamma - 1)}}. \quad [90-VII]$$

Por el contrario, cuando quieran determinarse con precisión la altura de los álabes en cada semiescalón, deberán calcularse por se-

parado los valores medios de la densidad en el rotor y en el estator.

De acuerdo con las simplificaciones admitidas, la ecuación [89-VII] se reduce a la expresión:

$$\frac{G}{g} = \pi \rho_{mc} V_a (r_b - r_h)^2 = \pi D_c h \rho_{mc} V_a \quad [91-VII]$$

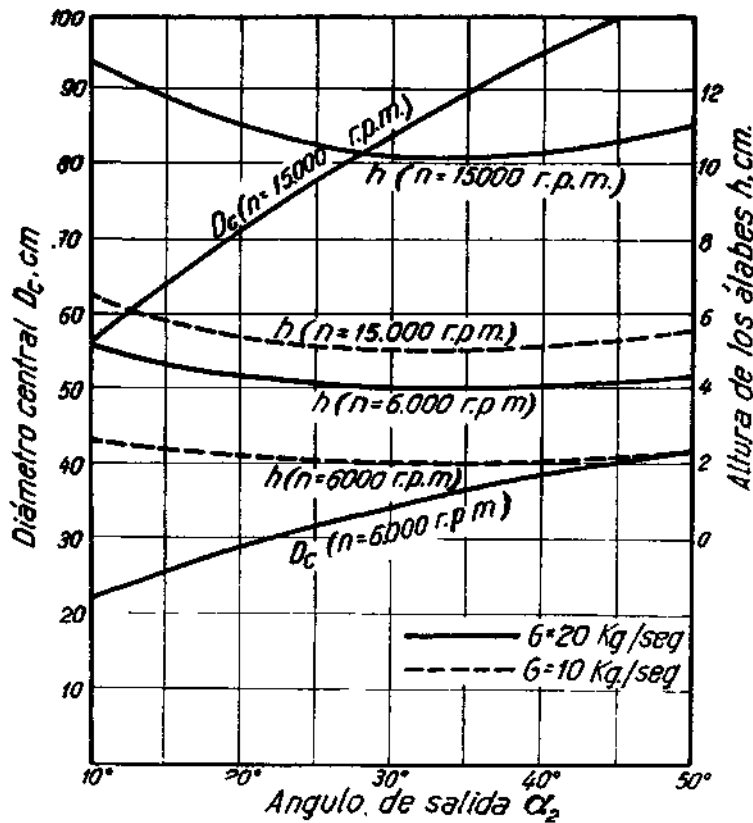


Fig. 34 VII. Diámetro central y altura del álabe en función del ángulo de salida en la sección central del compresor ( $N_{M1c} = 0,7$ ,  $T_1 = 288^\circ K$ ,  $\gamma/c = 1$ ).

Sustituyendo en esta fórmula el valor de  $D_c$  dado en [87-VII], y expresando la velocidad axial en función del número de Mach, se obtiene.

$$h = \frac{G}{60 g \rho_{mc} V_a} = \frac{G}{60 g \rho_{mc} V_a} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_{1c}} \cdot \frac{1}{\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c}} \quad [92-VII]$$

En las figuras 33-VII y 34-VII están trazadas las curvas de variación del diámetro central y de la altura de los álabes en función del régimen y del ángulo de salida. En ellas puede apreciarse cómo disminuye el diámetro central al aumentar el régimen, mientras

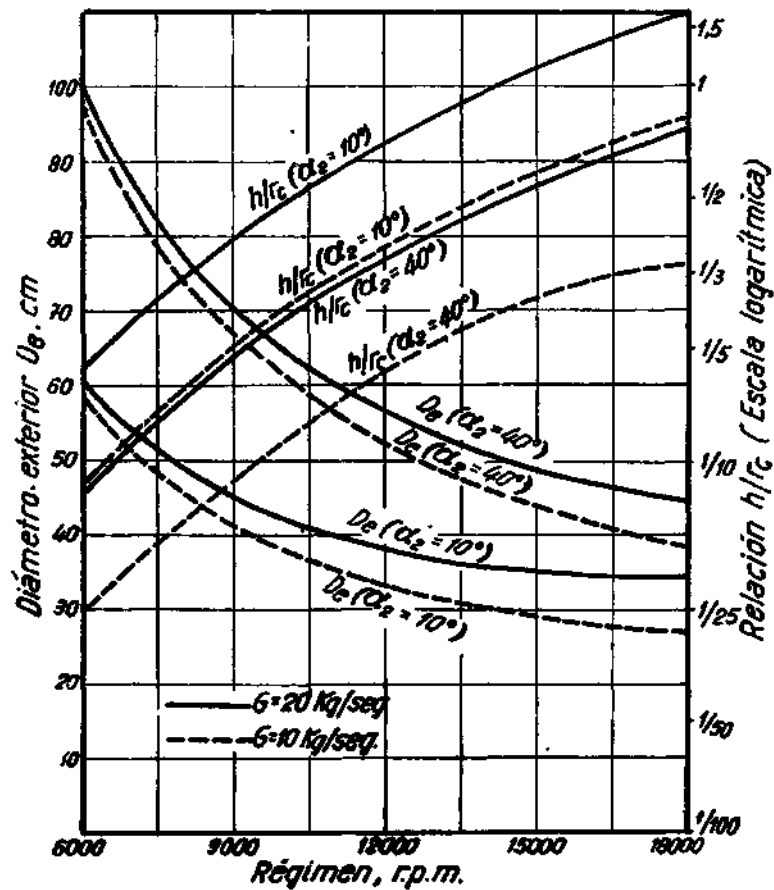


Fig. 35-VII. - Diámetro exterior y relación  $h/r_c$  en función del régimen para distintos ángulos de salida ( $N_{M1C} = 0,7$ ,  $T_1 = 288^\circ K$ ,  $s/c = 1$ ).

que, por el contrario, cada vez es mayor la altura de los álabes. El ángulo de salida ejerce una gran influencia en los valores de dicho diámetro central, mientras que no afecta en gran manera a la altura de los álabes, especialmente cuando es reducido el régimen del compresor.

Finalmente, en la figura 35-VII está representado el diámetro

exterior del compresor, factor de la mayor importancia en su aplicación a turborreactores o turbohélices. Como viene dado por la expresión:

$$D_e = D_c + h, \quad [93-VII]$$

se obtendrá simplemente mediante la suma de los valores dados por las fórmulas [88-VII] y [92-VII].

Puede observarse en dicha figura cómo el diámetro exterior disminuye con el régimen, correspondiendo los valores más reducidos cuando es pequeño el ángulo de salida.

También ha sido representada la relación  $h/r_c$ , la cual varía con el régimen y ángulo de salida en forma contraria al diámetro central del compresor. Los valores altos de  $h/r_c$  son perjudiciales, pues los álabes largos trabajan en peores condiciones que los cortos en cuanto a su resistencia mecánica, y al tener que dimensionarlos con cuerdas mayores resultará incrementada la longitud total del compresor. Las relaciones  $h/r_c$  muy pequeñas son mejores desde este punto de vista, pero pueden dar origen a que disminuya el rendimiento del escalón.

En la fórmula [92-VII] puede observarse que la altura de los álabes es inversamente proporcional a la densidad del aire, siendo en consecuencia cada vez más cortos cuando el aire se va comprimiendo en los sucesivos escalones.

## CÁLCULO MECÁNICO DE LOS ÁLABES

### Materiales

Tres tipos de álabes, en cuanto al material se refiere, se utilizan en la práctica: de acero, estampados y mecanizados; de aleación ligera bonificable de forja, y, por último, de aleación ligera fundida.

Cada uno de estos materiales tiene sus ventajas e inconvenientes. Con álabes de acero los compresores son más cortos, puesto que las cuerdas pueden ser más pequeñas; pero, en cambio, los esfuerzos centrífugos son mayores y la fabricación es más costosa. Los álabes de aleación ligera, estampados y mecanizados, se utilizan con gran frecuencia, presentando muy buenas características en cuanto a su peso y resistencia. También son de uso común los de aleación ligera de moldeo, utilizándose para su fabricación el

método «del molde de cera perdido», que consiste en esencia en fundir en coquilla álabes de cera, que luego sirven para sacar el modelo vaciado en piedra artificial. Con este procedimiento se consigue disminuir notablemente el tiempo de fabricación, teniendo especial ventaja para la construcción de grandes series.

Recientemente se ha utilizado otro método basado en una estampación de gran precisión, que permite terminar las superficies de los álabes mediante unas fases de simple pulido.

### Fuerzas de cálculo

Los álabes móviles, únicos que interesa calcular por resistencia de materiales, trabajan sometidos a esfuerzos producidos por la fuerza centrífuga y por la presión de los gases. La primera da lugar sobre la sección de empotramiento a un esfuerzo de tracción uniforme y a dos esfuerzos secundarios de flexión, ya que, en general, la resultante de las fuerzas centrífugas no cortará a los ejes principales de inercia. Las fuerzas de presión de los gases producirán dos momentos flectores según dichos ejes, un esfuerzo cortante sobre la sección de cálculo y un momento torsor. Como puede comprobarse, los únicos esfuerzos que tienen realmente importancia son los de tracción de la fuerza centrífuga, los de flexión de los gases en el sentido del eje de inercia mínima y los de flexión secundaria según este mismo eje.

Con frecuencia se determinan las curvas de distribución de los diferentes esfuerzos sobre la altura de los álabes, pero aquí nos limitaremos a calcularlos en la sección de empotramiento, que, como norma general, es la más cargada, y sobre todo teniendo en cuenta que el cálculo sería por completo análogo en cualquier otra sección. Por tanto, los primeros elementos que deberán calcularse serán el área, centro de gravedad y ejes principales de inercia de la sección de empotramiento, así como la variación radial de áreas y centros de gravedad a todo lo largo de los álabes.

### Elementos geométricos de la sección

El cálculo aerodinámico de los álabes proporciona su forma geométrica en cualquier sección a partir de la línea de curvatura media y del perfil simétrico básico que se haya escogido, pudiendo

efectuarse todos los cálculos en función de la cuerda, cuya longitud habrá de fijarse por las condiciones de resistencia del material.

El área de la sección puede determinarse con planímetro, o bien analíticamente si es que se ha elegido un perfil cuya repartición básica de espesores esté definida mediante ecuaciones. Trazado el perfil a partir de la línea de curvatura media, es fácil establecer fórmulas que proporcionen el área, centro de gravedad, ejes y momentos de inercia. En la práctica estas fórmulas resultan muy complicadas, siendo mucho mejor recurrir a procedimientos gráficos, con los que se obtienen directamente los elementos buscados (métodos de Mohr, Nelhs, etc.).

Determinados por cualquier procedimiento los momentos y el producto de inercia,  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_{xy}$ , respecto a dos ejes perpendiculares cualesquiera que pasen por el centro de gravedad, la posición de los ejes principales de inercia viene dada por:

$$\tan 2\theta = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}, \quad [94-VII]$$

en la que  $\theta$  es el ángulo que forman los dos ejes de abscisas o de ordenadas de uno y otro sistema.

Una vez calculado este ángulo, los momentos principales de inercia se obtienen con las fórmulas siguientes:

$$I_{\max.} = I_{y_0} = \frac{1}{2} \left( I_x + I_y + \frac{I_y - I_x}{\cos 2\theta} \right), \quad [95-VII]$$

$$I_{\min.} = I_{x_0} = \frac{1}{2} \left( I_x + I_y - \frac{I_y - I_x}{\cos 2\theta} \right). \quad [96-VII]$$

En la práctica, estos ejes principales de inercia coinciden con gran aproximación con las líneas trazadas desde el centro de gravedad perpendicular y paralelamente a la cuerda del perfil.

### Organización radial del álabe

El cálculo aerodinámico de los álabes, aunque proporciona el ángulo de torsión y la forma geométrica de cada sección, no indica la manera de cómo han de disponerse entre sí dichas secciones, situación que habrá de fijarse indicando la posición relativa de puntos homólogos.

Como el ángulo de situación  $\zeta$  que forma la cuerda con la normal al escalón viene fijado en todos los radios, bastará situar un punto del perfil para que resulte determinada la posición de cada sección. En la práctica, los centros de gravedad de cada perfil son los puntos que más interesa que resulten alineados en una posición conveniente, debiendo fijarse con ellos la forma radial del álabe.

Una disposición muy conveniente de dichos centros de gravedad consiste en alinearlos de manera que el momento flector secundario producido por la fuerza centrífuga compense, en parte, el debido a las fuerzas de presión del aire; pero, aun con esta disposición, puede tener el álabe formas muy diferentes. Ya sabemos que los álabes, y especialmente los de tipo torbellino libre, se construyen con perfiles de espesor variable. También es muy frecuente en la práctica diseñarlos de manera que las cuerdas disminuyan de la base hacia el vértice. Por otra parte, puede estudiarse la torsión y la variación de las cuerdas de manera que los bordes de ataque y salida queden alineados según líneas rectas, lo que puede traducirse en una mayor facilidad constructiva. Como es natural, para cada uno de estos casos el estudio de los esfuerzos mecánicos es diferente.

#### **Esfuerzos de tracción producidos por la fuerza centrífuga**

En el caso normal de ser el álabe de cuerda y perfil variables, la fuerza centrífuga que actúa sobre la sección de empotramiento vendrá dada por:

$$F_c = \rho_M \int_{r_b}^{r_v} \sigma_r \frac{u^2}{r} dr, \quad [97-VII]$$

en la que  $\rho_M$  es la densidad del material y  $\sigma_r$  la sección transversal correspondiente al radio  $r$ .

En la práctica puede determinarse esta fuerza dividiendo el álabe mediante secciones transversales en elementos de volumen de poca altura (cuatro o cinco suelen ser suficientes), convirtiéndose entonces dicha integral en la suma:

$$F_c = \rho_M \sum \sigma_r \frac{u^2}{r} dr. \quad [98-VII]$$

Cuando el álabe es de sección constante, el esfuerzo de tracción ejercido sobre la sección de empotramiento viene dado por:

$$f_c = \rho_M u_c^2 \frac{h}{r_c} = \rho_M \omega^2 h r_c. \quad [99-VII]$$

Estos álaves de sección constante trabajan mucho peor desde el punto de vista de la fuerza centrífuga. El caso ideal correspondería a una disminución del área de las secciones que proporcionase un esfuerzo constante de tracción desde la base hasta las proximidades del vértice; pero este álabe tendría una forma difícil de construir, ya que la disminución de área vendría dada por una ley exponencial y tendría un borde muy agudo en su vértice.

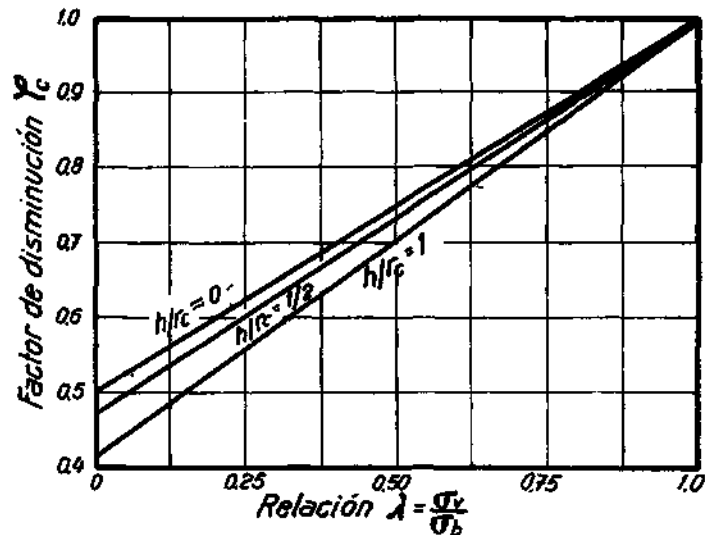


Fig. 36-VII.—Factor de disminución de los esfuerzos centrífugos en álaves con variación lineal de sección.

Es frecuente en la práctica que el área de las secciones transversales disminuya linealmente, en la forma:

$$\sigma_r = \sigma_b - \frac{\sigma_b - \sigma_v}{r_v - r_b} (r - r_b). \quad [100-VII]$$

Sustituyendo esta expresión en [97-VII], y poniendo  $u = r\omega$  para facilitar los cálculos, se obtiene:

$$f'_c = \frac{F_c}{\sigma_b} = \rho_M u_c^2 \frac{h}{r_c} \left[ 1 - \frac{\sigma_b - \sigma_v}{2 \sigma_b} \left( 1 + \frac{h}{6 r_c} \right) \right]. \quad [101-VII]$$



En este caso de disminución lineal del área, el esfuerzo de tracción viene dado por el producto del esfuerzo  $f_c$ , correspondiente al caso de sección constante, por un factor  $\varphi_c$ , menor que la unidad, cuyo valor:

$$\varphi_c = 1 - \frac{1 - \lambda}{2} \left( 1 + \frac{h}{6 r_c} \right), \quad [102-VII]$$

es función de las relaciones  $\lambda = \sigma_v/\sigma_b$  y  $h/r_c$  (fig. 36-VII).

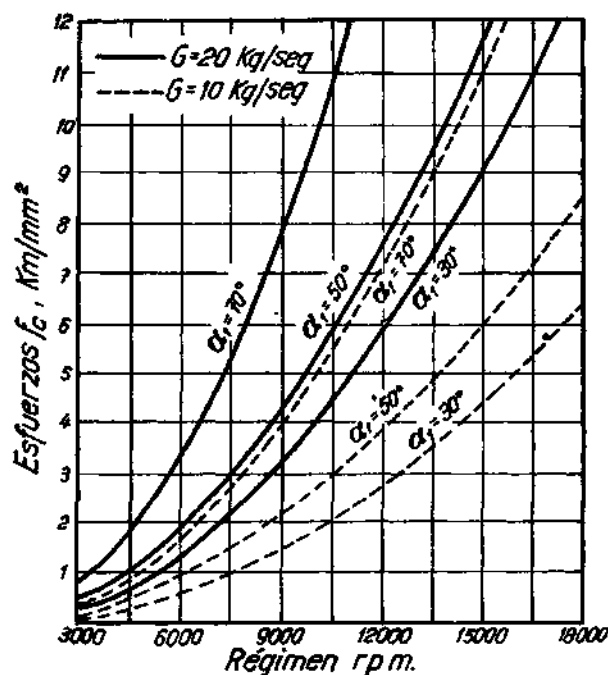


Fig. 37-VII. Esfuerzos de tracción producidos por la fuerza centrífuga.

Para una forma geométrica determinada del álabe, los esfuerzos de tracción producidos por la fuerza centrífuga no dependen de la cuerda. Por tanto, estos esfuerzos no pueden servir de criterio para dimensionar dicha variable. En cambio, imponen una relación entre el régimen del compresor y el gasto en peso de aire. En efecto, teniendo en cuenta los valores de  $r_c$  y  $h$  que se obtienen de las fórmulas [86-VII] y [91-VII], resulta como expresión del esfuerzo en el álabe de sección constante:

$$f_c = \frac{\rho_m}{\rho_{mc}} \frac{G}{g} \frac{\pi n^2}{1.800 V_a}, \quad [103-VII]$$

o bien en función del número de Mach:

$$f_c = \frac{\rho_M}{\rho_{Mc}} \frac{G}{g} \frac{\pi n^2}{1.800 \sqrt{g} \gamma R T_{1c} N_{M1c} \cos \alpha_{1c}} \quad [104-VII]$$

En estas fórmulas se pone de manifiesto que para un esfuerzo máximo admisible cuanto mayor sea el gasto de aire, o sea, el tamaño del compresor, menor ha de ser su régimen.

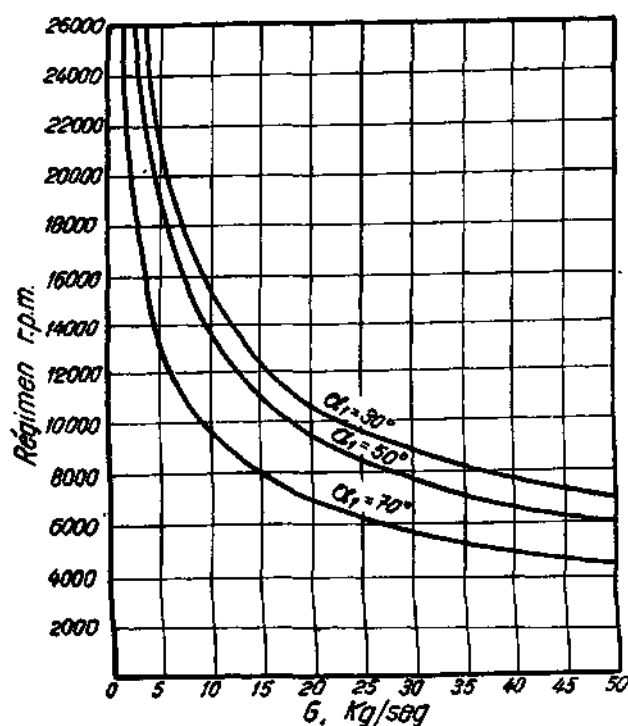


Fig. 38-VII.—Variación del régimen del compresor con el gasto de aire, para un esfuerzo constante de tracción centrífuga, igual a 5 Kg/mm².

En la figura 37-VII están trazados los esfuerzos de tracción producidos por la fuerza centrífuga en álabes de sección constante. Para su cálculo se ha tomado:

$$T_{1c} = 288^\circ K, \quad \rho_M = 280 \text{ Kg. seg}^2/m^4, \\ \rho_{Mc} = 0,125 \text{ Kg. seg}^2/m^4 \quad \text{y} \quad N_{M1c} = 0,7.$$

Finalmente, con los mismos datos anteriores y fijando un esfuerzo  $f_c$  igual a 5 Kg/mm², se ha calculado la figura 38-VII. en la que

se representa la variación del régimen en función del gasto de aire para distintos valores del ángulo de entrada  $\alpha_1$ .

Los valores máximos de los esfuerzos de tracción producidos por la fuerza centrífuga que pueden admitirse, dependen del material utilizado y de los esfuerzos que se produzcan en la flexión de los álabes. En general, son normales esfuerzos comprendidos entre 5 y 10 Kg/mm<sup>2</sup> en álabes de aleación ligera, correspondiendo los valores inferiores a álabes fabricados mediante fundición, caso más frecuente en grandes series de álabes largos, y admitiéndose los valores mayores en los fabricados mediante estampación o forja. Con álabes de acero los esfuerzos admisibles son del orden del doble de los mencionados.

### **Esfuerzos de flexión producidos por el aire**

El método de cálculo que presentará mayor ventaja consistirá en determinar los momentos flectores según las direcciones tangencial y axil, para después hallar sus componentes según los ejes principales de inercia. Como en el caso de los esfuerzos centrífugos se admitirá que la sección más cargada corresponde a la de empotramiento.

Los valores teóricos de las fuerzas que por unidad de altura ejerce el aire sobre los álabes, en las direcciones tangencial y axil, ya fueron determinados (fórmulas [2-VII] y [3-VII]). Denominándolas  $F_t$  y  $F_a$ , tenemos:

$$F_t = \rho V_a^2 s (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2), \quad [105-VII]$$

$$F_a = \frac{1}{2} \rho V_a^2 s (\tan^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha_2), \quad [106-VII]$$

siendo:

$$F_a = \frac{1}{2} F_t (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) = F_t \tan \alpha_m. \quad [107-VII]$$

La expresión de  $F_t$  es válida en todos los casos, pero su integración a lo largo de la altura de los álabes proporciona una fuerza resultante mayor que la que realmente ha de producirse, si es que no se considera el coeficiente  $\xi$  de distribución de la velocidad axil. Asimismo, el valor teórico de  $F_a$  dado en [106-VII] es superior a su valor real, al no haberse tenido en cuenta en él los efectos de fricción.

No obstante, tomaremos para la determinación de los momentos flectores estos dos valores teóricos, con los que resultan los cálculos más sencillos y dentro de un cierto margen de seguridad.

La densidad del aire se tomará constante, ya que su valor medio coincide prácticamente con su valor en la sección central y resultaría una complicación inútil considerar su variación radial. Tomando también constante la velocidad axil es fácil comprobar que en estas condiciones la fuerza tangencial no depende del radio. En efecto, la fórmula [105-VII] puede ponerse en la forma:

$$F_t = \rho_{mc} V_a^2 \frac{s}{u} u (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2),$$

en la que  $\rho_{mc}$  y  $V_a$  son constantes por hipótesis;  $u (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)$  no depende del radio de acuerdo con las condiciones de equilibrio radial de la corriente, y en el término  $s/u$ , tanto  $s$  como  $u$  son proporcionales al radio del compresor.

El momento flector tangencial vendrá dado por:

$$M_t = \int_{r_b}^{r_c} F_t (r - r_b) dr = F_t \frac{h^2}{2} = \rho_{mc} V_a^2 s_c (\tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c}) \frac{h^2}{2}. \quad [108-VII]$$

La fuerza axil no es constante, ya que  $\tan \alpha_m$  es función del radio. En álabes tipo torbellino libre, de las fórmulas que proporcionaban la variación radial de los ángulos de entrada y salida, se deduce:

$$\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2 = (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c}) \left( 2 \frac{r}{r_c} - \frac{r_c}{r} \right),$$

o sea:

$$\tan \alpha_m = \left( 2 \frac{r}{r_c} - \frac{r_c}{r} \right) \tan \alpha_{mc}. \quad [109-VII]$$

Tendremos, pues, para el momento flector:

$$M_a = \int_{r_b}^{r_c} F_t \tan \alpha_m \left( 2 \frac{r}{r_c} - \frac{r_c}{r} \right) (r - r_b) dr = \rho_{mc} V_a^2 s_c \tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c} \times \left\{ \begin{aligned} &\times \tan \alpha_{mc} \frac{h^2}{2} \left[ 2 + \frac{h}{3r_c} - \frac{2r_c}{h} + \frac{r_c}{h} \left( \frac{2r_c}{h} - 1 \right) \log \frac{1 + \frac{h}{2r_c}}{1 - \frac{h}{2r_c}} \right], \end{aligned} \right\} \quad [110-VIII]$$

que puede ponerse en la forma:

$$M_a = M_t \tan \alpha_{mc} \varphi_a, \quad [111-VII]$$

en la que  $\varphi_a$ , dado por

$$\varphi_a = 2 + \frac{h}{3r_c} - \frac{2r_c}{h} + \frac{r_c}{h} \left( \frac{2r_c}{h} - 1 \right) \log \frac{1 + \frac{h}{2r_c}}{1 - \frac{h}{2r_c}} \quad [112-VII]$$

es un factor de distribución de la carga axil.

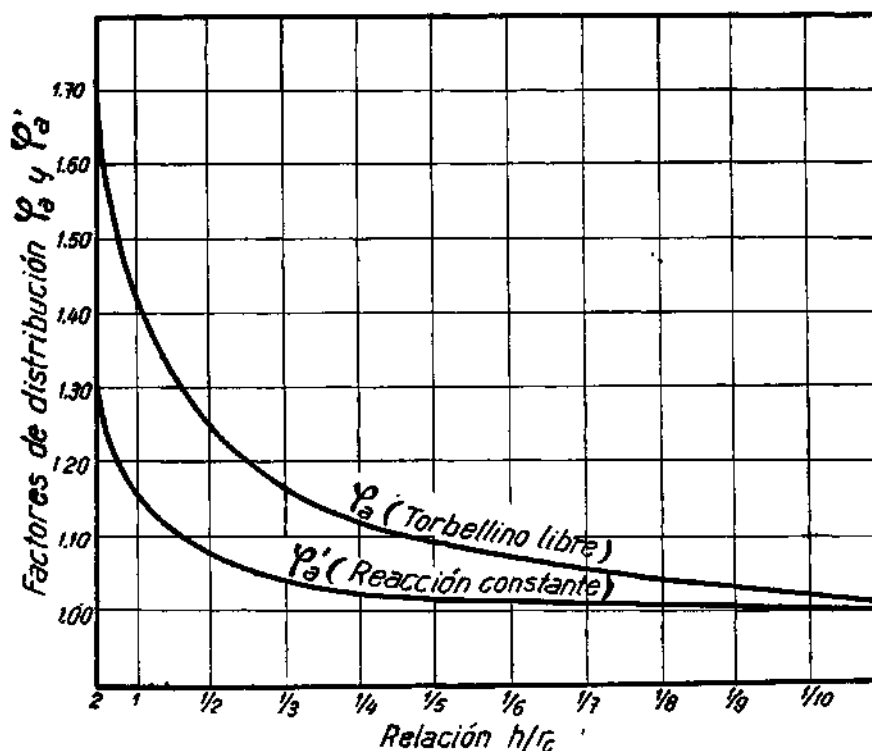


Fig. 39-VII.—Factores de distribución de los esfuerzos de flexión producidos por los momentos axiales, en función de la relación  $h/r_c$ .

En álabes de reacción constante, tenemos:

$$\tan \alpha_m = \frac{1}{2} \frac{u}{V_a} = \frac{1}{2} \frac{u_c}{V_a} \frac{r}{r_c} = \frac{r}{r_c} \tan \alpha_{mc}, \quad [113-VII]$$

resultando para el momento flector:

$$\begin{aligned} M'_a &= \int_{r_b}^{r_c} F_t \tan \alpha_{mc} \frac{r}{r_c} (r - r_b) dr = \\ &= \rho_{mc} V_a^2 s_c (\tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c}) \tan \alpha_{mc} \frac{h^2}{2} \left( 1 + \frac{h}{6 r_c} \right), \end{aligned} \quad [114-VII]$$

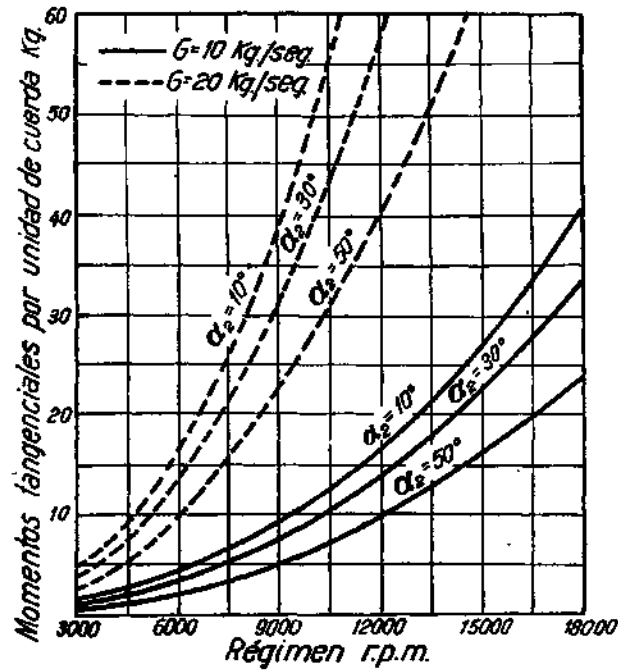


Fig. 40-VII. - Variación de los momentos flectores tangenciales con el régimen, para diferentes valores del gasto de aire y ángulo  $\alpha_2$ .

que, a su vez, puede ponerse en la forma:

$$M'_a = M_t \tan \alpha_{mc} \varphi'_a, \quad [115-VII]$$

siendo:

$$\varphi'_a = 1 + \frac{h}{6 r_c}. \quad [116-VII]$$

Estos factores de distribución de cargas no dependen más que de la relación  $h/r_c$ . En la figura 39-VII están representados a partir del valor máximo posible, igual a 2, de dicha relación.

Para el desarrollo inicial de un proyecto puede tener mayor interés expresar los momentos flectores en función del régimen y del gasto, en forma análoga a como se efectuó para los esfuerzos centrífugos. Procediendo similarmente, se obtiene:

$$M_t = \frac{s_c n^2 G^2 (\tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c})}{7.200 \rho_{mc} g^2 (g \gamma R T_{1c}) N_{M1c}^2 (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c})^2 \cos^2 \alpha_{1c}}, \quad [117-VII]$$

$$M_a = \frac{s_c n^2 G^2 (\tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c}) \varphi_a}{14.400 \rho_{mc} g^2 (g \gamma R T_{1c}) N_{M1c}^2 (\tan \alpha_{1c} + \tan \alpha_{2c}) \cos^2 \alpha_{1c}}. \quad [118-VII]$$

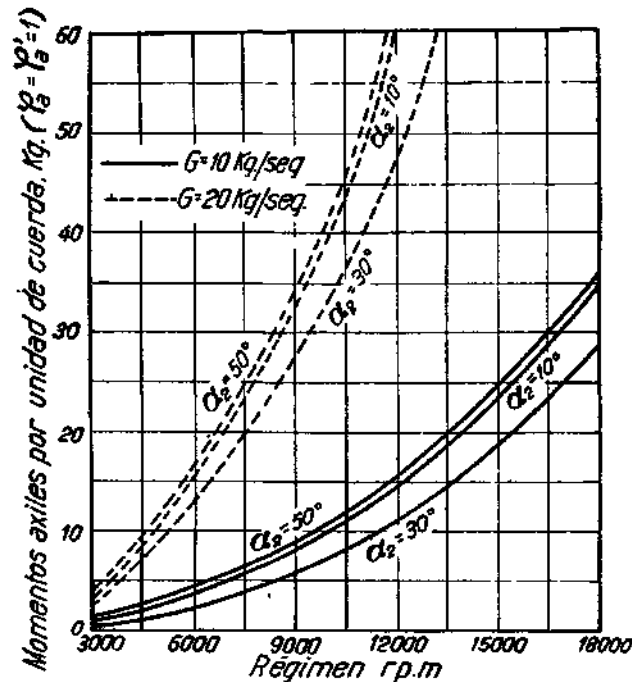


Fig. 41-VII.—Variación de los momentos flectores axiales con el régimen, para diferentes valores del gasto de aire y ángulo  $\alpha_2$ .

En las figuras 40-VII y 41-VII están representados estos momentos flectores en función del régimen y del gasto en peso de aire, habiéndose tomado para los momentos axiales un factor de distribución de cargas igual a la unidad.

Los momentos flectores según los ejes principales de inercia

se obtendrán proyectando los momentos tangenciales y axiles sobre dichos ejes. Tendremos (fig. 42-VII):

$$M_{X_0} = M_t \cos \Lambda + M_a \sin \Lambda, \quad [119-VII]$$

$$M_{Y_0} = M_t \sin \Lambda - M_a \cos \Lambda. \quad [120-VII]$$

Los puntos en los que más interesa determinar los esfuerzos de flexión son en el borde de salida, parte superior del extradós y en

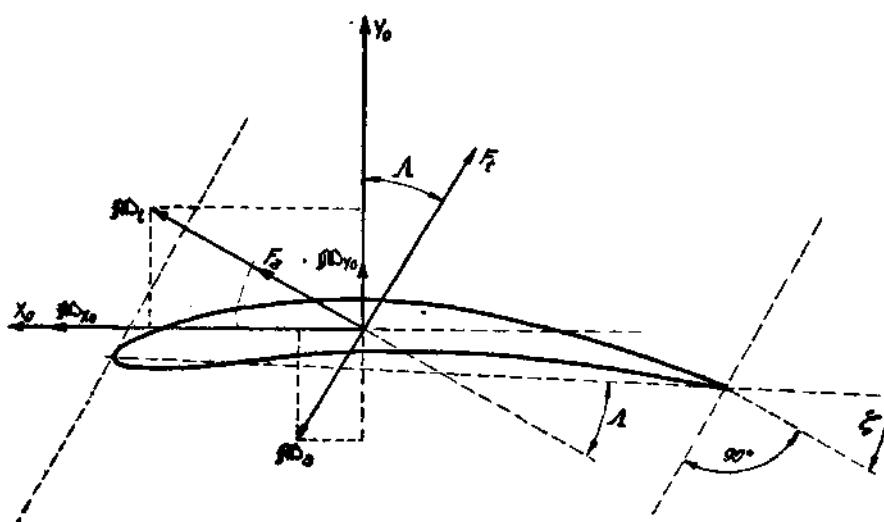


Fig. 42-VII.—Momentos flectores según los ejes principales de inercia, obtenidos mediante la proyección de los momentos tangencial y axial.

el borde de ataque, tal como se indica en la figura 43-VII. Vendrán dados por:

$$f_1 = \frac{M_{X_0} y_1}{I_{X_0}} + \frac{M_{Y_0} x_1}{I_{Y_0}}, \quad [121-VII]$$

$$f_2 = \frac{M_{X_0} y_2}{I_{X_0}} + \frac{M_{Y_0} x_2}{I_{Y_0}}, \quad [122-VII]$$

$$f_3 = \frac{M_{X_0} y_3}{I_{X_0}} + \frac{M_{Y_0} x_3}{I_{Y_0}}. \quad [123-VII]$$

En estas fórmulas deberán tenerse en cuenta en cada caso los signos de los momentos flectores y de las coordenadas  $x_i$  e  $y_i$ .

El momento flector  $M_{X_0}$  es siempre considerablemente mayor



que el  $\mathcal{M}_{y_0}$ , mientras que, por otra parte, el momento de inercia  $I_{x_0}$  es del orden de unas 500 veces superior al  $I_{x_0}$ , por todo lo cual resultan por completo despreciables los segundos términos de las fórmulas anteriores.

Normalmente las ordenadas  $y_1$  e  $y_2$  son negativas, obteniéndose esfuerzos de tracción en los bordes de salida y ataque, mientras que  $y_2$  es siempre positiva, proporcionando un esfuerzo de compresión en la parte superior del extradós del álabe. Los esfuerzos más peligrosos son los de tracción, ya que se suman con los producidos por la fuerza centrífuga. Generalmente la parte más cargada

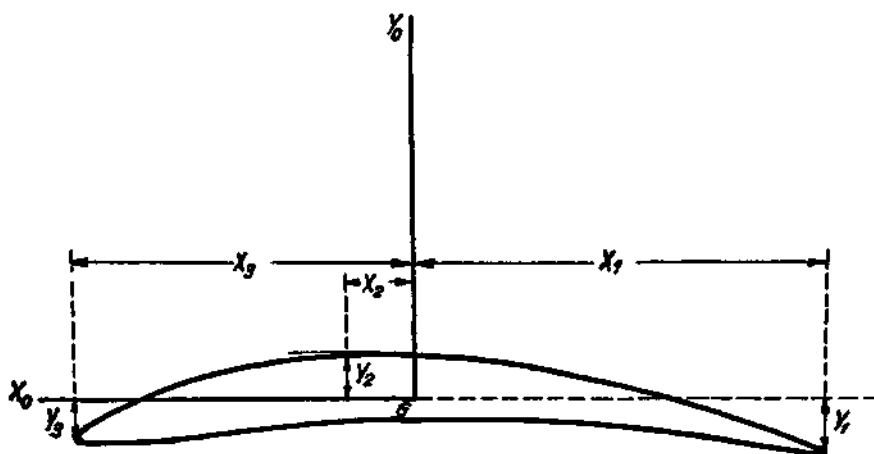


Fig. 49-VII.—Coordenadas de los bordes de salida y ataque y del borde superior del extradós, puntos en los que interesa principalmente determinar los esfuerzos de flexión.

es el borde de salida, pues suele ser mayor la ordenada  $y_1$  que la  $y_2$ . El esfuerzo de compresión en la parte superior del extradós puede ser superior a cualquier otro de tracción, pero resulta amortiguado por el efecto compensador de la fuerza centrífuga.

Los esfuerzos de flexión resultan ser inversamente proporcionales al cuadrado de las cuerdas. En efecto, en las fórmulas [117-VII] y [118-VII] hay que considerar que el paso  $s$  depende de la cuerda, pues al modificar esta última magnitud debe mantenerse la relación  $s/c$  seleccionada, por lo cual habrá que variar el número de álabes. Según esto, los momentos flectores pueden expresarse en la forma siguiente:

$$\mathcal{M} = \frac{s}{c} c n^2 G^2 f(N_{M1}, a_2). \quad [124-VII]$$

Por otra parte, como los momentos resistentes  $I_{Y_0}/y_i$  son proporcionales al cubo de las cuerdas, resultará que los momentos flectores son inversamente proporcionales a  $c^3$ , de acuerdo con lo que quería demostrarse.

Los esfuerzos de flexión no son exactamente proporcionales al cuadrado del régimen o del gasto (1), pues al modificar cualquiera de estas variables cambia la altura del álabe. Con ella varía el grado de curvatura de la sección de empotramiento, modificándose en consecuencia las ordenadas y momentos de inercia.

Expresando los momentos flectores en función de la altura mediante las fórmulas [108-VII] y [110-VII] o [114-VII], puede observarse que los esfuerzos son proporcionales al cuadrado del alargamiento  $h/c$  del álabe. Valores de este último parámetro del orden de 2:1, o ligeramente superiores, proporcionan, en general, unos esfuerzos de flexión fácilmente tolerables. Normalmente son admisibles esfuerzos de flexión de hasta unos 5 Kg/mm<sup>2</sup> en álabes de aleación ligera, y del orden del doble en los de acero.

#### **Momentos secundarios de flexión producidos por la fuerza centrífuga**

Cuando la resultante de las fuerzas centrífugas no pasa por el centro de gravedad de la base se produce un momento flector que puede compensar, en parte, al originado por las fuerzas de presión del aire. Pero no es esto solamente lo que sucede, ya que, aunque dicha resultante pase inicialmente por el centro de gravedad, en cuanto el álabe tienda a deformarse bajo la acción de la presión del aire aparece un momento flector secundario de la fuerza centrífuga que produce una compensación dinámica de los momentos principales de flexión.

Para estos cálculos solamente interesa considerar momentos flectores según el eje  $X_0$ , o sea, aquellos que actúan sobre los momentos mínimos de inercia. Asimismo, también puede admitirse que en cualquier punto del álabe las fuerzas centrífugas son paralelas. De esta manera la resultante de ellas en cada sección pasa por su respectivo centro de gravedad.

---

(1) Nos referimos al caso en el que se están determinando los esfuerzos nominales en el proyecto de un compresor, pero no al caso muy diferente de funcionar en condiciones variables un compresor ya construido.

El cálculo de la compensación estática se realiza fácilmente. Si  $d_r$  es la distancia de los centros de gravedad de cada sección al plano radial que pasa por el eje de inercia mínima  $X_0$  de la sección de empotramiento, el momento de las fuerzas centrífugas vendrá dado por:

$$M_c = \int_{r_b}^{r_v} \rho_M \sigma_r \omega^2 r d_r dr. \quad [125-VII]$$

Una vez conocidas las funciones  $\sigma_r = f(r)$  y  $d_r = f(r)$  se puede calcular esta integral gráficamente, o bien se transforma en una suma dividiendo el álabe en cuatro o cinco secciones de acuerdo con el método acostumbrado.

A fin de poder estimar el orden de los valores de estos momentos de compensación, se procederá al cálculo de un caso sencillo.

Supongamos que los centros de gravedad están dispuestos según una línea recta, cuya proyección es perpendicular al eje  $X_0$ . En este caso, si se designa con  $d_v$  la distancia del centro de gravedad de la sección en el vértice al radio que pasa por el centro de gravedad de la base, tendremos (fig. 44-VII):

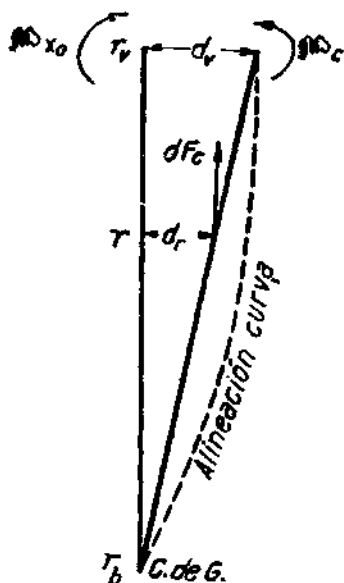


Fig. 44-VII.—Alineaciones de los centros de gravedad para conseguir una compensación de los esfuerzos de flexión.

$$d_r = \frac{d_v}{r_v - r_b} (r - r_b). \quad [126-VII]$$

Considerando el caso de disminución lineal de las áreas de las secciones (fórmula [100-VII]), bastará sustituir estas expresiones de  $d_r$  y  $\sigma_r$  en la fórmula [125-VII] para calcular el momento flector. Resulta:

$$M_c = \frac{1}{6} \rho_M u_b^2 \sigma_b d_r \left[ (\lambda + h) \frac{r_c}{h} - \frac{\lambda}{2} \left( \frac{h}{r_c} \right)^2 \right], \quad [127-VII]$$

en la que  $\lambda = \sigma_v / \sigma_b$  es la relación de disminución de las áreas.

Para todos los casos normales en los que  $h/r_c$  es igual o menor que  $1/3$ , puede despreciarse el término en  $(h/r_c)^2$ , resultando:

$$M_c = \frac{1}{6} \rho_M u_c^2 s_b \frac{d_v}{h} (\lambda + h) \frac{h^3}{r_c}. \quad [128-VII]$$

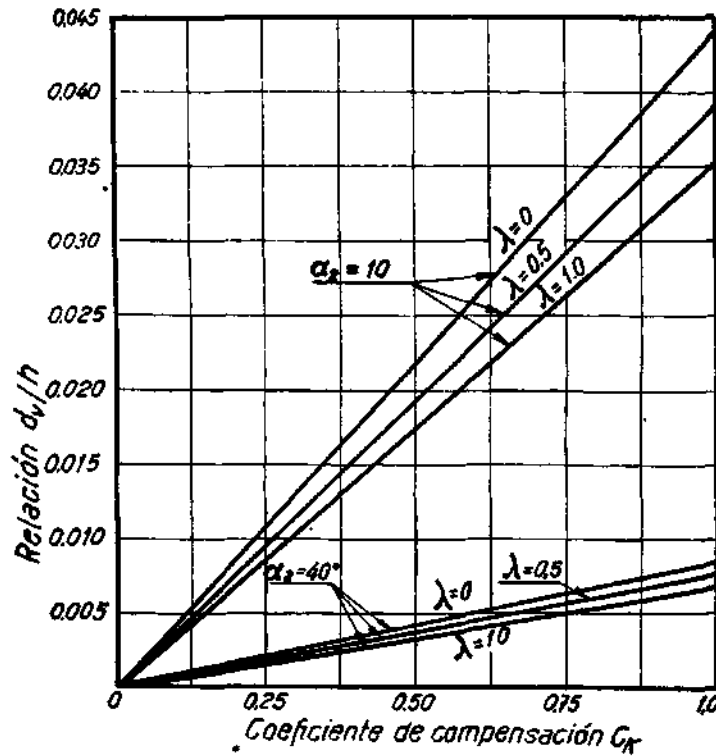


Fig. 45-VII.—Relación flecha en el vértice/altura del alabe, necesaria para conseguir compensaciones de momentos flectores desde 0 al 100 % ( $h/c = 2$ ,  $s/c = 1$ ,  $\sigma_p/c^2 = 0.04$ ,  $\varphi_a = 1$ ,  $\Lambda \approx \alpha_m$ ,  $N_{M1c} = 0.7$ ,  $\rho_M/\rho_{ar} = 2.250$ ,  $h/r_c = 1/3$ ).

Recordando que el momento flector producido por el aire según el eje de inercia mínima, viene dado por:

$$\begin{aligned} M_{X_0} &= M_f (\cos \Lambda + \varphi_a \tan \alpha_{mc} \sin \Lambda) = \\ &= \rho_{mc} V_a^2 s_c (\tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c}) \frac{h^3}{2} (\cos \Lambda + \varphi_a \tan \alpha_{mc} \sin \Lambda), \end{aligned} \quad [129-VII]$$

resulta para el coeficiente de compensación  $C_K$ , igual a la relación

entre el momento de las fuerzas centrífugas y el producido por el aire:

$$C_K = \frac{M_c}{M_{X_0}} = \frac{1}{3} \frac{u_c^2}{V_a^2} \frac{\rho_M}{\rho_{mc}} \frac{\sigma_b}{c_c^2} \frac{h}{r_c} \frac{\lambda + h}{\frac{h}{c_c} \left( \frac{s}{c} \right)_c} \times \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} [130-VII]$$

$$\times \frac{d_v}{h} \frac{1}{(\tan \alpha_{1c} - \tan \alpha_{2c}) (\cos \Lambda + \varphi_a \tan \alpha_{mc} \sin \Lambda)}$$

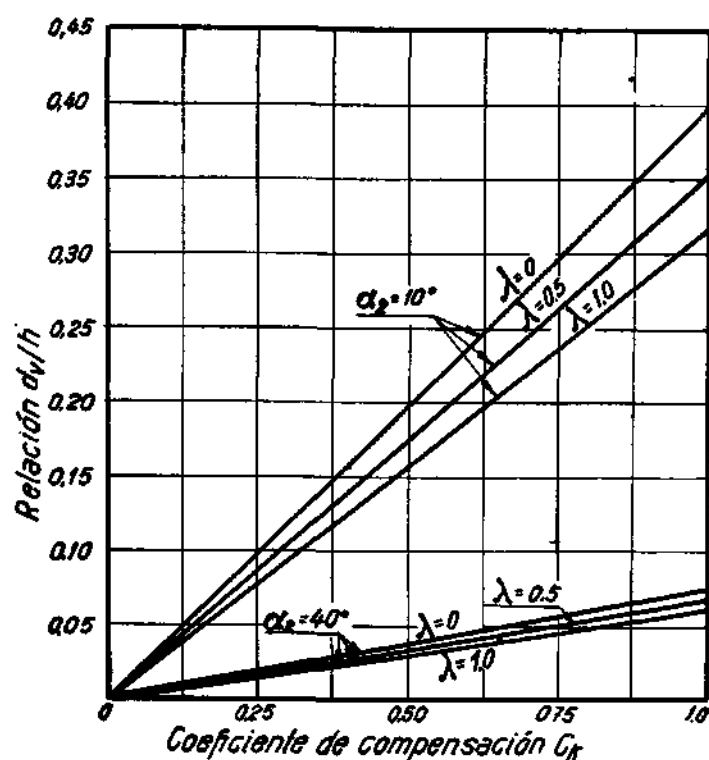


Fig. 46-VII.—Relación flecha en el vértice/altura del álabe, necesaria para conseguir compensaciones de momentos flectores desde 0 al 100 %. (iguales datos de partida que en la figura anterior, excepto que se ha tomado:  $\rho_M/\rho_{mc} = 750$ ,  $h/r_c = 1/9$ .)

En las figuras 45-VII y 46-VII se han trazado los valores que se necesitan de la relación  $d_v/h$  para conseguir compensaciones variables desde 0 al 100 %. La primera figura corresponde al caso de los álabes de los primeros escalones del compresor, en los que la densidad del aire es del orden del valor ambiente y la relación  $h/r_c$

tiene valores relativamente grandes (álabes largos); mientras que en la segunda la densidad del aire se ha tomado igual a tres veces su valor inicial y, en consecuencia, se ha fijado un valor tres veces menor de la relación  $h/r_c$  (1).

El cálculo se ha efectuado tomando valores de  $s/c$  y  $h/c$  iguales a 1 y 2 respectivamente. Fijado el valor del ángulo  $\alpha_2$ , se determina el de  $\alpha_1$  teniendo en cuenta la relación  $s/c$  que se ha elegido, y con él se calculan las velocidades  $u$  y  $V_a$  a partir de un número de Mach en la sección central y referido a la velocidad relativa  $w_1$  igual a 0,7. Se ha tomado  $\varphi_a = 1$  y se ha supuesto  $\Lambda = \alpha_{mc}$ .

De la observación de las citadas figuras se deduce la conclusión de que para los primeros escalones, que son generalmente los más cargados, bastan pequeños valores de la flecha  $d_v$ , inferiores al 4 % de la altura del álabe para conseguir una compensación total del momento principal de flexión producido por el aire. En cambio, en los últimos escalones para llegar a una compensación de este tipo harían falta flechas muy elevadas, normalmente inadmisibles desde el punto de vista constructivo y aun desde el punto de vista del comportamiento aerodinámico del álabe.

*Obsérvese la gran influencia que ejerce el ángulo  $\alpha_2$  en la compensación de momentos. Esta influencia se ejerce a través de los valores resultantes de la velocidad periférica, mayores a medida que dicho ángulo aumenta, lo que lleva consigo que sean también mayores los momentos producidos por la fuerza centrífuga.*

Conviene advertir que no debe pensarse en conseguir una compensación total del momento principal de flexión, ya que este momento es proporcional a la densidad del aire circulante, mientras que los momentos centrífugos no dependen más que del régimen. Una compensación total al nivel del mar sería perjudicial cuando el motor funcionase a grandes alturas debido a la gran disminución de la densidad del aire ambiente, pues en estas condiciones el momento de las fuerzas centrífugas podría llegar a ser tres o cuatro veces mayor que el producido por el aire. Por tanto, son más convenientes compensaciones del orden del 50 %.

En la práctica no es frecuente que los centros de gravedad se dispongan en la forma tan sencilla que hemos considerado. En ge-

---

(1) Recuérdese que la altura de los álabes es inversamente proporcional a la densidad del aire, mientras que el radio central del compresor varía muy poco de unos escalones a otros

neral, factores constructivos imponen a veces la forma del álabe, no quedando los centros de gravedad alineados según una recta y ni siquiera en un mismo plano. Por otra parte, desde el punto de vista teórico tampoco es muy conveniente que los centros de gravedad se dispongan sobre una recta. Hay que considerar que en esta forma la parte inferior del álabe, que es la de más peso, contribuye escasamente a la compensación, mientras que si dichos centros de gravedad estuvieran situados sobre una línea curva, tal como la insertada en forma punteada en la figura 44-VII, dicha compensación sería mucho más eficaz, pudiéndose reducir el valor de la flecha en el vértice.

Como ya se indicó, además de esta compensación estática de esfuerzos existe una compensación dinámica en la que las fuerzas centrífugas se oponen a la flexión del álabe. Su importancia es, desde luego, mucho menor, estando su estudio relacionado con las vibraciones del álabe. Estas cuestiones se tratarán en capítulo aparte cuando se consideren, en general, los problemas vibratorios que se producen en los turborreactores.

#### NOCIONES GENERALES SOBRE EL DIMENSIONADO DE UN COMPRESOR AXIL

##### Consideraciones previas

Para el proyecto de un compresor axil se parte siempre de dos datos que vendrán impuestos en todos los casos: el gasto de aire en peso y la relación de compresión, cuyos valores vendrán fijados en el proyecto general del turborreactor o máquina en la que el compresor haya de ser instalado.

Además de estos dos datos de partida existen otras variables fundamentales que determinan las más importantes características y actuaciones del compresor. Son el rendimiento, área frontal y relación peso/potencia. De alguna menor importancia, pero también del mayor interés, son los resultados que se obtengan en cuanto a la longitud y número de escalones del compresor, precio y facilidad de fabricación, conservación, seguridad funcional y buenas actuaciones con regímenes variables del motor.

Como es natural, no es posible proyectar un compresor en el que todas sus características y actuaciones correspondan a sus va-

lores óptimos. Por ejemplo, si se desean obtener altas relaciones de compresión por escalón a fin de disminuir el número de ellos y la longitud total del compresor, ha de ser a costa del rendimiento. Valores reducidos del área frontal se logran también a costa del rendimiento, del incremento de temperatura por escalón e incluso de la relación peso/potencia.

Por las razones anteriores, y subordinándose a la principal utilización que haya de tener la máquina, hay que decidir qué cualidades del compresor son las que deben predominar sobre las demás, y en función de ellas es como se determinan las variables independientes y datos constructivos que fijan las características y actuaciones del mismo. Según esto, será de la mayor importancia determinar cuáles son dichos datos y variables, así como estudiar la influencia que ejercen cada una de ellas en las características y en el funcionamiento del compresor.

#### **Variables, datos constructivos y parámetros fundamentales que fijan las características y actuaciones del compresor**

Las principales variables, parámetros y datos constructivos de que dispone el proyectista de un compresor cuando ha de proceder al cálculo de éste, son las que se insertan en los cinco siguientes grupos:

- a) Forma constructiva de los álabes, en la que se incluyen el perfil simétrico básico, la forma de la línea de curvatura media, el tipo de torsión, las variaciones radiales de las características geométricas de cada sección (cuerda, espesor e incluso el propio perfil) y las alineaciones de los centros de gravedad.
- b) Material utilizado y sus características mecánicas.
- c) Relación paso/cuerda, ángulo de salida  $\alpha_2$ , incidencia y número de Mach.
- d) Número de Reynolds, juegos axiales y radiales y pulimento superficial.
- e) Organización axial del compresor, es decir, la determinación de la posible variación de los datos y parámetros anteriores en los sucesivos escalones de la máquina.

Además del estudio de los datos anteriores debe considerar el proyectista el tipo de construcción del compresor (en tambor o discos, por ejemplo) y el de sus elementos auxiliares, tales como los



diversos cárters, tobera de entrada, difusor de salida, álabes, guías, cojinetes, etc.

No siempre se toman las mismas variables que hemos insertado como datos de partida en el cálculo de un compresor axil. Con frecuencia se utilizan el coeficiente de flujo  $V_a/u$  y el ángulo de situación como variables independientes; otras veces se limitan las actuaciones del compresor teniendo en cuenta el valor máximo del coeficiente de sustentación en vez de utilizar la deflexión nominal. No obstante, los cálculos y resultados que se obtienen son siempre fundamentalmente los mismos.

Por otra parte, no todos los datos y variables que se citaron son independientes. Por ejemplo, el número de Mach crítico depende de la forma y disposición de los álabes, y a su valor hay que referir el del número de Mach de entrada, aunque siempre existe amplia libertad para tomarlo menor o mayor que él, según que se quiera que en el compresor predomine el rendimiento o la relación de presiones. También hay que tener en cuenta que en el cálculo sucesivo de cada escalón se conoce la velocidad de salida en el anterior, bastando fijar la incidencia y la relación paso/cuerda para que quede determinado el ángulo de salida, puesto que, como es natural, se procurará siempre funcionar con los valores máximos de la deflexión. No obstante, el valor medio de dicho ángulo  $\alpha_2$  en el compresor se determina previamente, puesto que de él dependen esencialmente las características y actuaciones del mismo, debiendo considerarse, en consecuencia, como una variable independiente, aunque haya casos en los que después se calcule su variación de escalón en escalón.

El estudio de las influencias que ejercen en el compresor cada una de las variables y datos constructivos que hemos mencionado es de gran extensión. A lo largo de este capítulo ya se han incluido muchas de estas dependencias, por lo que aquí no se hará más que destacar las más importantes, así como estudiar las que aún no se han considerado. En especial, se estudiará la influencia de la relación paso/cuerda y del ángulo  $\alpha_2$ , dos parámetros que pueden ser elegidos dentro de un amplio campo de variación. Su efecto combinado se tendrá en cuenta mediante la introducción del coeficiente de flujo, parámetro que también presenta un gran interés en el cálculo de los compresores.

Por otra parte, se estudiarán las influencias de las variables del grupo d), aún no consideradas, y, finalmente, se tratará brevemente

te el problema de la organización del compresor, incluyendo sus formas constructivas más usuales e insertando también unas nociones sobre la posible manera de efectuar el cálculo completo de un compresor axil.

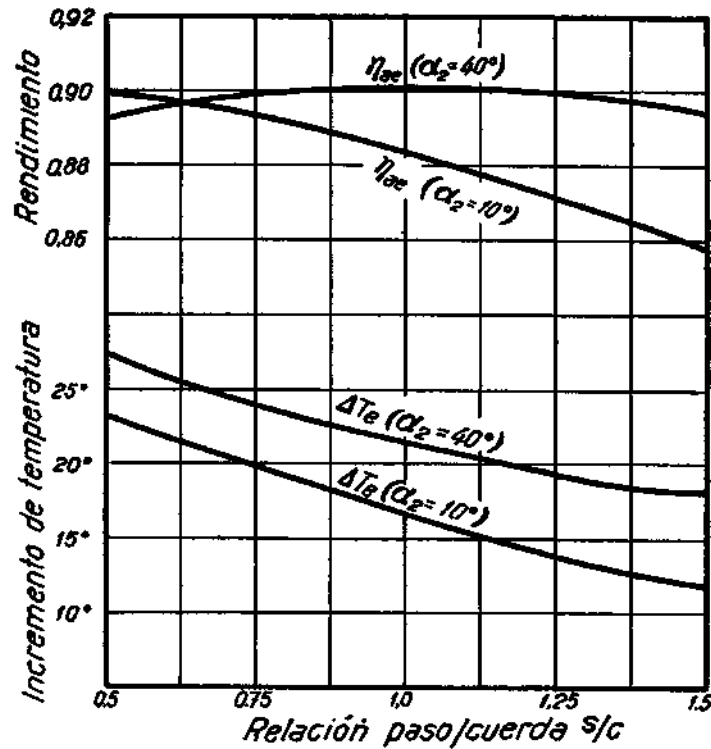


Fig. 47-VII.—Variación del incremento de temperatura y del rendimiento del escalón en función de la relación paso/cuerda ( $N_M = 0.7$ ,  $\xi = 0.86$ ,  $C_{Dp} = 0.018$ ,

$$C_{D1} = 0.018 C_L^2, C_{Da} = 0.020 \frac{s}{c} \frac{c}{h}, \frac{c}{h} = \frac{1}{2} \Big).$$

#### Relación paso/cuerda, ángulo $\alpha_2$ y coeficiente de flujo

La relación paso/cuerda y el ángulo  $\alpha_2$  son dos parámetros de los que puede disponer libremente el proyectista, aunque en cierto modo se relacionan indirectamente los valores de uno y otro.

Las relaciones pequeñas  $s/c$  mejoran el incremento de temperatura (fig. 47-VII) y hasta ciertos límites el rendimiento del escalón; pero éste puede llegar a disminuir notablemente si aquéllas llegan a ser demasiado pequeñas. Por otra parte, cuando se utilizan

relaciones  $s/c$  reducidas aumenta considerablemente el número de álabes y se hace más difícil la sujeción en su raíz. Son normales relaciones comprendidas entre 0,6 y 1/1.

El ángulo de salida  $\alpha_2$  es el parámetro que tiene un mayor campo posible de variación, utilizándose en la práctica valores com-

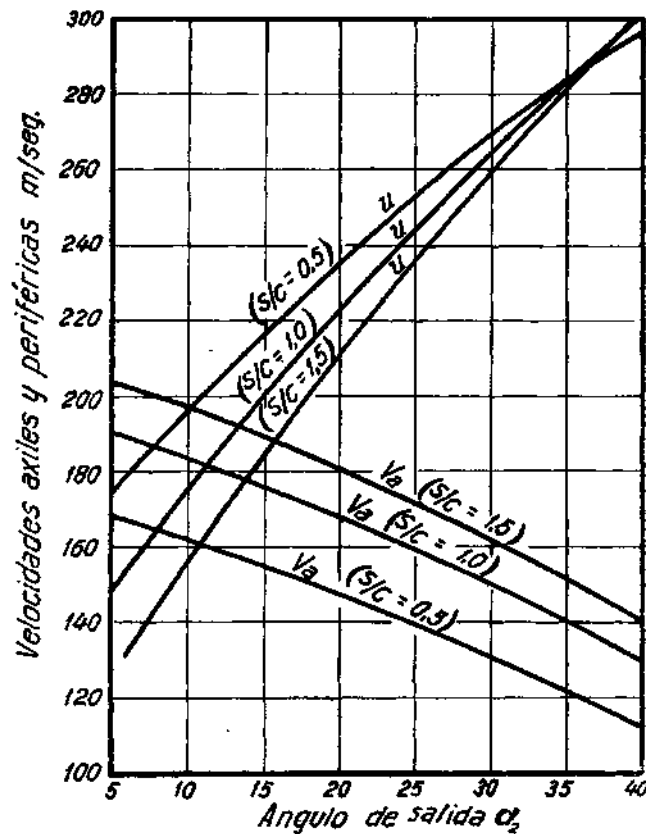


Fig. 48-VII.—Velocidades axiales y periféricas en función del ángulo  $\alpha_2$  ( $w_1 = 233$  m/seg., correspondiendo a un número de Mach igual a 0,7 para  $T_1 = 288$  °K).

prendidos entre 10 y 50°. Tiene una influencia preponderante sobre las velocidades axiales y periféricas (fig. 48-VII), y a través de ellas en el régimen del compresor.

El rendimiento del escalón también es función del ángulo de salida. En la figura 49-VII está representada esta dependencia para distintos valores de la relación paso/cuerda. Puede observarse en

ella que los valores máximos del rendimiento se presentan en las proximidades de  $\alpha_2 = 30^\circ$ , siendo escasas las variaciones de este rendimiento cuando son pequeñas las relaciones paso/cuerda.

En dicha figura 49-VII también se han representado los valores del coeficiente de flujo, para el que se ha tomado su expresión co-

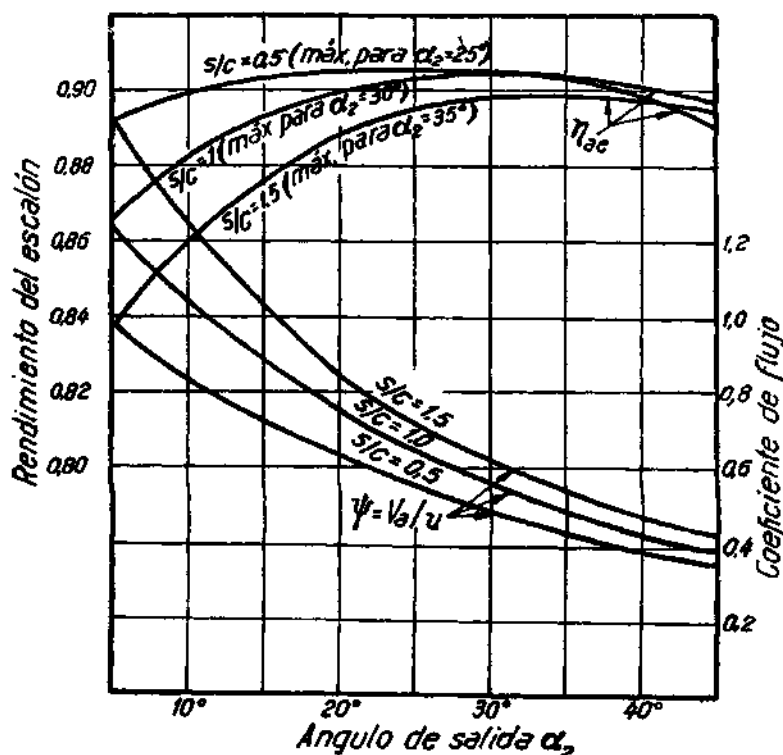


Fig. 49-VII. — Rendimiento y coeficiente de flujo en función de  $\alpha_2$  para distintos valores de la relación paso/cuerda (datos numéricos de la figura 47-VII).

respondiente al caso de escalones simétricos en la sección central (fórmula [45-VII]).

Cuando quiera estudiarse, en general, la influencia combinada de la relación paso/cuerda y del ángulo  $\alpha_2$  puede utilizarse este coeficiente, puesto que dichos parámetros están relacionados por el valor resultante de la deflexión nominal. No obstante, de esta manera se pierde en parte el concepto físico de la cuestión, ya que puede obtenerse un mismo valor del coeficiente de flujo con valores muy diferentes de  $s/c$  y de  $\alpha_2$ .

En particular, el rendimiento del escalón en función de  $\Psi$  se expresa en la forma siguiente:

$$\eta_{ae} = 1 - \frac{2}{\sin(2\alpha_m)} \frac{C_D}{C_L} = 1 - \left(2\Psi + \frac{1}{2\Psi}\right) \frac{C_D}{C_L} \quad [131-VII]$$

Si el término  $C_D/C_L$  fuese constante, el rendimiento sería máximo cuando el coeficiente de flujo fuese igual a 0,5. No obstante, en

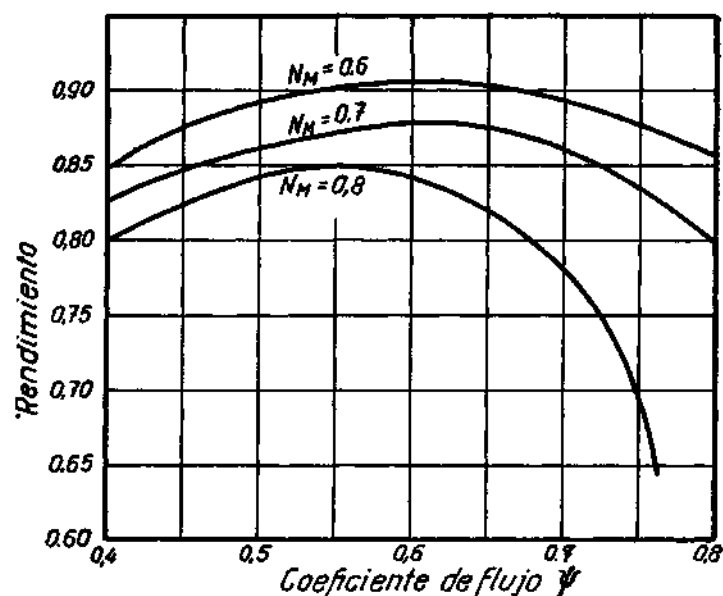


Fig. 50-VII.—Variación del rendimiento en función del coeficiente de flujo para diferentes valores del número de Mach (según ref. 19).

la realidad se presenta este máximo para valores algo mayores de dicho coeficiente, debido a la influencia que él mismo ejerce en  $C_D/C_L$ . En la figura 50-VII están representadas las curvas de rendimiento en función de  $\Psi$ , en las que también puede apreciarse el efecto ejercido por el número de Mach.

A través de las velocidades, deflexión y ángulo  $\alpha_1$  todas las variables que fijan las más importantes características y actuaciones del compresor dependen del ángulo  $\alpha_2$ . En la figura 51-VII están dibujadas las curvas de régimen, diámetro exterior, altura de álabes, relación  $h/r_c$ , rendimiento e incremento de temperatura en el

escalón en función de dicho ángulo  $\alpha_2$ . Para su cálculo se han fijado valores constantes para el gasto de aire en peso, número de

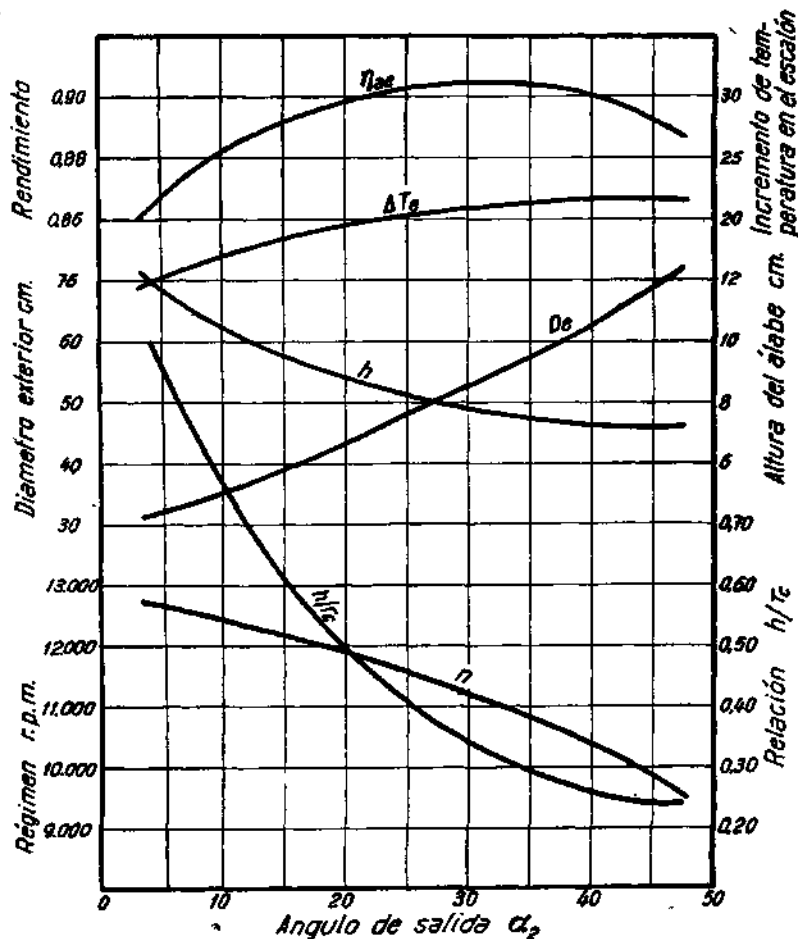


Fig. 51-VII.—Variación de las características y actuaciones del compresor en función del ángulo de salida, para un gasto de 20 Kg/seg. y valores constantes del número de Mach (0,7) y de los esfuerzos centrífugos de tracción (5 Kg/mm.<sup>2</sup>). Se han tomado los datos siguientes  $T_1 = 288^\circ\text{K}$ ,  $p_1 = 1.033 \text{ Kg/cm.}^2$ ,  $\rho_M = \frac{2750}{g} \text{ Kg. seg}^2/\text{m.}^4$ ,  $\varphi_c = 0,75$ ,  $\xi = 0,86$ ,  $C_{Dp} = 0,018 = \text{cte.}$ ,  $C_{Dz} = 0,018 C_L^2$ ,  $C_{Da} = 0,020 s/h$  y  $s/c = 1$ . (Alabes de reacción constante.)

Mach y esfuerzos centrífugos de tracción. Una vez determinadas las velocidades axiales y periféricas se han calculado el incremento de temperatura y el rendimiento del escalón con las fórmulas [42-VII]

y [40-VII], y con las [104-VII], [88-VII] y [92-VII] el régimen, diámetro exterior y relación  $h/r_c$ . En estos cálculos se ha supuesto que el número de Mach permanecía siempre por debajo de sus valores críticos, calculando el coeficiente de resistencia mediante la expresión:

$$C_D = 0,018 (1 + C_L^2) + 0,020 \frac{s}{h}$$

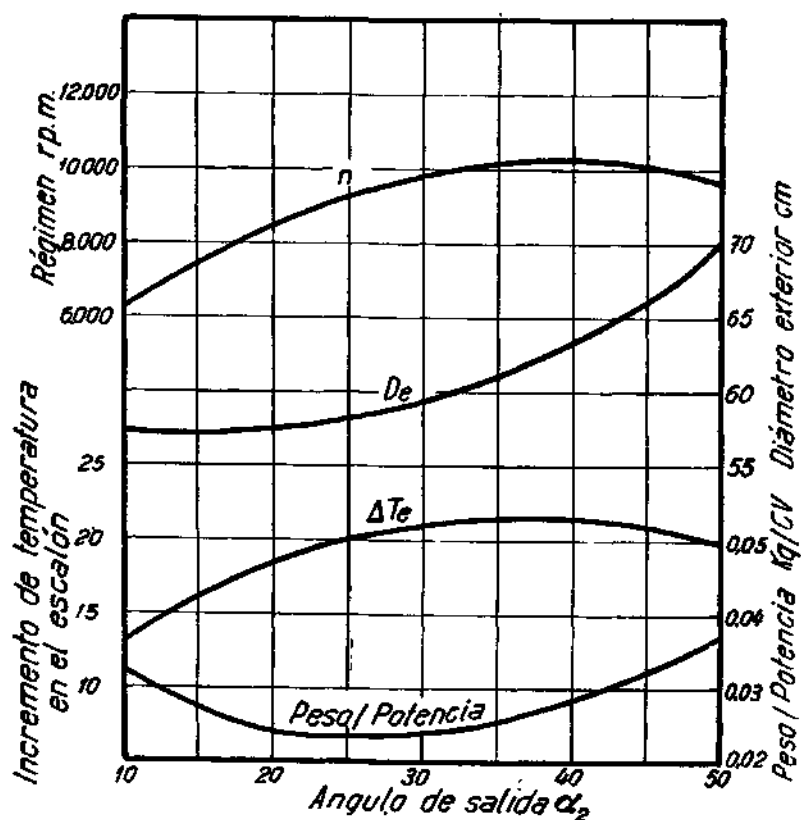


Fig. 52-VII.—Variación de las características y actuaciones del compresor en función del ángulo de salida, para un gasto de 22,6 Kg/seg. y un rendimiento constante igual a 0,87. (Alabes tipo semi-torbellino) (según ref. 2.)

Por el contrario, en la figura 52-VII, tomada de la referencia 2, se han fijado valores constantes al gasto y rendimiento, ajustándose el número de Mach en cada caso para que se conserve invariable dicho rendimiento. En esta figura se incluyen también los valores estimados de la relación peso, potencia del compresor.

De la observación de las dos figuras anteriores se deducen las conclusiones de que los valores pequeños del ángulo  $\alpha_2$  son los mejores desde el punto de vista de la sección frontal; los valores medios proporcionan los mayores rendimientos y las mejores relaciones peso/potencia, mientras que con valores elevados de dicho ángulo pueden conseguirse mayores incrementos de temperatura en el escalón. Cuando se mantiene constante el número de Mach, aún pueden obtenerse incrementos de temperatura más altos, mediante la utilización de grandes valores del ángulo  $\alpha_2$ , superiores a los  $40^\circ$ ; pero esto normalmente se consigue a costa del rendimiento que, en general, tendrá una disminución más acusada que la indicada en la figura 51-VII, pues en ella no se tuvieron en cuenta los efectos de compresibilidad.

Los compresores axiales proyectados en los Estados Unidos suelen tener valores más bien elevados del ángulo  $\alpha_2$ , correspondientes a valores del coeficiente de flujo del orden de 0,5, con vistas a obtener los mayores rendimientos posibles. En cambio, en los compresores ingleses son normales valores reducidos del ángulo  $\alpha_2$ , viniendo a tener unos coeficientes de flujo próximos a 0,7, con objeto de obtener valores reducidos del área frontal a costa de alguna pérdida en rendimiento.

Por último, indicaremos que en las curvas características del compresor, o funciones  $\eta_{ac} = f(n, G)$  y  $m = f(n, G)$ , también tiene influencia el ángulo de salida. Valores pequeños de este ángulo producen el efecto de que las curvas sean más planas, factor de bastante importancia en los compresores axiales como veremos más adelante. En cambio, con estos valores reducidos de  $\alpha_2$  el rendimiento máximo se presenta en las proximidades del límite de inestabilidad.

### Número de Reynolds

Todos los datos que hasta ahora se han insertado sobre rendimientos, coeficientes de pérdidas, deflexión nominal, etc., se refieren a álabes en los que su número de Reynolds, definido en la forma:

$$N_R = \frac{w_1 c \rho}{\mu} \quad [132-VII]$$

sea igual o mayor a  $3 \cdot 10^5$ .



Cuando los álabes tienen cuerdas pequeñas y funcionan en consecuencia con números de Reynolds muy reducidos, se llega a una zona crítica en la que tiene una gran influencia esta variable. Cuando el compresor trabaja en estas condiciones se favorece el desprendimiento de la corriente, por lo cual se hace preciso disminuir los valores de la deflexión nominal a medida que disminuye el número de Reynolds con que se opera (fig. 53-VII). Por otra parte, y debido al crecimiento progresivo de la capa límite, con la consi-

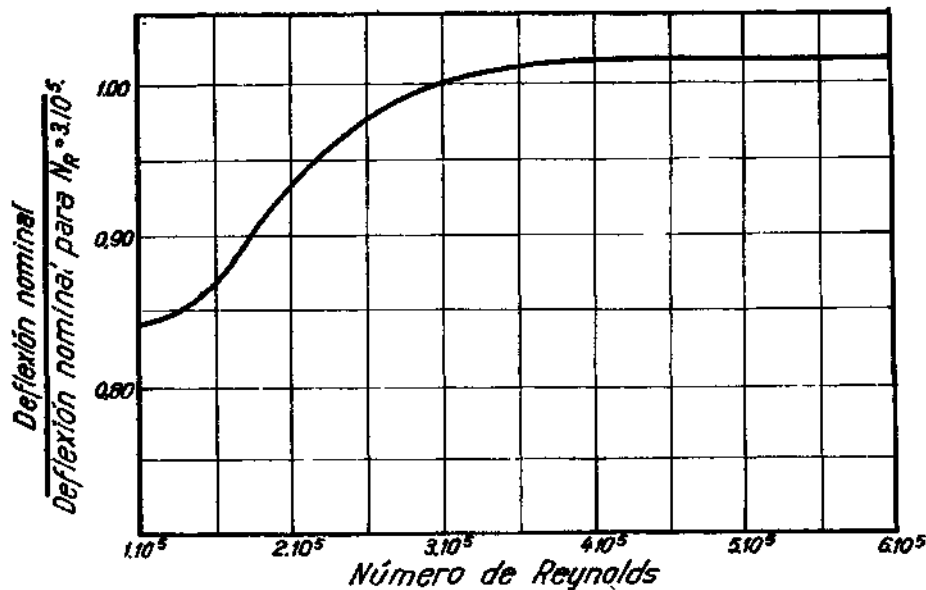


Fig. 53-VII.—Disminución de la deflexión nominal cuando decrece el número de Reynolds (ref. 15).

guiente modificación de la variación radial de las velocidades, cuando el número de Reynolds toma valores reducidos disminuyen apreciablemente el incremento de presión por escalón y el rendimiento del mismo (fig. 54-VII).

Puede observarse en las citadas figuras que la influencia de este número de Reynolds, en cuanto sobrepasa el valor de  $3.10^5$ , es por completo insignificante.

En la actualidad no existe una teoría con la que pueda estudiarse analíticamente la influencia que ejerce el número de Reynolds en las actuaciones de los compresores axiales, siendo experimentales los datos y gráficos que se han insertado. Tampoco se posee

una buena colección de datos prácticos sobre la cuestión, obtenidos mediante una investigación sistemática del problema. Este proceso se complica al considerar la turbulencia, que puede modificar sensiblemente la influencia del número de Reynolds, siendo prácticamente nula la información publicada sobre este aspecto del problema.

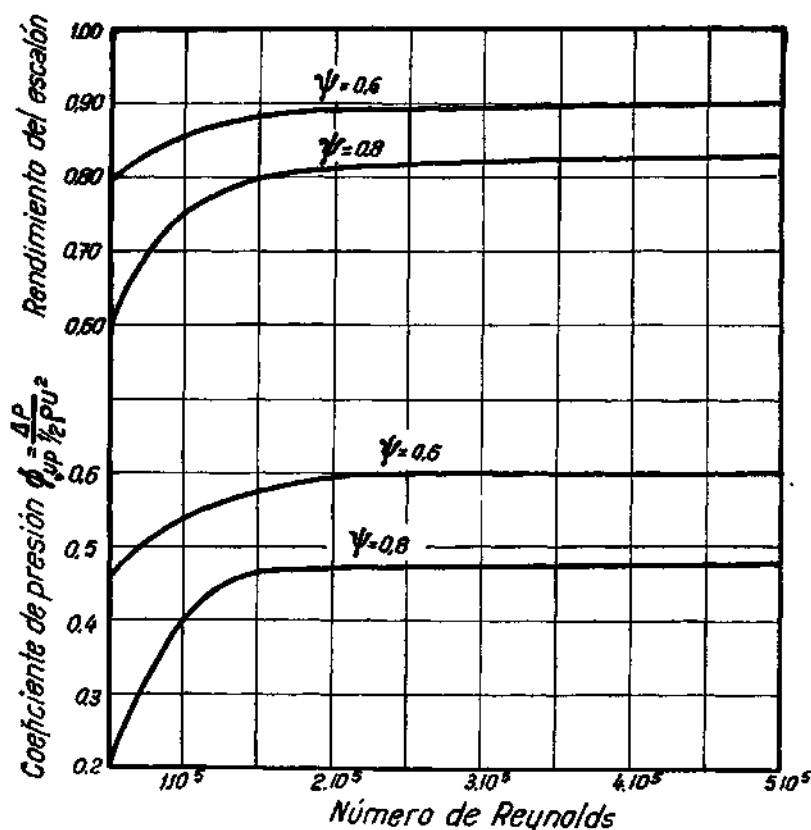


Fig. 54-VII.—Variación del rendimiento y del coeficiente de presión en función del número de Reynolds. (Deducido de unos gráficos de la ref. 20.)

Afortunadamente, hemos visto que puede prescindirse de la influencia del número de Reynolds en cuanto su valor es igual o mayor a  $3.10^5$ , siendo éste el caso que normalmente se presenta en los compresores axiales de los turborreactores y turbohélices. En cambio, cuando las cuerdas de los álabes son inferiores a 1,5 centímetros se suele estar ya dentro de la zona crítica, en la que el nú-

mero de Reynolds empeora notablemente las actuaciones del compresor. Es ésta una de las principales razones por las que no es aconsejable la utilización de compresores axiales de pequeño tamaño, destinados a funcionar con reducidos gastos de aire, altos regímenes y elevadas velocidades de circulación en el interior de los mismos.

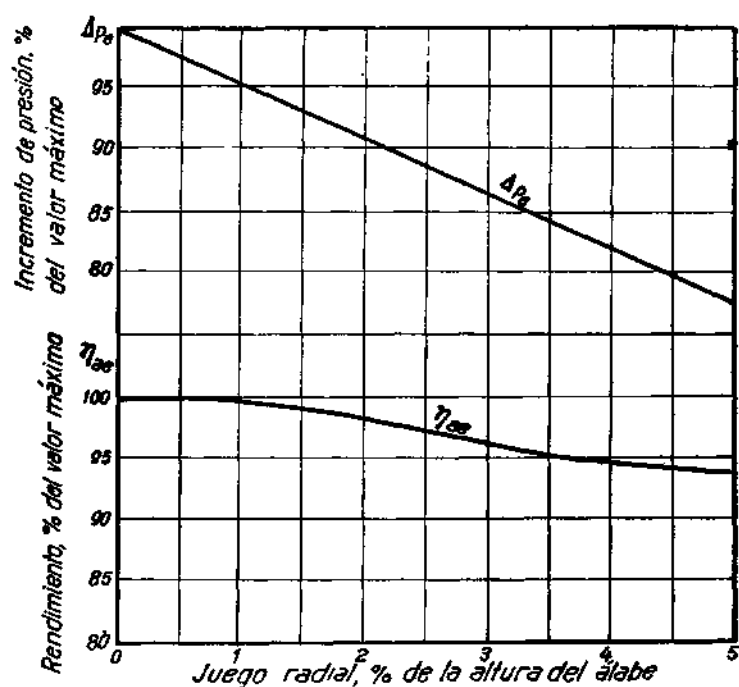


Fig. 55-VII.—Variación del incremento de presión y del rendimiento del escalón en función del juego radial (ref. 16).

### Juegos axiales y radiales. Pulimento superficial

Los juegos axiales o distancia entre hileras de álabes no tienen mucha importancia en las actuaciones del compresor. De hecho, se han efectuado ensayos variando dichos juegos entre 1/50 y 1/1 de la cuerda, comprobándose que, aun entre límites tan amplios, las variaciones acusadas en rendimientos e incrementos de presión eran notablemente escasas.

Los valores reducidos de estos juegos axiales son convenientes desde el punto de vista de que se disminuye la longitud total del

compresor, mientras que los valores elevados facilitan la construcción, organización y montaje de los rotores y estatores. En la práctica se utilizan valores comprendidos entre  $1/6$  y  $1/2$  de la cuerda, fijándose esta distancia en función de la estructura general que haya de darse al compresor.

La distancia entre los extremos de los álabes móviles y el cárter del compresor es lo que se denominan juegos radiales. Deben ser tan reducidos como lo permita la seguridad funcional del compresor, dependiendo en gran manera del grado de perfeccionamiento de que se disponga en la fabricación y montaje. En la práctica son normales los juegos comprendidos entre el 1 y el 2 % de la longitud del álabe. Por encima de estos valores disminuye apreciablemente el coeficiente  $\xi$  de pérdidas, decreciendo con él el incremento de presión y el rendimiento del escalón (fig. 55-VII).

El grado de acabado de la superficie de los álabes es de gran importancia. Basta indicar que de tener unos álabes con sus superficies tal y como podrían quedar después de fundidos en arena, a que aquéllas se acaben con una fase de pulido, puede haber diferencias de hasta un 10 % en el rendimiento y en el incremento de presión obtenidos en el escalón.

Todos los datos y gráficos insertados en este capítulo se refieren a compresores en los que sus álabes tengan un buen acabado superficial, de acuerdo con lo que es práctica común en la técnica de esta clase de máquinas.

### **Nociones generales sobre la organización y cálculo de un compresor axil**

El proyecto de un compresor axil es un problema realmente laborioso y de difícil ejecución, que siempre habrá de completarse con numerosos ensayos. Los últimos escalones son los de diseño más complicado, debido a la inevitable acumulación de errores en el cálculo sucesivo de todos ellos y a que en la parte final del compresor se manifiesta con mayor intensidad el efecto de la capa límite, cuyo espesor aumenta progresivamente de escalón en escalón.

De acuerdo con los datos de partida y con la utilización que haya de tener el compresor, se determinan los valores medios de las principales variables que hemos visto fijan las características y actuaciones del mismo. Por otra parte, en función de la relación

total de compresión y de las características medias de los escalones que hayan de instalarse en el compresor, se fija el número de ellos, el cual vendrá afectado por la variación de velocidad axial que se imponga a lo largo del mismo.

Con velocidades axiales constantes se mantiene reducido el peso

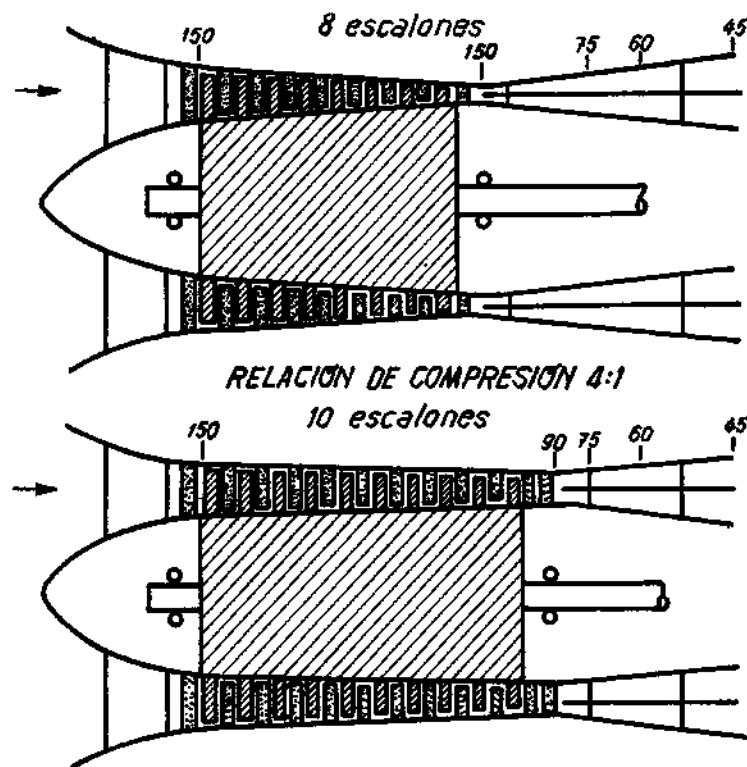


Fig. 56-VII. —Esquemas de dos compresores axiales: uno de velocidad axial constante y otro de velocidad decreciente, ambos con una relación de compresión de 4:1. (Los números indicados sobre las figuras corresponden a valores de la velocidad axial en m/seg.) (según ref. 11).

por escalón, pero se hace necesaria la instalación de un difusor que amortigüe la energía cinética residual, aumentando la presión y temperatura del aire y reduciendo la velocidad de salida hasta los 45-80 m/seg. que se requieren a la entrada de las cámaras de combustión. Si se disminuye progresivamente la velocidad axial en el interior del compresor, se necesita un difusor mucho menos largo, pero en este caso suelen necesitarse más escalones para obte-

ner una misma relación de compresión (fig. 56-VII). Con esta última disposición es frecuente que en los primeros escalones se mantenga constante la velocidad axial (escalones de velocidad), mientras que en los últimos es en donde se efectúa la disminución paulatina de la misma (escalones de presión).

Con valores constantes o variables de la velocidad axial, y dentro de la disminución general de sección transversal que forzosamente ha de producirse desde la entrada a la salida, puede haber cuatro tipos de compresores (fig. 57-VII). En el tipo (a), o compresor «as-

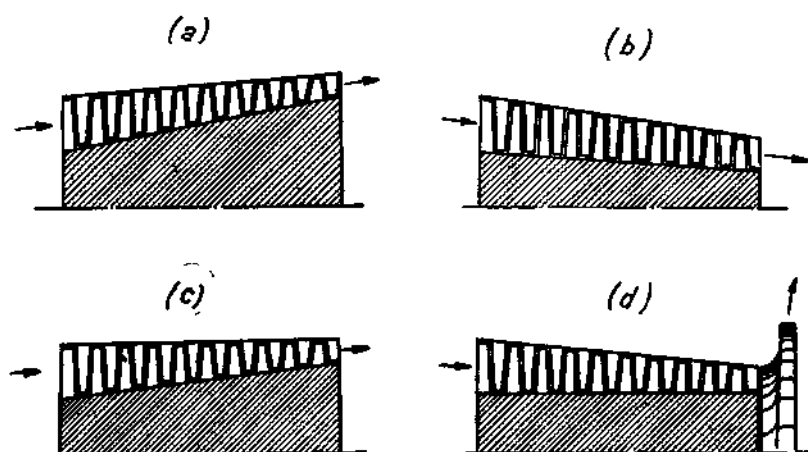


Fig. 57-VII.—Diferentes tipos de compresores axiales. (a), compresor «ascendente»; (b), compresor «descendente»; (c), compresor de diámetro exterior constante; (d), compresor de diámetro interior constante.

cendente», el diámetro central aumenta progresivamente, incrementándose en forma análoga la velocidad periférica. Desde el punto de vista aerodinámico esta solución es la más correcta. Hay que considerar que al ir aumentando gradualmente la temperatura dentro del compresor, la velocidad del sonido también aumenta, disminuyendo, en consecuencia, los números de Mach, a menos que se incrementen las velocidades de paso. No es posible aumentar la velocidad axial por razones de la energía cinética residual, pero con la disposición mencionada, para un mismo valor de dicha velocidad axial, aumentan las velocidades relativas de circulación al ser mayores las velocidades periféricas.

Por esta razón resulta conveniente este tipo de compresor, en

el que se aprovechan al máximo las posibilidades de aumentar los incrementos de temperatura y presión en cada escalón. Sus inconvenientes estriban en que en los últimos escalones puede ser muy pequeña la relación entre la altura de los álabes y el radio central del compresor, y como ya se indicó, esto puede dar lugar a una disminución en el rendimiento aerodinámico de los mismos, y a que su construcción es más complicada que la de los compresores de cárter exterior de forma cilíndrica.

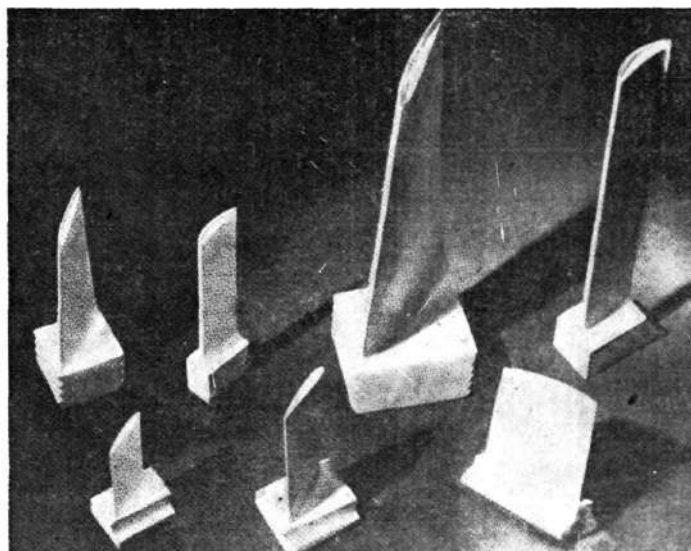


Fig. 58-VII.—Diversos tipos de álabes utilizados en los compresores axiales (ref. 1).

Teniendo en cuenta lo que acaba de mencionarse, el tipo (b) ha de ser de malas características aerodinámicas. Su única ventaja podría consistir en que se mantienen valores altos de la relación  $h/r_c$  a todo lo largo del compresor.

El tipo (c), de cárter cilíndrico, es el que con más frecuencia se utiliza en la práctica, resultando más conveniente el tipo (d), de rotor cilíndrico, cuando detrás del compresor axial haya de ir instalado otro centrífugo (turbohélice Bristol «Theseus»).

Como la altura de los álabes disminuye de escalón en escalón, convendría que las cuerdas decreciesen en forma análoga, a fin de que, manteniendo los esfuerzos constantes, fuese lo más reducida posible la longitud total del compresor. No obstante esta ventaja,

en la práctica no es frecuente dimensionar las cuerdas de esta manera, ya que resultaría más larga y costosa la fabricación de los álabes. Lo que generalmente se hace es distribuir el compresor en en dos o tres grupos de álabes de igual longitud de cuerda, dimensionando cada grupo, respecto a los esfuerzos, con los requerimientos de su primer escalón.

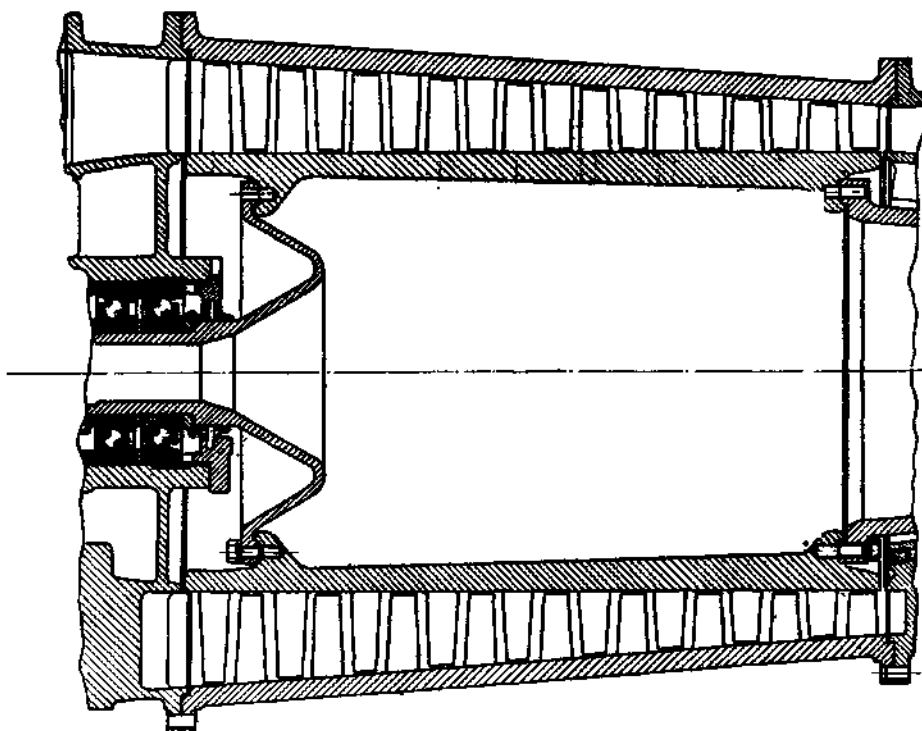


Fig. 59-VII.—Compresor axial con rotor en tambor.

Ya se ha indicado que los álabes pueden fabricarse de aleación ligera o de acero. Con este último material, que se utiliza con frecuencia en los compresores norteamericanos, las cuerdas son menores y resulta el compresor más corto e incluso de menor peso, condicionado esto último a que se continúe empleando aleación ligera para el cárter y cuerpo interior del rotor. En contraposición a estas ventajas debe contarse con que el compresor tendrá un mayor número de álabes y exigirá un mayor tiempo y precio de coste para su fabricación.



Desde el punto de vista constructivo de su armazón, los compresores axiales suelen clasificarse en tipos de tambor y tipos de discos (figs. 59-VII y 60-VII). Con frecuencia se proyectan tipos mixtos, como en el caso del compresor del turbohélice «Mamba» (fig. 29-I).

\* \* \*

Una vez determinadas las características generales del compre-

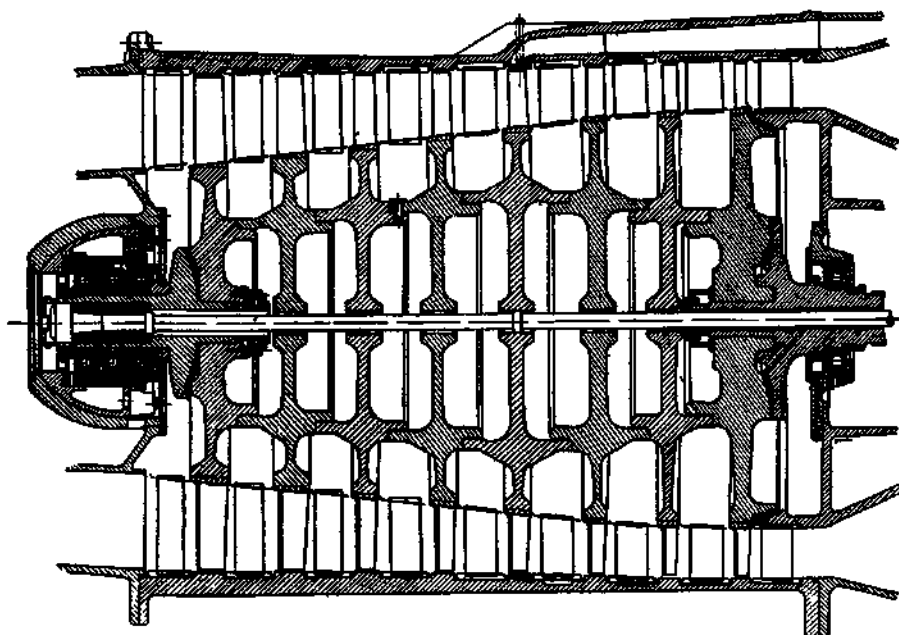


Fig. 60-VII.—Compresor axial con rotor de discos del turboreactor Jumo 004.

sor y los valores de las principales variables, parámetros y datos constructivos del mismo, deberá procederse al cálculo de sus sucesivos escalones. Siempre que se pueda se evitará el método «paso a paso», con el que se da lugar a una inevitable acumulación de errores. Por esta razón es muy conveniente el cálculo previo de la curva general de la evolución del aire a lo largo del compresor. Para ello puede estimarse el rendimiento adiabático del compresor por comparación con el de otros tipos análogos, proporcionando este rendimiento en primera aproximación la línea politrópica de compresión del aire. Esta curva podrá compararse con la obtenida

mediante el cálculo de los rendimientos de cada uno de los escalones, pudiendo utilizarse como comprobación la propiedad de que el rendimiento adiabático de cada semiescalón coincide con gran aproximación con el rendimiento politrópico de la transformación total en cuanto el compresor tiene seis o más escalones.

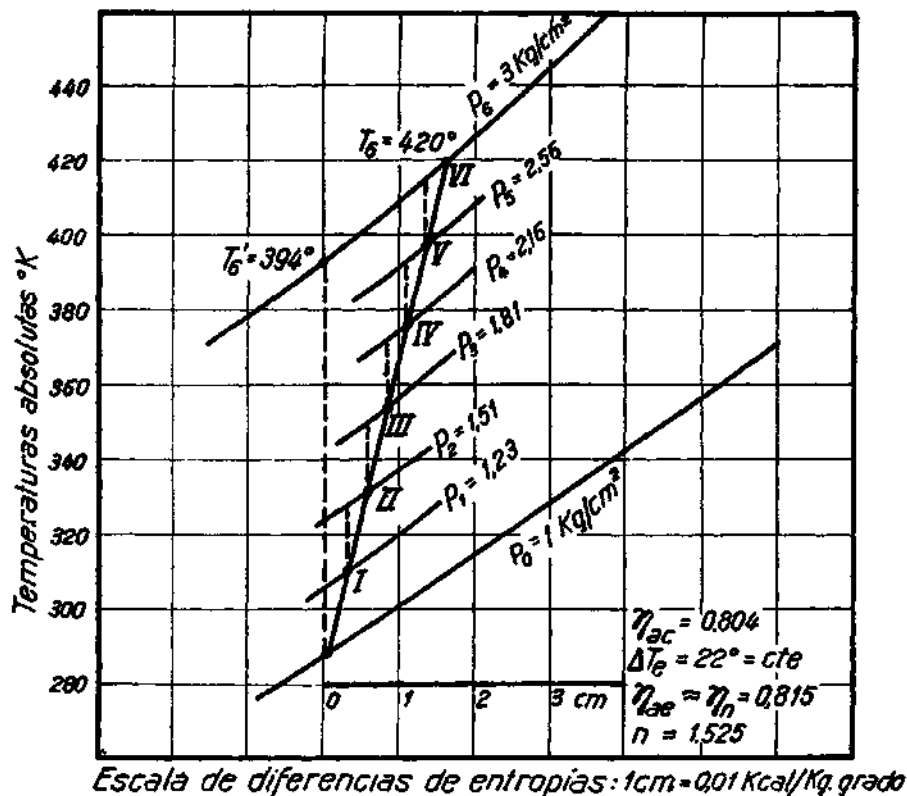


Fig. 61-VII. —Curva representativa de la evolución del aire en un compresor axial de seis escalones.  
(Se han tomado rendimientos reducidos para mayor claridad de la figura.)

Una vez trazada dicha curva general de la transformación (figura 61-VII), mediante los ajustes y tanteos que sean necesarios, de ella es de donde deberán obtenerse los valores de las presiones, temperaturas y densidades para el cálculo aerodinámico de cada uno de los escalones.

A su vez, con los valores de la densidad y con los que se hayan estimado más convenientes para la velocidad axial, se determina la

sección anular de paso a lo largo del compresor y la altura de los álabes.

En cambio, para el cálculo de los ángulos de entrada y salida, con su posible variación de unos escalones a otros, es en donde hay que utilizar los datos resultantes del escalón anterior. Por estas razones siempre es indispensable efectuar gran número de experiencias durante el proyecto de un compresor axil, siendo aconsejable la construcción de un modelo experimental con álabes

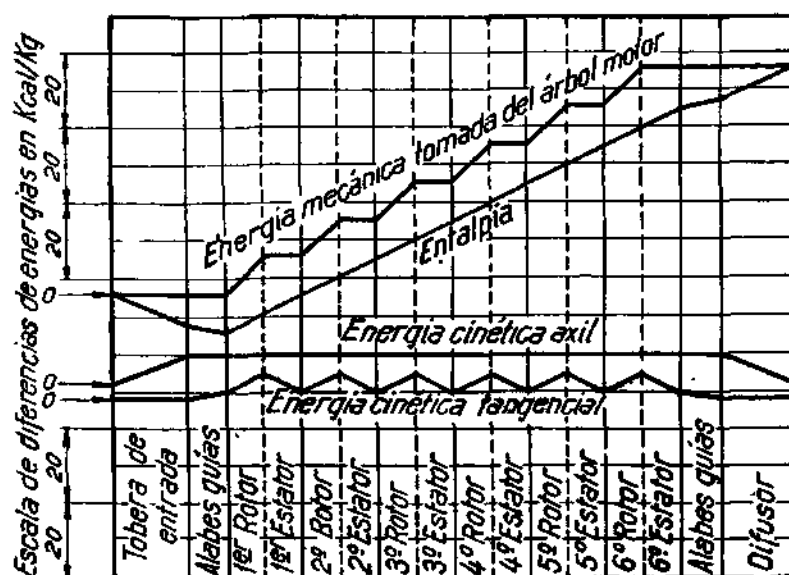


Fig. 62-VII. — Evolución de la energía en un compresor axil de 50 % de reacción de seis escalones.

orientables (al menos los de los estatores) y con tobera de entrada, difusor de salida y álabes guías cambiables, con el que se pueda proceder al ajuste de los ángulos de situación de las diversas hileras de álabes, e incluso a una experimentación escalonada del compresor si es que el modelo de ensayo se acondiciona para ello.

Finalmente, indicaremos que también es del mayor interés el estudio del funcionamiento del compresor en condiciones distintas de las nominales, determinando las curvas características del mismo  $\eta_{ac} = f(n, G)$  y  $m = f(n, G)$  en unidades adimensionales, con las que se independizan los resultados que se obtengan de las condiciones en la admisión. El cálculo de estas funciones puede efec-

tuarse aproximadamente por medios teóricos, deduciendo para cada pareja de valores del régimen y gasto los rendimientos y coeficientes de presión de todos los escalones, en función de las velocidades

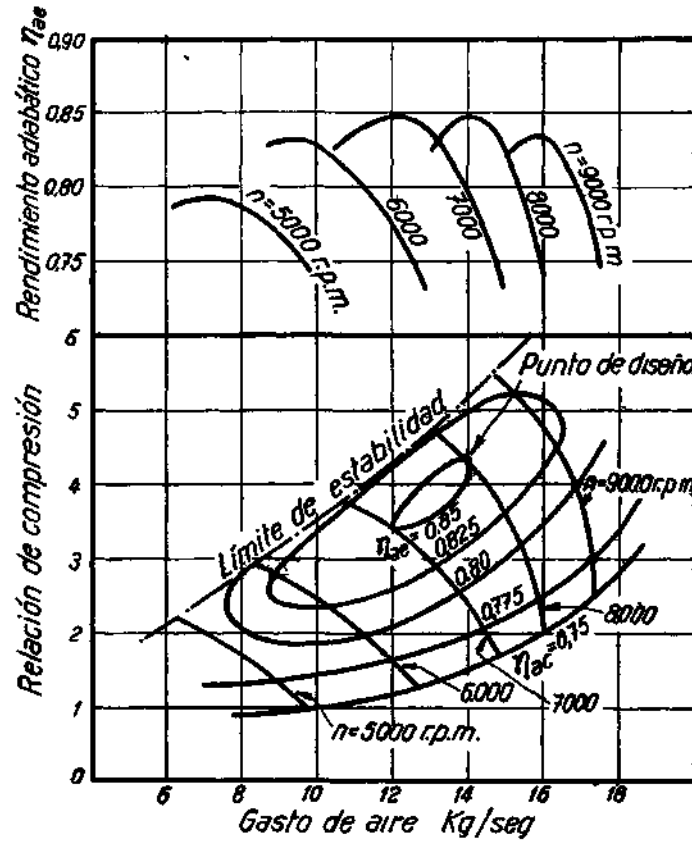


Fig. 63-VII.—Curvas funcionales típicas de un compresor axil.  
( $T_0 = 288^\circ\text{K}$ ,  $p_0 = 1,033 \text{ Kg/cm}^2$ .)

y ángulos de incidencia resultantes. No obstante, estos cálculos son siempre muy inseguros, debiendo recurrirse a la experimentación mediante los procedimientos que se tratarán en el capítulo siguiente (tomo II).

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

1. A. I. PONOMAROFF: *Principios fundamentales del compresor axial*. «El Ingeniero Westinghouse», enero 1948.
2. A. R. HOWELL: *Fluid Dynamics of Axial Compressors*. «The Inst. of Mech. Engineers», Proceedings 1945, vol. 153.
3. A. R. HOWELL: *Desing of Axial Compressors*. «The Inst. of Mech. Engineers», Proceedings 1945, vol. 153.
4. A. D. S. CARTER: *Three-Dimensional Flow Theories for Axial Compressors and Turbines*. «The Inst. of Mech. Engineers», Proceedings 1948, vol. 159.
5. J. T. SINNETTE, O. W. SCHEY y K. J. AUSTIN: *Performance of N.A.C.A. Eight-Stage Axial Flow Compressor Designed on the Basis of Airfoil Theory*. «Report N.A.C.A.», núm. 758.
6. J. T. SINNETTE: *Increasing the Range of Axial Flow Compressors by Use of Adjustable Stator Blades*. «Journal of the Aeronautical Sciences», mayo 1947.
7. J. R. WESKE: *Fluid Dynamics Aspects of Axial Flow Compressors and Turbines*. «Journal of the Aeronautical Sciences», noviembre 1947.
8. S. M. BOGDONOFF: *N.A.C.A. Cascade Data for the Blade Desing of High-Performance Axial Flow Compressors*. «Journal of the Aeronautical Sciences», febrero 1948.
9. F. L. WATTENDORF: *High-Speed Flow Through Cambered Rotating Grids*. «Journal of the Aeronautical Sciences», abril 1948.
10. K. CHRISTIANI: *Experimentelle Untersuchung eines Tragflügel profile bei Gitteranordnung*. «Luftfahrtforschung», 27 agosto 1928.
11. A. R. HOWELL: *Aerodynamics of the Gas Turbines*. «The Journal of the Royal Aeronautical Society», junio 1948.
12. W. MERCHANT: *Flow of an Ideal Fluid Past a Cascade of Blades*. «Report and Memoranda», núms. 1.890 y 1.893.
13. L. S. MARKS y T. FLINT: *The Desing and Performance of a High-Pressure Axial-Flow Fan*. «A.S.M.E. Trans.», A.E.R. 57-1, vol. 57, núm. 7, octubre 1935. (Discusión en «A.S.M.E. Trans.», vol. 58, núm. 3, abril 1936.)
14. R. G. HARRIS y R. A. FAIRTHORNE: *Wind Tunnel Experiments with Infinite Cascades of Aerofoils*. «Report and Memoranda», núm. 1.206.
15. H. T. ADAMS: *Elements of Internal Combustion Turbine Theory*. «Cambridge University Press», London 1949.
16. W. H. LINDSEY: *The Development of the Armstrong Siddeley Mamba Engine*. «Journal of the Royal Aeronautical Society», febrero 1949.
17. D. M. SMITH: *The Development of an Axial Flow Gas Turbine for Jet Propulsion*. «The Inst. of Mech. Engineers», Proceedings, enero 1947.
18. F. W. GODSEY: *Gas Turbines for Aircraft*. Mc. Graw-Hill Book, New-York, 1949.
19. E. T. VINCENT: *The Theory and Desing of Gas Turbines and Jet Engines*. Mc. Graw-Hill Book, New-York, 1950.
20. L. R. WOODWORTH: *Axial Flow Compressors Desing Considerations*. «A.S.M.E.», junio 1947.

FIN DEL TOMO PRIMERO